

Departamento de Matemática Aplicada
Escuela Universitaria de Ingenieros Técnicos Industriales
Universidad Politécnica de Madrid

CONTRIBUCIÓN METODOLÓGICA AL
ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE LLAMAS
SOBRE COMBUSTIBLES LÍQUIDOS
MEDIANTE PROCESAMIENTO DE VÍDEO
TERMOGRÁFICO

HUGO FRANCO TRIANA
Ingeniero Informático

Dirigida por
DR. D. JESÚS SAN MARTÍN MORENO
Doctor en Ciencias
DR. D. DANIEL RODRÍGUEZ PÉREZ
Doctor en Ciencias

2009



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE MADRID**

Tribunal nombrado por el Magfco. y Excmo. Sr. Rector de la Universidad
Politécnica de Madrid, el día.....de.....de 200....

Presidente: _____

Vocal: _____

Vocal: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Suplente: _____

Suplente: _____

Realizado el acto de defensa y lectura de la Tesis el día.....de.....de 200.....
en la E.T.S./Facultad.....

EL PRESIDENTE

LOS VOCALES

EL SECRETARIO

«Es ist nicht genug, zu wissen, man muss auch anwenden. Es ist nicht genug, zu wollen, man muss auch tun»

Johann Wolfgang von Goethe

TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS	XXI
RESUMEN	XXIII
ABSTRACT	XXV
I INTRODUCCIÓN	1
1. MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES	3
1.1. Física del fenómeno	3
1.2. Estudios experimentales de la propagación	7
1.2.1. Clasificación de regímenes	7
1.2.2. Observaciones experimentales de la dinámica de los fluidos asociada a la propagación de la llama	9
1.2.2.1. Propagación de frentes	9
1.2.2.2. Campos de temperatura y concentración en profundidad	11
1.2.2.3. Líneas de corriente en profundidad	12
1.2.3. Influencia de parámetros experimentales	13
1.2.4. Alcances y limitaciones de los métodos experimentales	16
1.3. Modelos teóricos	16
1.3.1. Estudios dinámicos	16
1.3.2. Velocidad frente a tiempo	19
1.3.3. Limitaciones de los modelos bidimensionales en profundidad.	20
1.4. Fenómenos en superficie	22
1.4.1. Estudios experimentales cualitativos	22
1.4.2. Estudio de los fenómenos capilares	23

2. MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS	27
2.1. Motivación	27
2.2. Objetivos	29
2.2.1. Clasificación sistemática en función del ancho del canal y las propiedades del fluido	29
2.2.2. Método de medida no invasiva de velocidades superficiales	29
2.2.2.1. Método I: descripción cinemática 1D	29
2.2.2.2. Método II: descripción dinámica 2D (seguimiento de los campos de temperatura)	30
 II METODOLOGÍA EXPERIMENTAL Y DE MEDIDA	 31
3. CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL	33
3.1. Modelo experimental	33
3.1.1. Configuración experimental para el estudio de propagación de llamas sobre combustible líquido	33
3.1.2. Instrumental de medición y control de parámetros experimentales	34
3.2. Videotermografía digital	38
3.2.1. Termografía	39
3.2.2. Vídeo digital	40
3.2.2.1. Aspectos técnicos del sistema de adquisición	40
3.2.2.2. Preprocesamiento de la señal de vídeo y calibración espacial y temporal de la adquisición	42
3.2.2.3. Calibración radiométrica de la termocámara	45
3.3. Procedimiento de adquisición de datos	46
3.3.1. Protocolo experimental	46
3.3.2. Registro sistemático de datos	49
3.3.2.1. Adquisición de vídeo	49
3.3.2.2. Construcción y manipulación de imágenes	49
3.3.2.3. Visualización de imágenes	51
 4. MEDIDAS UNIDIMENSIONALES	 53
4.1. Umbralización adaptada	53
4.2. Imágenes «pseudostreak»: visualización de la evolución unidimensional de la zona reactiva	56
4.3. Limitaciones de los enfoques unidimensionales	57

5. ESTUDIO DE FLUJOS	61
5.1. Estimación de campos de velocidades	61
5.1.1. Fundamentos físicos	61
5.1.2. Idea básica del flujo óptico	63
5.1.2.1. Aproximaciones locales	65
5.1.2.2. Estimación del flujo óptico como problema variacional	66
5.2. Medida de flujos en fluidos mediante la estimación variacional del flujo óptico	67
5.2.1. Regularizadores con sentido físico	67
5.2.2. Optimización matemática y numérica del regularizador	69
5.2.3. Establecimiento de condiciones de contorno	70
5.2.4. Modelo de Transporte de energía por convección en superficie	70
5.3. Estimación del flujo óptico multirresolución	72
5.3.1. Introducción a la multirresolución mediante «wavelets» (ondículas)	72
5.3.2. Análisis wavelet	73
5.3.3. Análisis wavelet multirresolución	74
5.3.4. Esquema de solución multirresolución	75
5.3.4.1. Procedimiento	76
5.3.4.2. Desarrollo espectral de los campos mediante funciones de <i>scaling</i>	77
5.3.4.3. Condición de minimización del funcional	78
5.3.4.4. Determinación de campos promedio	80
5.3.4.5. Implementación de la multirresolución	81
5.3.4.6. Determinación de campos residuales	83
5.3.4.7. Determinación del campo promocionado	84
5.4. Validación de las estimaciones	85
5.4.1. Interpretación física de los parámetros heurísticos (λ y γ)	86
5.4.2. Relación entre error y parámetros heurísticos	86
 III RESULTADOS Y DISCUSIÓN	 87
6. CARACTERIZACIÓN CINEMÁTICA	89
6.1. Objetivo	89
6.2. Método	89
6.2.1. Reactivos utilizados	90
6.2.2. Parámetros experimentales	90

6.2.3.	Calibraciones	91
6.3.	Resultados	92
6.3.1.	Gráficas de velocidad contra tiempo	92
6.3.1.1.	Pulsaciones de alta frecuencia («subpulsaciones»)	93
6.3.1.2.	n-propanol	93
6.3.1.3.	Gráficas de velocidad contra tiempo – iso-propanol	96
6.3.2.	Aparición de regímenes con extinciones	99
6.4.	Discusión	101
6.4.1.	Caracterización de regímenes de propagación	101
6.4.1.1.	Iso-propanol	102
6.4.1.2.	n-Propanol	105
6.4.1.3.	Tipos de bifurcación según el combustible	108
6.4.1.4.	Extinciones	110
6.4.2.	Estudio de las pulsaciones de alta frecuencia	111
6.4.2.1.	Observación de pulsaciones de alta frecuencia	111
6.4.2.2.	Caracterización de las subpulsaciones	113
6.4.3.	Relación entre fenómenos en las fases gaseosa y condensada: ondas térmicas	114
7.	CARACTERIZACIÓN DINÁMICA EN SUPERFICIE	121
7.1.	Objetivo	121
7.2.	Tipología de las estructuras térmicas en superficie	122
7.2.1.	Estructura del campo de temperaturas de la zona termocapilar	124
7.2.2.	Campo de temperaturas de la zona de Marangoni – con n-propanol	126
7.3.	Método	126
7.3.1.	Solución numérica a la estimación del flujo óptico	126
7.3.2.	Validez de la estimación	129
7.4.	Resultados	129
7.4.1.	Dependencia de la velocidad con los parámetros experimentales	129
7.4.1.1.	Isopropanol	129
7.4.1.2.	n-Propanol	129
7.4.2.	Evolución del campo de velocidades durante una pulsación	129
7.4.3.	Influencia de los parámetros en la bondad del resultado	143
7.5.	Discusión	143
7.5.1.	Comparación de los métodos de estimación del flujo óptico	143
7.5.2.	Estudio de los campos de velocidad	146
7.5.2.1.	Relación entre campos de velocidad y de temperatura	146
7.5.2.2.	Clasificación de estructuras térmicas respecto a los parámetros experimentales	150

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	153
Contribuciones metodológicas	153
Contribuciones físicas: nuevas observaciones	153
Trabajo futuro	154
BIBLIOGRAFÍA	155
IV APÉNDICES	159
A. PARÁMETROS FÍSICOS DE LOS COMBUSTIBLES UTILIZADOS	161
A.1. Iso-propanol	161
A.2. n-propanol	162
B. TERMOGRAFÍA INFRARROJA	163
B.1. El espectro electromagnético	163
B.2. Radiación de cuerpo negro	164
B.2.1. Ley de Planck	164
B.2.2. Ley del desplazamiento de Wien	164
B.2.3. Ley de Stefan-Boltzmann	166
B.2.4. Emisores no-cuerpo-negro	166
C. CALIBRACIÓN DE LA TERMOCÁMARA	169
D. FLUJO ÓPTICO VARIACIONAL	171
D.1. Modelo de estimación del flujo óptico mediante Cálculo Variacional	171
D.2. Deducción del sistema de ecuaciones diferenciales acopladas en derivadas parciales	172
D.3. Estimación mediante solución numérica	173
E. COEFICIENTES DE CONEXIÓN WAVELET	175
E.1. Introducción	175
E.2. Coeficientes de conexión Daubechies6 (D6)	177
E.2.1. Coeficientes de conexión de primer orden	178
E.2.2. Coeficientes de conexión de primer orden, con derivadas	178
E.2.3. Evaluación de los momentos	179
E.3. Coeficientes de conexión D6 mixtos	181
E.4. Coeficientes de conexión en multirresolución	182
F. REDUCCIÓN: ESQUEMA WAVELET A UNA RESOLUCIÓN	185
G. ALGORITMOS RELEVANTES DE MEDIDA	189

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Estructura de llama triple, tal como se describe en el trabajo de Chen et al. [34]	4
1.2. Gráfica reproducida de la Tesis Doctoral de Degroote [25], en dónde se propone una hipótesis sobre la relación entre la propagación de llamas sobre combustibles sólidos (rojo) y líquidos (negro). El incremento de la velocidad de propagación de la llama en combustibles líquidos frente al comportamiento esperado en sólidos se asigna a la presencia de una «lengua» de precalentamiento en la superficie del líquido generada por flujos de Marangoni eyectados desde la vecindad del frente de llama.	5
1.3. Representación esquemática del sistema físico. (a) Vista superior: corrientes superficiales en el líquido, frente a la llama. (b) Vista frontal: corrientes inducidas en el fluido por convección cerca de las paredes. (c) Vista lateral: corrientes inducidas por la presencia de la llama en las fases líquida y gaseosa.	6
1.4. Regímenes de propagación según experimentos de Akita [7] sobre metanol. Algunas hipótesis como la relación directa de la temperatura de flash point de un combustible las temperaturas de cambio de régimen han sido desmentidas por la evidencia experimental	8
1.5. Ciclos de una pulsación en la velocidad de propagación del frente de llama. Isopropanol, canal de 25mm [51].	8
1.6. Ejemplo de <i>streak photography</i> : trayectoria debida a los choques semielásticos de un objeto en el campo de visión de una cámara estándar; imagen obtenida por la técnica de estroboscopia.	10
1.7. <i>Streak photography</i> , obtenida por la técnica de estroboscopia, de una secuencia de la propagación de una llama a partir de un foco puntual. Reprint de [7]	10
1.8. Imágenes pseudostreak de la propagación de llamas sobre iso-propanol mediante secuencias de vídeo en el espectro visible. Ancho de canal de 25mm, para el régimen uniforme lento (arriba), régimen pulsante con T_∞ cerca de la bifurcación (medio) y régimen pulsante T_∞ lejos de la bifurcación. Reproducido del trabajo de Higuera et al. [39]	11
1.9. Vista lateral de secuencia de vídeo obtenida mediante la técnica de Schlieren en experimentos con iso-propanol [21]. Arriba, imagen representativa de la formación de la región termocapilar en el régimen pulsante; abajo, imagen de las vorticidades creadas en profundidad por el paso, en superficie, de la llama en el régimen uniforme lento. La llama se propaga de izquierda a derecha en la imagen.	12
1.10. Análisis de fase gaseosa: Densidad de la fase gaseosa mediante Interferometría holográfica [27].	13

1.11. Región de recirculación en la fase condensada, ubicada inmediatamente debajo del frente de llama. Imagen obtenida mediante PIV (Ross y Miller [22]).	13
1.12. Recirculación en la fase gaseosa observada en un túnel de humo [20]	14
1.13. Gráficas reproducidas del trabajo de McKinven[3]. Arriba: dependencia de la velocidad máxima de avance de la llama con el ancho del canal; abajo: dependencia de la velocidad máxima de la llama con la profundidad del canal.	15
1.14. (a) Regímenes de propagación obtenidos mediante simulación numérica (Higuera y García-Ybarra [26]) en función del número de Reynolds y de la energía aportada por el foco caliente (la llama) al líquido; el punto blanco marca la separación entre el régimen uniforme lento y el rápido. (b) Gráfica equivalente con datos experimentales, usando un canal de 25mm de ancho con isopropanol [51].	16
1.15. Resultados de la simulación de Di Blasi [11]. La subfigura (b) podría interpretarse como que, bajo la influencia de las corrientes de Marangoni, aparece un régimen de propagación con velocidades superiores a las esperadas sin considerar este efecto (régimen uniforme lento).	17
1.16. Evolución de los campos de velocidad en el gas y de las líneas de corriente en la fase condensada según las simulaciones basadas en el modelo de Schiller y otros [23]. En esta figura, se presentan las distintas fases que atraviesa dicho modelo durante un ciclo en el régimen pulsante.	18
1.17. Arriba, perfil de las isoterms arrastradas por el flujo viscoso inducido por las corrientes de Marangoni [38]. Abajo, imagen obtenida mediante técnica de Schilleren de las estructuras presentes en la fase condensada durante la propagación de una llama sobre n-propanol [21, 39].	19
1.18. (a) Gráfica de velocidad de propagación de la llama en el tiempo (adimensionales y normalizados), obtenida mediante simulaciones basadas en el modelo bidimensional de Higuera y García-Ybarra [26]. (b) Resultado experimental análogo para la velocidad de la llama en el centro del canal, usando un canal de 25mm de ancho lleno de isopropanol, con un valor de T_∞ perteneciente al régimen pulsante [51].	20
1.19. Posición del frente de llama, $x(\text{cm})$, en función del tiempo y longitud de la capa límite viscosa, $\delta_{\text{flow}}(\text{mm})$, según los resultados de la simulación del modelo de Schiller [23]. Las etiquetas sobre la gráfica están en $^\circ\text{C}$	21
1.20. Resultados numéricos de la evolución de la posición de la llama para distintos valores de T_∞ obtenidos mediante la simulación del modelo de elementos finitos propuesto por Cai y Sirignano [42]. Las líneas denotadas por «0g» se refieren a la eliminación de la flotación en la simulación al imponer condiciones de ingravidez, mientras que «1g» indica la introducción de una contribución de flotación.	21
1.21. Fotograma de una secuencia de vídeo obtenida mediante la técnica de PIV, presentada en el trabajo de Tashtoush y otros [32]	23
1.22. Reproducción de la figura 7 del trabajo de Ito et al. [31] referenciando la existencia de estructuras térmicas complejas en la zona de Marangoni.	24
1.23. Ondas capilares producidas por la presencia de corrientes de Marangoni y variaciones en la tensión superficial [22].	24

1.24. Gráfica reproducida del trabajo de Takahashi et al. [47] como justificación de la existencia de ondas capilares en la superficie del líquido en la zona inmediatamente anterior al frente de llama, en el que se detallan las variables espaciales relevantes, entre ellas la longitud de onda λ , la profundidad del canal H , el espesor de la capa límite viscosa h , la velocidad adimensional U	25
3.1. Esquema de la configuración experimental	34
3.2. Fotografía de la configuración experimental tal como se encuentra instalada en el Laboratorio de Combustión.	35
3.3. Esquema exterior del canal	36
3.4. Interior del canal, flujos de condicionamiento de la temperatura inicial del combustible.	37
3.5. Ejemplo de imagen termográfica, escala de grises	40
3.6. Sistema de captura y preprocesamiento de secuencias de vídeo digital	42
3.7. Calibración espacial: razón de aspecto de los píxeles en formato PAL estándar.	43
3.8. Calibración espacial. Imagen termográfica de una regla metálica. Captura realizada con $T_{media} = 10^{\circ}\text{C}$ y $\Delta T = 30^{\circ}\text{C}$. Las manchas negras corresponden a sitios con combustible condensado por contacto con el metal de la regla, a su vez en contacto con las paredes metálicas del canal refrigerado.	44
3.9. Artefacto de entrelazado debido a desplazamientos rápidos que suceden durante el cambio de captura de líneas pares e impares por la termocámara.	44
3.10. Diagrama de flujo del protocolo experimental empleado para la toma de datos de este trabajo.	47
3.11. Diagrama del proceso de captura	50
3.12. Captura de pantalla de la SImageGUI con imagen adquirida desde el magnetoscopio y, simultáneamente, con la ROI recortada según la selección del usuario en la primera.	52
4.1. Perfiles de temperatura en el eje central del canal en una secuencia de vídeo representativa para diferentes instantes del proceso de propagación.	54
4.2. Validez de segmentación por umbral estimado con criterios estadísticos: imagen original (arriba – isopropanol, canal de 25 mm, $T_{\infty} = 1,0^{\circ}\text{C}$); combinación de las dos imágenes segmentadas, resultado de la adición de la segmentación de la zona reactiva y de la segmentación de la región de Marangoni (centro – $\mu = 65,41$, $\sigma_T = 1,998$); perfil de la fila central de la imagen en niveles de gris.	55
4.3. Diagrama de procesos y subprocesos empleados en la construcción de imágenes sintéticas.	58
4.4. Ejemplo de utilización de una imagen <i>pseudostreak</i> para la detección y medida de diferentes estructuras térmicas en una instancia experimental con isopropanol a baja temperatura. Las curvas en naranja siguen el <i>tip</i> de la zona termocapilar y del frente de llama, mientras que las curvas en cian, verde y rojo demuestran que incluso estructuras sutiles como el anteriormente llamado «valle frío» de los experimentos en propanol puede ser detectado y segmentado.	59

4.5. Ejemplos de perfiles de intensidad sobre líneas extraídas a diferentes distancias del centro del canal cuando no hay simetría, para una imagen aparentemente asimétrica (isopropanol).	60
5.1. Hipótesis del continuo	62
5.2. Explicación esquemática del transporte de intensidad mediante estimación de campos de movimiento.	64
5.3. Problemas en la estimación del flujo óptico: (a) oclusión, (b) indeterminación tipo «apertura».	65
5.4. Estimación del flujo óptico para secuencias tipo (cubo de Rubik, recuadros de la izquierda), comparación entre las técnicas de Lucas–Kanade y de Horn–Schunck, respectivamente de izquierda a derecha. Resultados presentados en el estudio del desempeño de diferentes técnicas de estimación desarrollado por Barron et al. [14].	68
5.5. <i>Reprint</i> de la estimación de flujos en fluidos para una secuencia de vídeo meteorológico del satélite WP MeteoSat (imágenes superiores). En su trabajo, Corpetti et al. [37] comparan el resultado de la estimación mediante la regularización especializada propuesta (centro) y una regularización genérica tipo Horn–Schunck (abajo).	69
5.6. Comparación entre movimiento fluido libre (ideal) a la izquierda y el perfil de velocidades real que se desarrolla bajo fricción viscosa, a la derecha. La velocidad se anula en las coordenadas de la interfaz entre pared y fluido, lo que implica condiciones de Dirichlet. Una capa límite viscosa se produce en el entorno de las paredes del contenedor, mientras que, para canales suficientemente anchos, la velocidad del centro del canal (vértice del perfil parabólico) equivaldría a la velocidad promedio del movimiento en condiciones libres, v_∞ , lo que indica la existencia de condiciones de Von Neumann.	70
6.1. Subpulsaciones en regímenes pulsante (arriba) y uniforme lento (abajo) para isopropanol (izquierda) y n-propanol (derecha); ancho de canal: 25mm en todos los casos. [Introducir en inkscape la frecuencia para cada caso y la temperatura de cada experimento]	94
6.2. Gráficas de velocidad contra tiempo en el régimen uniforme rápido para para anchos de canal de 15mm, 20mm, 25mm y 30mm, $T_\infty \sim 23,5^\circ\text{C}$	95
6.3. Gráficas de Velocidad contra tiempo en el régimen uniforme lento para para anchos de canal de 15mm, 20mm, 25mm y 30mm, de arriba a abajo y de izquierda a derecha; $T_\infty \sim 18^\circ\text{C}$	95
6.4. Gráficas de Velocidad contra tiempo en el régimen pulsante para diferentes anchos de canal. Las gráficas se centran en un máximo de velocidad característico, para anchos de canal de 15mm, 20mm, 25mm y 30mm, de arriba a abajo y de izquierda a derecha; $T_\infty \sim 11^\circ\text{C}$	96
6.5. Gráficas de Velocidad contra tiempo en el régimen uniforme rápido para para anchos de canal de 20mm a (arriba), 25mm (abajo–izquierda) y 30mm (abajo–derecha); $T_\infty = X$ 97	
6.6. Gráficas de velocidad contra tiempo en el régimen uniforme lento para para anchos de canal de 20mm a (arriba), 25mm (abajo–izquierda) y 30mm (abajo–derecha). $T_\infty \sim 12^\circ\text{C}$	98

6.7. Gráficas de velocidad contra tiempo en el régimen pulsante para anchos de canal de 20mm (arriba), 25mm (abajo-izquierda) y 30mm (abajo-derecha); $T_{\infty} = X$	98
6.8. Imagen pseudostreak para un canal de 10 mm con iso-propanol, $T_{\infty} \simeq 6,0^{\circ}C$	99
6.9. Pulsos cuasiperiódicos con extinción. Iso-propanol, ancho del canal: 10mm, temperatura inicial: $2,5^{\circ}C$	100
6.10. Pulsos cuasiperiódicos con extinción. Iso-propanol, ancho del canal: 10mm, temperatura inicial: $12,6^{\circ}C$	100
6.11. Pulsos cuasiperiódicos con extinción. Iso-propanol, ancho del canal: 10mm, temperatura inicial: $17,3^{\circ}C$	101
6.12. Regímenes de propagación, v (cm/s) vs. $T_{\infty} (^{\circ}C)$ para iso-propanol; ancho del canal: 25mm	103
6.13. Velocidades máximas y mínimas en función de la temperatura inicial del combustible para 20 y 30 mm en iso-propanol.	104
6.14. Clasificación de los regímenes de propagación en iso-propanol en función de la temperatura y del ancho del canal	105
6.15. Regímenes de propagación, v (cm/s) vs. $T_{\infty} (^{\circ}C)$ para n-propanol; ancho del canal: 25mm	106
6.16. Velocidades máximas, mínimas y medias en función de la temperatura inicial del combustible para 10, 15, 20 y 30 mm en n-propanol.	107
6.17. Clasificación de los regímenes de propagación en n-propanol en función de la temperatura y del ancho del canal	108
6.18. Bifurcación de paso al régimen pulsante en n-propanol, 15mm (izq) y 25mm (der)	109
6.19. Comparación de comportamientos para regímenes con extinción para iso-propanol en canales más estrechos (10mm, $T_{\infty} = -0,1^{\circ}C$, izquierda) y sin extinción en canales más anchos (25mm, $T_{\infty} = 2,4^{\circ}C$ derecha). La línea púrpura indica el ajuste por mínimos cuadrados de la posición de máximo avance de la llama, con un polinomio de orden 7, para cada ancho.	110
6.20. Regímenes de propagación en anchos de canal en los que se presentan extinciones. Combustible: iso-propanol; ancho del canal: 10mm	111
6.21. Incertidumbre en la estimación de la frecuencia de las subpulsaciones. Iso-propanol, canal de 25mm, $T_{\infty} = 3,5^{\circ}C$. En rojo, la velocidad instantánea de propagación de la llama respecto al tiempo; en azul, una señal sinusoidal periódica con $\nu = 50$ cps, la frecuencia de adquisición desentrelazada de la señal TV de la termocámara.	112
6.22. Gráfica de la frecuencia de las subpulsaciones respecto a la temperatura inicial del combustible para n-propanol.	114
6.23. Perfil de temperaturas para un instante de la propagación de una llama sobre n-propanol a $T_{\infty} = 6,9^{\circ}C$; ancho del canal: 20mm	115
6.24. Ondas térmicas en el entorno del frente de llama	116

6.25. Perfiles de las perturbaciones capilares en superficie de n-propanol confinado un canal de 30 mm observadas mediante la proyección de una hoja de laser sobre el eje central del canal . A la izquierda, el líquido en reposo, instantes antes de la aparición del frente de llama. En el centro, perturbación debida a la aparición de la llama (izquierda de la imagen) con $T_{\infty} = 5,9^{\circ}\text{C}$. A la derecha, perturbación ocasionada por la llama para un experimento con $T_{\infty} = 11,8^{\circ}\text{C}$	117
6.26. Evolución de las ondas térmicas sobre la región de Marangoni en un experimento realizado con n-propanol. Ancho del canal: 30mm, $T_0 = 11,4^{\circ}\text{C}$	117
6.27. Región de una «streak photograph» para la propagación de una llama en el régimen pulsante, n-propanol, ancho del canal: 30mm, $T_{\infty} = 4,1^{\circ}\text{C}$	118
6.28. Periodo (a), velocidad de propagación (b) y longitud media de onda (c) de las ondas térmicas superficiales calculadas en la región resaltada de la figura para n-propanol; ancho del canal: 30mm, $T_{\infty} = 4,1^{\circ}\text{C}$	119
7.1. Estructuras térmicas desarrolladas sobre la región de Marangoni para n-propanol con un ancho del canal de 10mm (arriba), 20mm (medio) y 30mm (abajo).	122
7.2. Evolución de las estructuras tipo Von Karman a lo largo del canal durante la propagación de la llama. Ancho del canal: 30 mm, $T_0 = 11,4^{\circ}\text{C}$	122
7.3. Isolíneas de temperatura y regiones extraídas por técnicas de procesamiento de imágenes. (a) $0,0^{\circ}\text{C}$, (b) $1,0^{\circ}\text{C}$ y (c) $2,5^{\circ}\text{C}$; ancho del canal: 25mm	125
7.5. Dos cuadros consecutivos, representativos de una secuencia de vídeo termográfico. Los cuadros se encuentran recortados a la ROI que, para este estudio, corresponde a la superficie del canal que se encuentra en el campo de visión de la termocámara.	126
7.4. Isolíneas obtenidas mediante procesamiento de imágenes (a) y curvas de nivel del ajuste polinomial (b) para la región de Marangoni en un fotograma del experimento realizado con isopropanol en un canal de 25mm y con $T_{\infty} = 1,0^{\circ}\text{C}$	126
7.6. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 20 mm de ancho con isopropanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$	130
7.7. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 25 mm de ancho con isopropanol, $T_{\infty} = 0^{\circ}\text{C}$	131
7.8. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 30 mm de ancho con isopropanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$	132
7.9. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 10 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$	133
7.10. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 10 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 82^{\circ}\text{C}$	134
7.11. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 15 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$	135
7.12. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 15 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 8^{\circ}\text{C}$	136
7.13. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 20 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$	137

7.14. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 25 mm de ancho con n-propanol, $T_\infty = 2^\circ\text{C}$	138
7.15. Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 30 mm de ancho con n-propanol, $T_\infty = 0^\circ\text{C}$	139
7.16. Campo de velocidad, n-propanol, canal de 30mm, $T_\infty = 7,1^\circ\text{C}$, $t = 0\text{ s}$ a 1.2 s (paso 0.2 s)	140
7.17. Campo de velocidad, n-propanol, canal de 30mm, $T_\infty = 7,1^\circ\text{C}$, $t = 1.4$, $t = 1,48\text{ s}$, $1.6 - 2.2$	141
7.18. Campo de velocidad, n-propanol, canal de 30mm, $T_\infty = 7,1^\circ\text{C}$, $t = 2,4\text{ s}$ a 3.2 s	142
7.19. Campos de velocidad estimados para n-propanol, ancho del canal: 15 mm, para $\lambda = \gamma = 10$ (arriba), $\lambda = \gamma = 2,5$ (abajo). Módulo de la velocidad en $x = 0,1034\text{ m}$, para para $\lambda = \gamma = 10$ (izquierda), $\lambda = \gamma = 2,5$ (derecha)	143
7.20. Comparación entre los resultados de la estimación del flujo óptico en los cuadros consecutivos de la figura 7.5: (a) modelo simple de Horn-Schunck ($R(u, v) = \alpha [\nabla u ^2 + \nabla v ^2]$), (b) método de diferencias finitas aplicado a un funcional de intensidad con un regularizador div-curl (5.7)– y (c) estimación multirresolución basada en wavelets. Todos los resultados fueron obtenidos para $\lambda = 2,5$ y $\gamma = 2,5$. Las unidades de los ejes están en píxels.	144
7.21. Estimación del error para un conjunto de dos pares de imágenes de la secuencia, partiendo de la misma imagen inicial y variando la distancia de ésta a la final en 0,08s (columna de la izquierda) y 0,12s (columna de la derecha). El intervalo de niveles de gris para la región de Marangoni en estas imágenes es de 120. Usando este valor, se calculó la desviación porcentual global en cada par de imágenes, $\varepsilon_f(\%)$	145
7.22. Tipos de estructuras en función del ancho y la temperatura para isopropanol. Sólo se observó una clase aunque, por longitud, podría hablarse de una subclase con una zona termocapilar más larga y suave en canales estrechos a bajas temperaturas (violeta). Las regiones amarilla y roja de la gráfica representan, de nuevo, las regiones correspondientes a los regímenes uniforme lento y rápido, en los que no se observó región termocapilar.	147
7.23. Tipos de estructuras en función del ancho y la temperatura para n-propanol, correspondiendo (según la clasificación del cuadro 7.1) el azul a la clase 2, el púrpura a la clase 3, el oliva a la clase 4 y el verde a la clase 5. Amarillo y rojo corresponden a los regímenes uniformes en donde no es observable una región de Marangoni.	148
7.24. Comparación de campos de velocidad en la línea central del canal. (a) Valores experimentales obtenidos por flujo óptico en isopropanol ($T_\infty = x$, $chw=25\text{mm}$). (b) Predicción teórica según [38]	150
7.25. Thermographic ROIs (left) acquired with 0,6 seconds of difference (30 frames); initial probe matrix (top-right) evolves according to fluid motion fields along the acquisition time, converging to a spatial structure (bottom-right) closely resembling the heat distribution (bottom-left) on the fluid surface.	151
7.26. Región del campo de velocidades de la que es extraída la velocidad característica del fluido en la zona termocapilar.	151
7.27. Clasificación de regímenes en función de Re y T_∞	152

B.1. El espectro electromagnético.	163
B.2. Emitancia radiante espectral de cuerpo negro de acuerdo a la Ley de Planck, graficada para varias temperaturas absolutas [56].	165
B.3. Curvas planckianas graficadas en escala semilogarítmica desde 100 K hasta 1000 K. La línea punteada representa la posición de la máxima emitancia radiante a cada temperatura como se describe en la ley de desplazamiento de Wien.	165
B.4. Emitancia radiante espectral y emisividad espectral de tres tipos de radiadores	168
C.1. Curvas de calibración para las combinaciones de nivel (<i>level</i>) y ventana térmica (<i>span</i>) empleados.	170

ÍNDICE DE TABLAS

1.1. Métodos experimentales y su aplicación al estudio de aspectos particulares del fenómeno	14
3.1. Listado y características del instrumental utilizado para el control de parámetros experimentales y medida de magnitudes físicas	38
5.1. Contribuciones a la estimación por optimización de la componente horizontal de la velocidad, u	79
6.1. Anchos de canal empleados en los experimentos. En iso-propanol, el experimento realizado con un ancho de canal de 15mm presenta un comportamiento complejo e irregular imposible de encajar en la descripción usual.	91
6.2. Resoluciones espaciales para las secuencias experimentales practicadas para el presente trabajo.	92
7.1. Casos representativos de estructuras térmicas para experimentos con n-propanol. . . .	127
7.2. Estructuras vorticiales presentes a altos gradientes de temperatura ($T_{llama} - T_{\infty}$) en canales anchos (izquierda). La columna de la derecha muestra el comportamiento análogo con las estructuras vorticiales que aparecen en el flujo laminar en presencia de un obstáculo (para este ejemplo, un cilindro de corte esférico), con número de Reynolds de 17,9, 73,6 y 163,0 respectivamente. La imagen inferior presenta el caso de una estructura de tipo 5, sin analogía directa.	149
A.1. Parámetros físicos y químicos del iso-propanol	161
A.2. Parámetros físicos y químicos del n-propanol	162

AGRADECIMIENTOS

Todas las empresas de largo vuelo requieren, para su materialización y culminación, de la intervención de muchas personas, precisan de sus acciones y decisiones (incluso, como se suele decir, también de sus omisiones, voluntarias o no); así, el producto de aquellas empresas siempre debería ser atribuido, no sólo a quien las tuvo por actividad central durante su desarrollo, sino a todos los que hicieron posible que las ideas y perspectivas iniciales terminaran convirtiéndose en hechos y realidades.

El «camino académico» –ese tipo de vida prácticamente ascética, para muchos, en sus primeras etapas– es esencialmente vocacional y sus recompensas son, casi siempre, contradictorias, paradójicas. Por ello, para conseguir un final exitoso es indispensable contar el apoyo de quienes han logrado «sobrevivir para la causa», tras los sacrificios propios de todo comienzo. En ese aspecto, me es imperativo resaltar la confianza que recibí de parte del profesor José Carlos Antoranz, quien hizo posible mi llegada y mi permanencia en España durante el desarrollo de este trabajo doctoral en sus primeros años de realización. Esa fase inicial pudo pasar de posibilidad a realidad gracias al apoyo e interés del profesor José Luis Castillo, quien dio al trabajo un contexto, además de facilitar la consecución de los medios para llevarlo a cabo. Tal interés ha sido demostrado, también, por el profesor Pedro García-Ybarra tras su paso por el CIEMAT, lo que ha permitido dar al trabajo la continuidad que exige a través de sus resultados.

Dichos resultados (y el hecho mismo de poder llegar al instante de redactar estas líneas) no hubieran sido siquiera concebibles sin la intervención del profesor Vladimir Sankovitch. El mundo como lo conocemos está en constante proceso de construcción por quienes superan la conjetura (esa descripción vaga de posibilidades, de características deseables, de requerimientos, de resultados «esperables») y pueden pasar directamente a la creación, a la elaboración, a la manufactura de objetos útiles, a la modificación del entorno según necesidades y previsiones. Esa habilidad –que constituye para mí la más relevante y necesaria de las manifestaciones de la inteligencia humana– caracteriza al profesor Sankovitch y merece mi más sincera y humilde manifestación de admiración – además de mi gratitud por haberla puesto al servicio de este trabajo.

En otro contexto diferente, también hicieron una aportación imprescindible al correcto desarrollo de esta Tesis las estimadas secretarías del Departamento de Física Matemática y de Fluidos de la UNED; en particular, por su cercanía personal, D^a M^a Carmen Cao, D^a Trinidad Muñoz, y D^a Belén Gallardo. Sin su labor continua y cotidiana, cualquier actividad de investigación sería sencillamente inviable.

Gratitud merece igualmente el apoyo, la acogida y el cariño recibido de parte de Pedro Córdoba, Rubén Sierra, Mar Serrano, Juan Medina, Gemma Campos, Cristina Santa Marta y Norberto Malpica, quienes, entre otros tan simpáticos como ellos, han hecho mi estadía en España más cálida y humana... y también más fácil de sobrellevar en esos primeros momentos de adaptación personal al nuevo entorno. La cara buena y amable del país en el que se ha llevado a cabo este trabajo tiene sus rasgos.

Acogedor también ha sido, por supuesto, el círculo más próximo, las personas que me han hecho sentir

uno de los suyos. Daniel Rodríguez Pérez, Álvaro Perea y Jesús San Martín, además de directores, orientadores y colegas en éste y otros trabajos paralelos, han sido mis amigos en el sentido más profundo de la palabra. A ellos debo, sin temor a caer en exageraciones, que este trabajo haya contado siempre con la esperanza de llegar a buen término. Su consejo, apoyo y confianza han sido inestimables como motivación y guía para mantenerme en el camino y soportar sus inevitables recodos y adversidades. Igualmente, la presencia desde la distancia del profesor Eduardo Romero, como soporte, interlocutor y amigo entrañable, ha alimentado más recientemente la certeza del presente y la ilusión del futuro de algunas líneas de investigación iniciadas o profundizadas en el cuerpo de esta Tesis.

Finalmente, no por obvia ha de ser menos explícita la mención de aquellos que siempre han confiado en mi esfuerzo y en mis decisiones y lo han demostrado a través de su cariño y apoyo irrestrictos: mis queridos padres Víctor Hugo e Iglé, mi amada y paciente esposa Isabel y mi hermosa hija Ana Victoria.

RESUMEN

Los mecanismos físicos que rigen la propagación de una llama sobre un combustible líquido son, todavía, objeto de intensa discusión científica en los campos de la Física de Fluidos y de la Combustión, al tratarse de un problema altamente complejo desde el punto de vista fenomenológico, en el que los diferentes procesos que determinan su dinámica inciden de manera simultánea y sutil.

Así, el estudio de los mencionados mecanismos, que hacen que la propagación de llamas sobre combustibles líquidos sea significativamente diferente a la que se da en el caso de combustibles sólidos (notoriamente más simple), requiere un riguroso estudio desde el punto de vista experimental, lo que permitirá establecer el carácter y la relevancia de cada uno de los mencionados mecanismos en la dinámica general del fenómeno de propagación. Para ello, es indispensable utilizar métodos de medida fiables y precisos, a la par que se hace necesario que el empleo del material propio de dichos métodos respete, en el mayor grado posible, las condiciones experimentales en las cuales el fenómeno es observado y estudiado, más aún si se tiene en cuenta la alta sensibilidad de los fenómenos asociados a reacciones de combustión frente a las condiciones iniciales y a las irregularidades del medio.

Esta Tesis Doctoral presenta el desarrollo y la implementación de una serie de herramientas metodológicas que contribuyen a la profundización del estudio de la propagación de llamas sobre combustibles líquidos, aprovechando los más recientes desarrollos en los campos de la tecnología del video digital, la electrónica de la termografía infrarroja y los modelos de seguimiento y medida de campos de desplazamiento y deformación a través de los avances en Visión Artificial. La utilización de las herramientas provistas por cada una de las mencionadas áreas –descritas en el capítulo 3– ha permitido abordar dos diferentes líneas de trabajo que, hasta la fecha de iniciación de este trabajo de investigación, estaban a la espera de ser tratadas de manera sistemática.

La primera de dichas líneas de investigación es la extensión, a través de métodos de medida más robustos y precisos, de los estudios experimentales¹ de la dinámica del fenómeno en profundidad, particularmente en lo referido a los fenómenos de pequeña escala (pulsaciones de alta frecuencia en el frente de propagación de la llama, capas límite, perturbaciones de la superficie del combustible, etc.). Los detalles de la metodología necesaria para llevar a cabo este propósito se presentan en el capítulo 4, mientras que los resultados y su discusión son expuestos en el capítulo 6.

La segunda línea de investigación abordada parte, justamente, del reconocimiento de que, a pesar de la geometría comúnmente utilizada para el estudio de propagación de llamas sobre combustibles (un canal largo y estrecho que reduce la aparición de inestabilidades en el frente de llama), los fenómenos de transporte en superficie –que se dan en los intervalos de temperatura inicial del combustible² en los que la dinámica de la propagación se aleja de la observada para combustibles sólidos– no pueden

¹El trabajo experimental se desarrolló en colaboración con el personal del Laboratorio de Combustión del Dep. de Física Matemática y de Fluidos de la UNED, en cuyas instalaciones se llevó a cabo el acondicionamiento del montaje y las series experimentales empleadas para la extracción de datos.

²Temperatura ésta que se denotará, por continuidad con trabajos previos, como T_{∞} .

ser modelados completa y correctamente como procesos unidimensionales. Por ello, y atendiendo a las líneas indicadas por trabajos previos³, se ha dado comienzo al estudio detallado de la dinámica de los fenómenos de transporte de calor y masa en superficie como los procesos que, a través de su contribución a la vaporización del combustible líquido, determinan la dinámica de la propagación de la llama para temperaturas iniciales intermedias y la aparición de diferentes regímenes en dicha propagación.

Siendo fundamental, en este contexto, el estudio del transporte de calor, es natural la introducción de técnicas de medida aplicadas a datos provenientes de termografía infrarroja. Ésta se ha empleado desde finales de los años 1960 para visualización, pero raramente para medida cuantitativa de campos de temperatura o para la estimación de flujos convectivos y difusivos. Éste es, de hecho, uno de los aportes metodológicos principales de la tesis: la aplicación de técnicas de medida no invasiva a la estimación del movimiento de los campos de temperatura presentes en la superficie del combustible en temperaturas iniciales intermedias, correspondientes al régimen pulsante de propagación (el más complejo y difícil de explicar), como medio para la obtención de datos que permitan en estudios teóricos subsiguientes la descripción de los mecanismos que rigen la aparición de pulsaciones en la velocidad de avance de la llama. Para ello, se extendió el modelo de Flujo Óptico⁴ para adaptarlo al caso del seguimiento de movimientos en vídeo termográfico y para resolverlo mediante un esquema numérico robusto basado en la solución multirresolución a través de la teoría Wavelet. La aplicación de estas técnicas, provenientes de la Visión Artificial, a las medidas de flujos en fluidos son detalladas en el capítulo 5 y en los apéndices D, E y F, en tanto que los resultados se describen y discuten en el capítulo 7.

Para finalizar, esta tesis concluye con la presentación de las conclusiones más relevantes obtenidas a lo largo de la elaboración de esta Tesis Doctoral, tanto desde el punto de vista metodológico como aplicado al problema concreto de la propagación de llamas sobre combustible líquido. Algunas líneas de evolución futura para los campos de investigación incidentes en el trabajo desarrollado se proponen tras exponer dichas conclusiones.

³H. Ross. Ignition and Flame Spreading over Laboratory-Scale Pools of Pure Liquid Fuels. *Prog. Energy Combustion Science*, 20:1763, 1994.

⁴B. K. P. Horn and B. G. Schunck. Determining optical flow. *Artif. Intell.*, 17(1-3):185203, 1981.

ABSTRACT

The mechanisms governing the spread of flame over a liquid fuel are still subject of intense scientific debate within the fields of Physics of Fluids and Combustion. They comprehend highly complex transport processes acting simultaneously and subtly to determine the dynamics. The result is thus significantly different from the simpler solid fuel case.

The study of those mechanisms –allowing the flame to spread through the vapour over the liquid fuel– requires rigorous experimental research to establish their nature and significance in the global dynamics. This demands reliable and accurate measurement methods, taking advantage of those technological tools that respect, as much as possible, the conditions in which the experiment is observed and studied. This is specially important because combustion phenomena are highly sensitive to initial conditions and environmental irregularities.

This PhD thesis presents the development and implementation of the methodological tools contributing to the experimental study of flame spreading over liquid fuels. We have taken advantage of the latest developments in Digital Video technology, Infrared Thermography and Artificial Vision algorithms to study the fuel temperature field motion and deformation. The application of tools from each of those areas –as described in Chapter 3– has produced two new different research lines, briefly described in the following paragraphs.

The first line consists in the extension, through more robust and accurate measurement methods, of experimental⁵ 1D+depth experimental studies. We have focused particularly in small-scale phenomena (flame velocity high-frequency pulsations, boundary layers, fuel surface perturbations, etc.). Details of this methodological approach are given in Chapter 4; also new representative results are presented and briefly discussed in Chapter 6.

The second line deals with surface heat and mass transport dynamics. Despite the usual geometry simplifications for flame spreading over fuels (reduced to long, narrow channels designed to diminish flame edge instabilities), liquid-phase transport phenomena –that become important for initial temperature⁶ intervals far from the solid-like spreading region– cannot be correctly addressed as unidimensional processes. Therefore, taking into account the proposed research lines pointed by previous works⁷, this thesis initiates the experimental study of the on–surface heat and mass transport dynamics. This fluid dynamical contribution to the heat transport and vaporization rate might explain the complex flame spreading behaviour at different spreading regimes.

Since heat transport is a key aspect of this study, it is natural to introduce measurement techniques based on infrared thermographic data. Although this acquisition technique has been used since the late

⁵The experimental work of this Thesis was carried out in collaboration with the staff of the Laboratorio de Combustión of the Department of Física Matemática y de Fluidos at the UNED. The setup and the development of the experimental series were performed using its facilities.

⁶This temperature will be referred to as T_∞ , following previous works notation.

⁷H. Ross. Ignition and Flame Spreading over Laboratory-Scale Pools of Pure Liquid Fuels. Prog. Energy Combustion Science, 20:1763, 1994.

1960s to display thermal information, it has been rarely applied to extract quantitative information of convective or diffusive flows in temperature fields. This is, indeed, one of the main methodological contributions of this thesis: the development of noninvasive motion field measurement techniques for on-surface temperature distributions. The results of these measurements will help in the exploration of the fundamental mechanisms causing the emergence of pulsating flame spread. The Optical Flow motion estimation model⁸ has been extended and adapted for thermographic video tracking. In order to obtain a reliable estimation a numerical scheme based on the Wavelet multiresolution theory has been implemented. These developments of the Artificial Vision techniques are detailed in Chapter 5 and in the appendices D, E and F. Some representative results are described and discussed in Chapter 7.

Finally, the most relevant conclusions obtained along this research work are shown, both from the methodological and from the applied (experiments on flame spreading over liquid fuels) perspectives. After that, and in accordance with the conclusions, some future research lines are proposed.

⁸B. K. P. Horn and B. G. Schunck. Determining optical flow. *Artif. Intell.*, 17(1-3):185203, 1981.

Parte I

INTRODUCCIÓN

Capítulo 1

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

El fenómeno de la propagación de llamas sobre combustibles ha sido estudiado desde múltiples perspectivas e intereses. Tratándose de un asunto de marcado carácter aplicado, en particular en el campo de la seguridad industrial (control de fuego en depósitos de material combustible) y, más generalmente, de la eficiencia energética en el contexto del agotamiento de las fuentes de hidrocarburos, su interés trasciende este ámbito para convertirse en un asunto de investigación fundamental, dado que la riqueza de fenómenos incidentes en el proceso de ignición y propagación de la zona reactiva a lo largo del espacio en el que combustible y comburente se mezclan permite estudiar las características físico-químicas de dichos medios y su dinámica.

La propagación de llamas sobre combustibles sólidos ha sido ampliamente estudiada y la comprensión de este fenómeno se halla en un estadio más avanzado que el objeto de estudio del presente trabajo. La propagación de llamas sobre combustibles líquidos también ha sido objeto de estudio por múltiples grupos a lo largo de las últimas décadas, aunque su abordaje es menos frecuente y los resultados obtenidos menos concluyentes, dada la mayor complejidad del fenómeno y el elevado grado de sofisticación que requiere una instrumentación experimental que permita el control de sus múltiples parámetros incidentes, presentándose además como un fenómeno bastante inestable, sensible a pequeñas variaciones del entorno y altamente dependiente de las condiciones iniciales. Todo esto hace que muchas cuestiones que atañen al estudio de la propagación de llamas sobre combustibles líquidos sean considerados todavía como problemas abiertos.

1.1. Física del fenómeno

Una llama es una región del espacio en la que se desarrolla una reacción química, muy rápida y altamente exotérmica, entre especies en fase gaseosa. Dicha reacción es denominada combustión y en ella participan dos tipos de especies, una oxidante (comburente) y otra que es oxidada (combustible) [60].

Cuando los reactivos están previamente mezclados, la llama tiende a estar más localizada, denominándose «de premezcla», separando el espacio a su alrededor en una región quemada y una región sin quemar. Si los reactivos están separados, la llama se ubica alrededor de la zona en la que el flu-

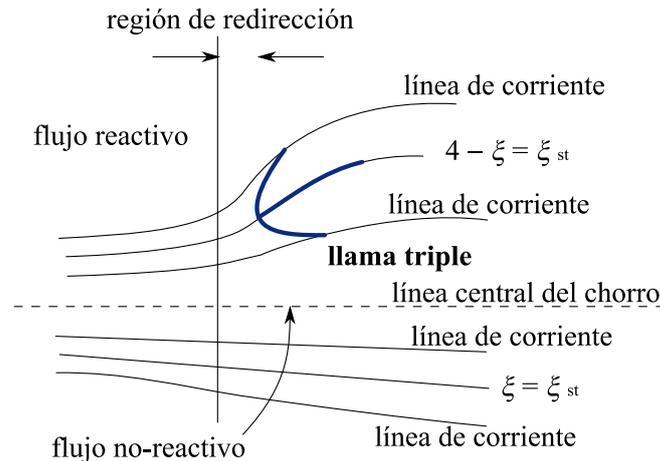


Figura 1.1: Estructura de llama triple, tal como se describe en el trabajo de Chen et al. [34]

jo de estos alcanza el equilibrio estequiométrico; este tipo de llama se denomina de difusión o «no premezclada» [16].

La reacción química (combustión) es posible sólo en un rango determinado de presiones parciales de combustible y comburente para ciertos valores de la temperatura exterior a la llama.

La ignición y el mantenimiento de la reacción sólo se pueden dar para proporciones adecuadas de combustible y comburente en la mezcla. El límite de máxima concentración de combustible para el cual la ignición se produce se conoce como «límite rico de flamabilidad» (*rich limit*), mientras que el límite de mínima concentración de combustible que permite la ignición se conoce como «límite pobre de flamabilidad» (*lean limit*) [17]. La temperatura mínima a la que es posible conseguir la ignición en este límite pobre es denominada «*flash point*»¹.

Un exceso en la proporción de alguna de las especies frente a las demás causará un incremento en la dificultad de encontrar condiciones en la región para que se inicie la reacción (ignición). La ignición es posible si la tasa de producción de energía en la zona reactiva es mayor que la tasa de disipación de esa energía hacia el exterior. Esta proporción es cuantificada mediante el número adimensional de Damköhler² ($Da = \frac{t_D}{t_Q}$). Con $Da > 1$ es posible que la reacción química sea automantenida [60].

Las pérdidas térmicas hacia el exterior del entorno de la zona reactiva pueden limitar la temperatura alcanzable en dicho entorno, lo que impide el inicio o el mantenimiento de la combustión. Todo esto hace que una llama de premezcla se mantenga a cierta distancia de cualquier barrera o superficie, en particular de la interfase del combustible condensado; esta distancia es conocida como «distancia de extinción» (*quenching*). Justo por debajo de esta distancia, las pérdidas térmicas hacia la superficie del combustible superan a la energía aportada por la reacción, dado su carácter exotérmico [61].

Cuando las condiciones que permiten la presencia de una reacción automantenida se pierden, bien sea por consumo del combustible o por aumento de las pérdidas térmicas, la reacción se detiene, lo que equivale a una extinción. La presencia de la llama, región altamente exotérmica, sobre la interfase del combustible condensado produce en éste reacciones propias de la cercanía de una fuente de calor altamente energética (como un incremento en la vaporización del combustible y un movimiento superficial inducido por las variaciones de tensión superficial causado por las diferencias de temperatura).

¹Esta definición de flash point corresponde al método de estimación «open cup», que es el más adecuado para el estudio de propagación de llamas sobre combustibles [17].

²La proporción se establece numéricamente a través de los tiempos característicos de difusión, t_D , y de reacción química, t_Q .

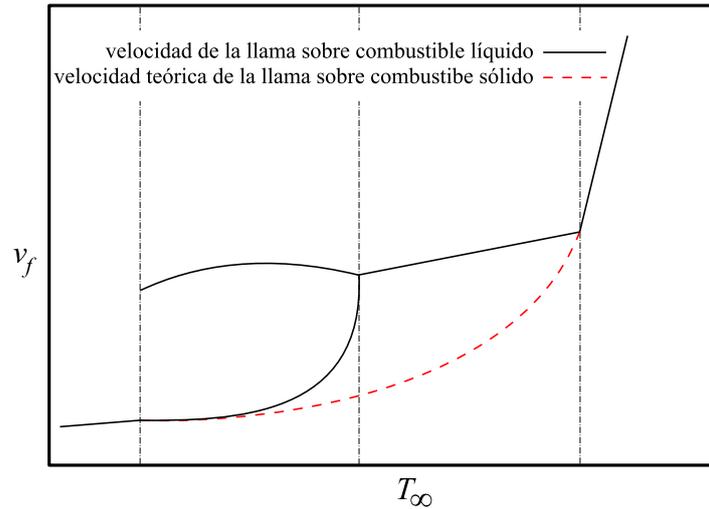


Figura 1.2: Gráfica reproducida de la Tesis Doctoral de Degroote [25], en dónde se propone una hipótesis sobre la relación entre la propagación de llamas sobre combustibles sólidos (rojo) y líquidos (negro). El incremento de la velocidad de propagación de la llama en combustibles líquidos frente al comportamiento esperado en sólidos se asigna a la presencia de una «lengua» de precalentamiento en la superficie del líquido generada por flujos de Marangoni eyectados desde la vecindad del frente de llama.

En combustibles sólidos, esta vaporización se da por sublimación o fusión–evaporación, alimentando la reacción y, por ende, favoreciendo la propagación de la llama a lo largo de la superficie del combustible. El flujo de calor en el interior del combustible sólido se rige por la ley de Fourier para la conducción del calor, produciéndose un perfil de temperaturas que varía según la llama avanza sobre su superficie. El estudio de este fenómeno se restringe a las interacciones de la zona reactiva con una región estrecha en la superficie del combustible y con las regiones externas a dicha zona en la fase gaseosa [6].

En el caso de los combustibles líquidos, las interacciones entre las estructuras presentes en la fase gaseosa y la fase condensada se ven condicionadas por los fenómenos que suceden en esta última, tanto en superficie como en profundidad. La existencia de una región altamente energética sobre la superficie del combustible induce la aparición de mecanismos de transporte asociados a las características físicas de los líquidos: los flujos de Marangoni (corrientes en la superficie de un líquido ocasionadas por un diferencial de tensión superficial, producido casi siempre por la presencia de un gradiente de temperaturas) y las corrientes convectivas debidas a las diferencias que los gradientes de temperatura producen en la densidad del fluido (flotación), ambas acopladas por los efectos viscosos que ejercen fuerzas entre capas del fluido que se mueven a diferentes velocidades (fricción viscosa–arrastré viscoso).

La contribución relativa de las fuerzas de flotación es pequeña debido a que el calentamiento se produce desde arriba y la estratificación del fluido es estable. Así pues, las corrientes en el interior de la fase condensada se producen principalmente por el arrastre viscoso generado por las corrientes de Marangoni en la interfase [17].

La transferencia entre la fase gaseosa y el combustible líquido es llevada a cabo, no sólo por conducción térmica o los fenómenos de vaporización, sino también por el transporte convectivo inducido por las corrientes de Marangoni. A su vez, las corrientes de Marangoni transportan fluido caliente hacia las regiones de la superficie del combustible frente a la llama, precalentando el líquido favoreciendo el proceso de vaporización y, por lo tanto, condicionando la dinámica de la propagación del frente de llama.

La figura 1.3 presenta un esquema del sistema físico bajo estudio.

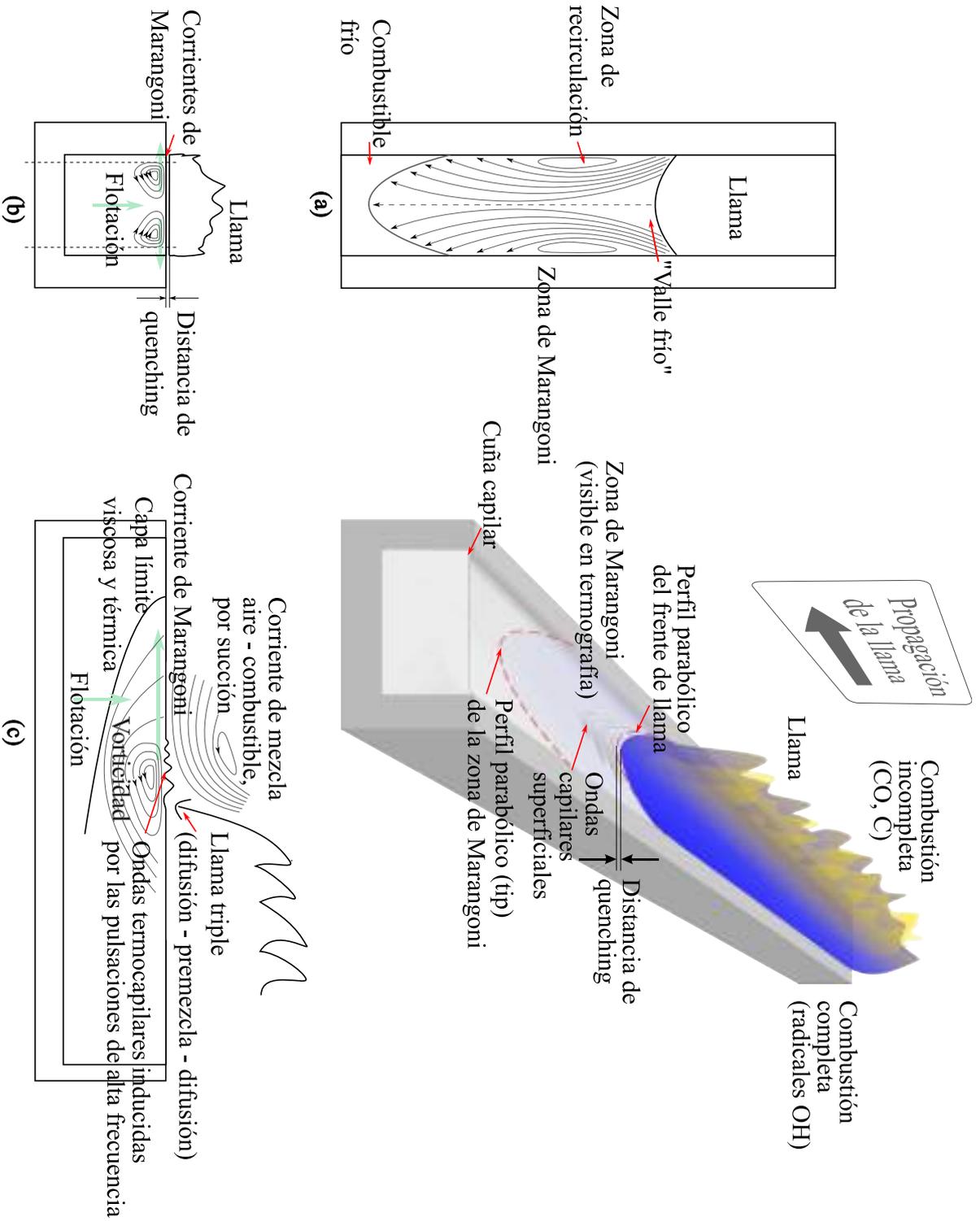


Figura 1.3: Representación esquemática del sistema físico. (a) Vista superior: corrientes superficiales en el líquido, frente a la llama. (b) Vista frontal: corrientes inducidas en el fluido por convección cerca de las paredes. (c) Vista lateral: corrientes inducidas por la presencia de la llama en las fases líquida y gaseosa.

1.2. Estudios experimentales de la propagación

El estudio de propagación de llamas sobre canales de combustible surgió alrededor de la década de 1930 con el trabajo de Kinbara en Japón [1], quien por primera vez observó una alta dependencia entre la velocidad de propagación de una llama avanzando sobre un recipiente lleno de combustible líquido (diferentes alcoholes) y la temperatura inicial de dicho combustible, la que, de ahora en adelante, se representará como T_∞ . Los resultados de Kinbara serían revisados después de varias décadas por Burgoyne y Roberts [2], quienes encontraron que la dependencia de la velocidad con la temperatura desaparece para cierto valor, presentándose una velocidad constante de propagación tras superar este límite.

Sin embargo, el trabajo más citado en esta primera etapa del estudio de la propagación de llamas sobre combustible líquido es el de Akita [7], donde se hace por primera vez una descripción sistemática del comportamiento de un frente de llama propagándose sobre alcoholes líquidos, con especial atención a la dependencia de su velocidad con la temperatura inicial. Particularmente importante es su aportación respecto a la presencia de diferentes dinámicas para esa propagación dependiendo del rango de temperaturas iniciales impuestas al combustible (en equilibrio térmico) antes de la realización de cada experimento. A dichos comportamientos, bien diferenciados y relativamente homogéneos para un intervalo dado de temperaturas del combustible, se los denominó «regímenes de propagación».

1.2.1. Clasificación de regímenes

La marcada diferencia entre los diferentes regímenes, fácilmente observable en una gráfica de velocidad frente a temperatura inicial del combustible, ha determinado la forma de abordar el problema, tratándose de identificar –en los trabajos propuestos desde este enfoque– los diferentes mecanismos que permiten la propagación y que varían significativamente a medida que cambia la temperatura T_∞ .

Los regímenes identificados por Akita son, en orden creciente de temperaturas, pseudouniforme, pulsante, uniforme lento, uniforme rápido y «de premezcla». Los dos primeros fueron descritos por primera vez en el trabajo experimental de Akita y Fujiwara [5], y complementan la descripción anterior basada en la analogía con los regímenes conocidos para la propagación de llamas sobre combustibles sólidos. Una descripción más detallada (y crítica) de estos regímenes se presenta a continuación, discutiendo sus características a partir de su comportamiento para el metanol, que se representa en la figura 1.4.

1. Régimen de premezcla, en el que el frente de llama se propaga con una velocidad uniforme independiente de la temperatura (del orden de 100 cm/s), a temperaturas muy altas ($T_\infty > 25^\circ\text{C}$ para metanol).
2. Régimen de propagación rápida y uniforme de la llama fuertemente dependiente de la temperatura del líquido (velocidad entre 100 cm/s y 10 cm/s según disminuye la temperatura), a temperaturas altas ($1^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 11^\circ\text{C}$ para metanol).
3. Régimen de propagación más lenta (del orden de 10 cm/s) débilmente dependiente de la temperatura del líquido, para temperaturas intermedias ($11^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 25^\circ\text{C}$ para metanol).
4. Régimen pulsante, en el que la velocidad de propagación presenta un comportamiento cíclico con periodos de velocidad lenta, separados por intervalos cortos de alta velocidad (figura 1.5), con una velocidad promedio que disminuye con la temperatura y que vuelve a depender fuertemente de ésta ($-10^\circ\text{C} \leq T_\infty \leq 1^\circ\text{C}$ para metanol)

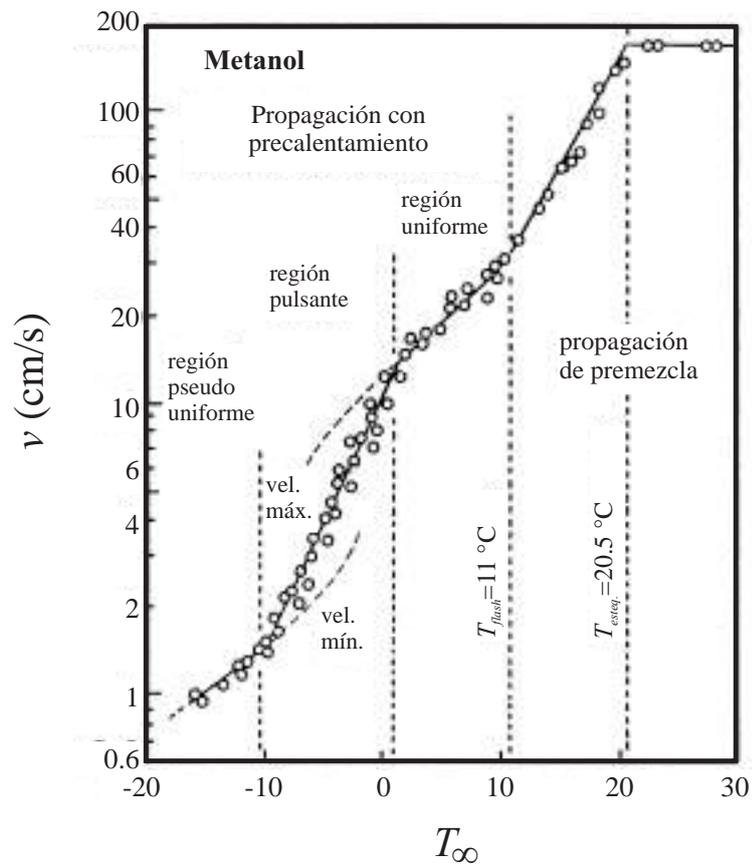


Figura 1.4: Regímenes de propagación según experimentos de Akitá [7] sobre metanol. Algunas hipótesis como la relación directa de la temperatura de flash point de un combustible las temperaturas de cambio de régimen han sido desmentidas por la evidencia experimental

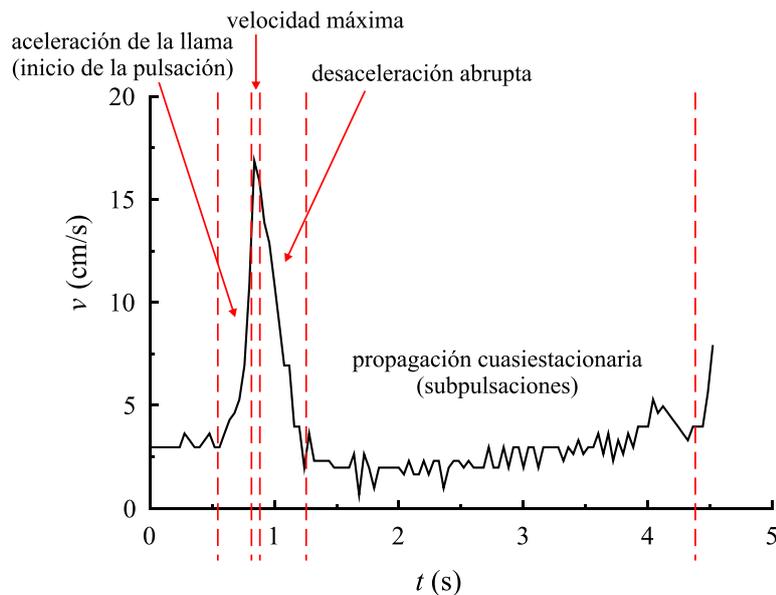


Figura 1.5: Ciclos de una pulsación en la velocidad de propagación del frente de llama. Isopropanol, canal de 25mm [51].

5. Régimen pseudouniforme, en el que la velocidad (~ 1 cm/s) vuelve a ser independiente de la temperatura, en el que se presenta una región termocapilar muy grande que se mueve solidario con la llama, precalentando el líquido y manteniendo así la propagación ($T_\infty < -10^\circ\text{C}$ para metanol).

McKinven y otros. [3] habían estudiado previamente la variación en la velocidad de propagación de la llama ante cambios sistemáticos en el montaje experimental, centrándose en ancho, profundidad, longitud y material del canal, además de la temperatura inicial del combustible; todo ello para regímenes uniformes (como se desprende de las temperaturas que seleccionaron para realizar sus experimentos con n-butanol y, especialmente, n-decano).

Como más adelante reproduciría Akita, McKinven encontró una dependencia creciente de la velocidad con T_∞ . Además, observó que, al reducir las dimensiones transversales o en profundidad del canal en el que confinaba el combustible, se reducía la velocidad de propagación de la llama hasta llegar a impedir su propagación; por otro lado, al incrementar esas dimensiones, el comportamiento del frente de llama tendía a encontrar un valor independiente del parámetro variado, entrando en juego otros factores como la aparición de inestabilidades y rupturas de simetría en la geometría del frente de llama.

A la luz de los nuevos resultados experimentales y las interpretaciones más recientes (como se puede observar en los trabajos más recientes, particularmente en [38, 40, 47, 51]), esta clasificación empieza a hacerse obsoleta. Actualmente, se admite que el régimen pseudouniforme no es más que un resultado anómalo debido al tamaño finito del canal en el que se efectuaban los experimentos y el alcance de los instrumentos de medición. Igualmente, para determinadas combinaciones de los parámetros experimentales y el combustible empleado se observaron nuevos regímenes de propagación no descritos hasta el momento. En el capítulo 5 del presente trabajo se presentan algunas observaciones que no habían sido referenciadas hasta el momento en la literatura.

1.2.2. Observaciones experimentales de la dinámica de los fluidos asociada a la propagación de la llama

1.2.2.1. Propagación de frentes

Una de las primeras aplicaciones de la toma de imágenes empleada en la medición de variables experimentales, especialmente en mecánica, hace uso de una abstracción de la ya clásica técnica del «streak photography» [7, 19], la cual permite la captura, en una sola imagen, de la variación de algún parámetro espacial de un objeto sobre su proyección en campo de visión de la cámara, a lo largo de un periodo de tiempo dado. Diferentes tomas («disparos»), temporalmente equiespaciadas (por ejemplo, usando técnicas estroboscópicas), son realizadas a lo largo del tiempo, usando la misma placa fotográfica (o superficie de imagen digital en la actualidad), exponiéndola así a la misma escena de fondo registrando la variación en la posición (rotación, profundidad) del objeto observado en un marco de referencia fijado sobre el punto de observación: la cámara.

Esta técnica ha sido ampliamente utilizada como método de observación experimental, generalmente en prácticas de carácter divulgativo sobre fenómenos físicos sencillos (figura 1.6), comúnmente referidos a la mecánica clásica (tiro parabólico, choques «elásticos» entre esferas rígidas, movimiento armónico, etc.) facilitando la observación de la gran similitud entre las predicciones teóricas y el comportamiento real de objetos simples en interacción, así como estudios de impactos o interacciones a altas velocidades (fracturas, explosiones, etc.). Sin embargo, ya el propio trabajo de Akita [7] hace uso de una adaptación

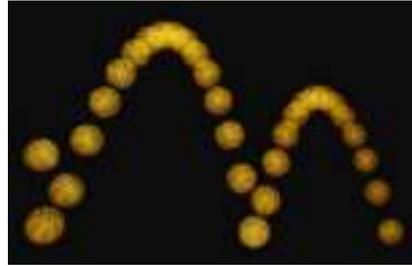


Figura 1.6: Ejemplo de *streak photography*: trayectoria debida a los choques semielásticos de un objeto en el campo de visión de una cámara estándar; imagen obtenida por la técnica de estroboscopia.

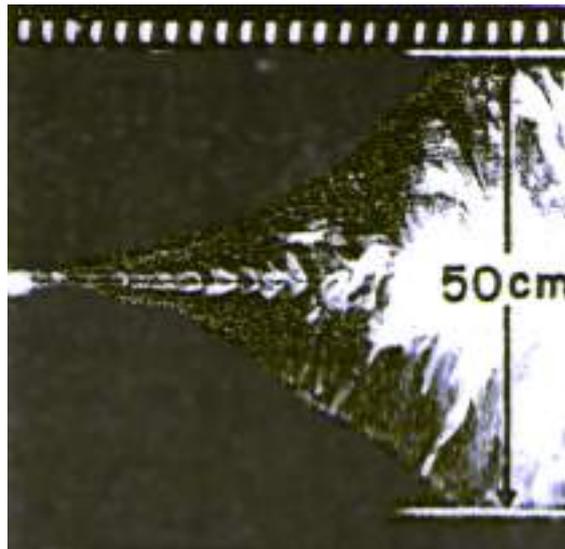


Figura 1.7: *Streak photography*, obtenida por la técnica de estroboscopia, de una secuencia de la propagación de una llama a partir de un foco puntual. Reprint de [7]

analógica simple de la técnica mediante la composición de cortes verticales de la imagen obtenida por una cámara desplazándose a velocidad constante sobre el canal por el que se propaga la llama (figura 1.7) .

Algunos de los estudios experimentales del fenómeno de propagación de llamas sobre combustible líquido basados en modelos 2-Dimensionales (1D+profundidad), se han beneficiado de versiones adaptadas de este tipo de técnicas, pues las medidas obtenidas de esta manera representan, de forma sintética y consistente, la dinámica del frente de llama y de la zona termocapilar (vista esta última de forma simplificada como la región del fluido afectada por la presencia de la zona reactiva), permitiendo una medición igualmente rigurosa pero mucho más directa y sencilla de la evolución de la propagación.

En efecto, trabajos como el de Higuera [39], Castillo et al. [36], etc., han empleado un método inspirado en la técnica descrita para visualizar, en el espectro visible, el avance de la zona reactiva sobre la superficie del líquido. Este método consistía simplemente en extraer la línea central del canal en la imagen digitalizada de cada frame de una secuencia de vídeo estándar (PAL) conteniendo una instancia experimental, y poner dicha línea (fila) en la parte inferior de una imagen sintética construida fila a fila, de forma sucesiva, por las líneas centrales extraídas de tal modo, ordenadas temporalmente. Así, cada fila es ubicada inmediatamente debajo de la correspondiente al cuadro anterior en la secuencia de vídeo, obteniéndose una imagen en el que los datos en ancho representan la posición de las estructuras observables en el espacio y los datos en vertical reflejan las variaciones temporales de dichas estructuras. El resultado de aplicar este método en el espectro visible para la propagación de una llama sobre alcohol

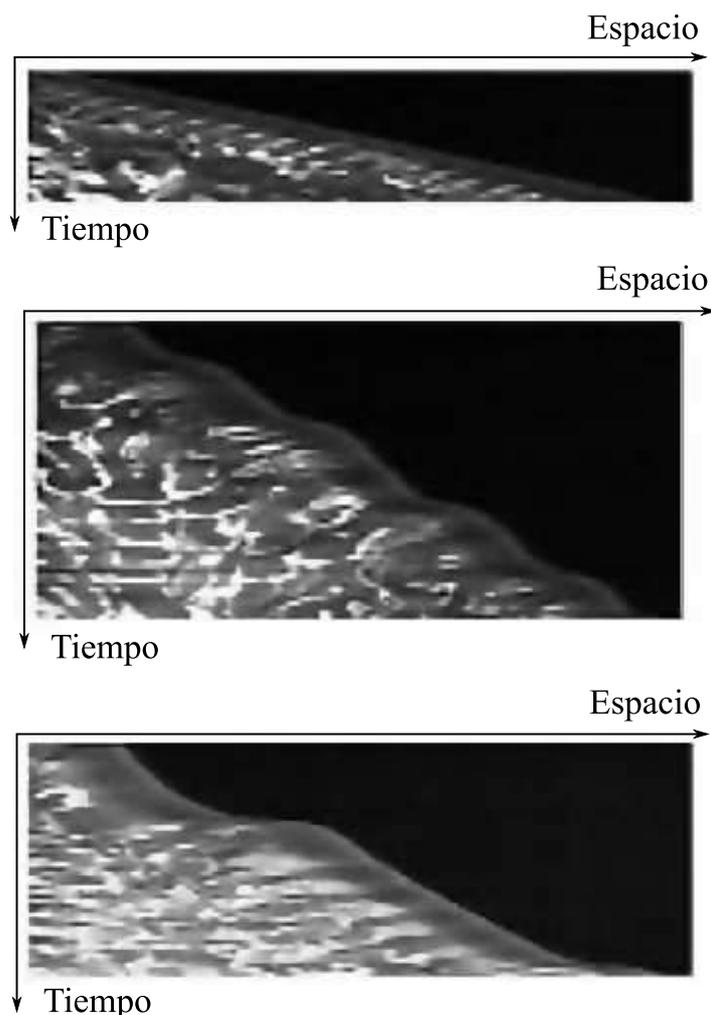


Figura 1.8: Imágenes pseudostreak de la propagación de llamas sobre iso-propanol mediante secuencias de vídeo en el espectro visible. Ancho de canal de 25mm, para el régimen uniforme lento (arriba), régimen pulsante con T_∞ cerca de la bifurcación (medio) y régimen pulsante T_∞ lejos de la bifurcación. Reproducido del trabajo de Higuera et al. [39]

se presenta en la figura 1.8.

1.2.2.2. Campos de temperatura y concentración en profundidad

Como se verá en el apartado 1.3.1, los resultados presentados por los trabajos experimentales muestran una gran utilidad para contrastar el comportamiento real del fenómeno con las predicciones de los modelos teóricos y numéricos más sencillos. Dichos modelos teóricos emplean hipótesis acerca de los procesos que se desarrollan en las fases gaseosa y líquida. Diferentes modelos predicen resultados compatibles con las observaciones anteriores, por lo que es necesario un mayor grado de detalle en los estudios experimentales para tener un criterio que permita discernir cuáles de las hipótesis que los sustentan están más ajustadas a los mecanismos que hacen posible el fenómeno para diferentes condiciones en las que éste se desarrolla. Parte de la motivación de este trabajo está, de hecho, en la búsqueda de técnicas de medida experimental que permitan validar las predicciones y consecuencias de los modelos basados en dichas suposiciones.

Entre las hipótesis a contrastar destacan las referidas a los mecanismos que originan la existencia de un

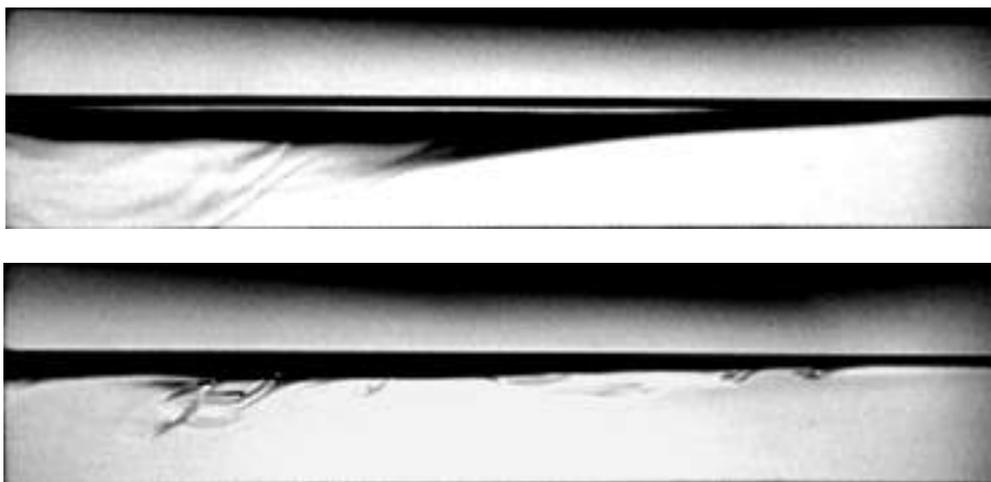


Figura 1.9: Vista lateral de secuencia de vídeo obtenida mediante la técnica de Schlieren en experimentos con iso-propanol [21]. Arriba, imagen representativa de la formación de la región termocapilar en el régimen pulsante; abajo, imagen de las vorticidades creadas en profundidad por el paso, en superficie, de la llama en el régimen uniforme lento. La llama se propaga de izquierda a derecha en la imagen.

régimen pulsante³. Algunos de los modelos propuestos en la bibliografía asumen que las pulsaciones se deben a la interacción de la llama con las corrientes que su propia presencia genera en la fase gaseosa. Otras aducen la alta dependencia de la velocidad de propagación con la concentración de combustible en fase gaseosa, cuya presión de vapor en la zona de la llama triple depende principalmente de la temperatura en superficie del combustible líquido y, por ende, de la transferencia difusiva y convectiva de calor y masa en superficie y profundidad. Otras más sostienen que la dinámica de las corrientes interiores al fluido es suficiente para generar un comportamiento pulsante a determinadas temperaturas.

Para visualizar las zonas de recirculación en ambas fases se han empleado varios métodos ópticos (Schlieren) e interferométricos (interferometría holográfica) que entregan un campo de valores de concentración y temperatura en ambos medios para instantes dados del desarrollo del fenómeno (lo que puede ser extendido mediante el registro en vídeo de la imagen obtenida a lo largo de la ejecución del experimento).

Las imágenes de la figura 1.9 fueron obtenidas por García-Ybarra y colaboradores [21, 39] mediante la técnica de Schlieren, observándose en ellas con bastante claridad las regiones de recirculación producidas en la fase condensada por arrastre viscoso de las corrientes de Marangoni en la interfase. La imagen de la figura 1.10 muestra una representación, en vista lateral, de las interferencias en la fase gaseosa, causadas por el paso de una llama sobre n-propanol [27].

1.2.2.3. Líneas de corriente en profundidad

Con el avance de la tecnología en el campo de la visión artificial, especialmente en lo referido a técnicas de adquisición en diferentes condiciones, se hizo posible visualizar en detalle estructuras que inicialmente sólo podían ser vistas de manera global o inferidas de los resultados experimentales a través de modelos teóricos. Éste es el caso de las estructuras vorticiales, presentes tanto en la fase gaseosa como en la condensada, debidas a gradientes de velocidad enfrentados a tensiones viscosas.

³Siendo ésta todavía una línea de investigación abierta, diversas cuestiones son aun objeto de intenso debate, lo que se observa en artículos, como el de Sirignano [6], que hace un juicio de la correspondencia entre diversas hipótesis con los fenómenos observados experimentalmente.

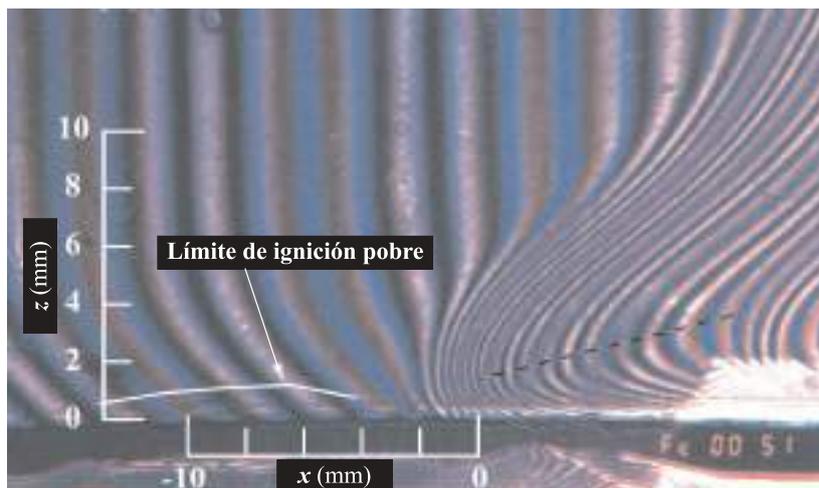


Figura 1.10: Análisis de fase gaseosa: Densidad de la fase gaseosa mediante Interferometría holográfica [27].

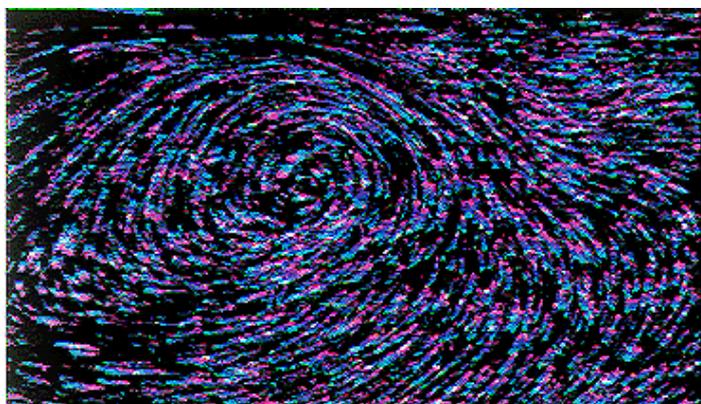


Figura 1.11: Región de recirculación en la fase condensada, ubicada inmediatamente debajo del frente de llama. Imagen obtenida mediante PIV (Ross y Miller [22]).

Al tener un cuadro más detallado del sistema, ha sido posible confirmar o descartar la presencia de diversos mecanismos que se han descrito como factores más o menos determinantes en la dinámica general del fenómeno. En particular, las regiones de recirculación —que se forman en el interior del líquido por el arrastre viscoso de las corrientes de Marangoni en la superficie— se han observado de forma conjunta por Schlieren y, más aún, sus valores locales de velocidad son susceptibles de ser medidos para diferentes cortes a lo ancho del canal mediante PIV (ver figura 1.11)

Igualmente, la región de recirculación en la fase gaseosa ha sido observada experimentalmente (ver figura 1.12) en estudios como el de Ross [20], en el que se emplea una técnica de líneas de humo para visualizar las líneas de corriente en una configuración de contraflujo, es decir, una corriente controlada de aire opuesta al sentido de avance del frente de llama (ver figura 1.12).

1.2.3. Influencia de parámetros experimentales

Variaciones ambientales, dentro de los rangos propios del laboratorio (como la presión atmosférica, la humedad relativa y la temperatura del aire), no afectan de manera observable los resultados experimentales, como muestran los resultados del trabajo de McKinven [3]. Como es de esperar, parámetros específicos de la configuración experimental sí determinan el comportamiento del fenómeno.

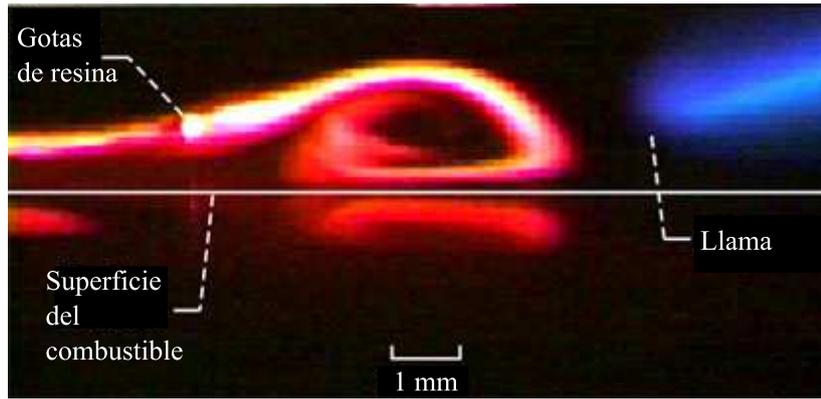


Figura 1.12: Recirculación en la fase gaseosa observada en un túnel de humo [20]

Método	Aspecto estudiado	Referencias relevantes
Streak photograph (analógica en visible)	Velocidad de propagación de la llama	Akita [7], Higuera et al. [39]
Seguimiento de partículas mediante PIV	Velocidad instantánea de las partículas fluidas	Ross et al. [22], Tashtoush et al. [32]
Interferometría holográfica	Distribución de temperatura y densidad	Ito et al. [12], Konishi et al. [27, 40]
Schlieren	Distribución de temperatura y densidad	García-Ybarra et al. [21], Higuera et al [26]
Laser Doppler Velocimetry	Velocidad y características de la fase condensada	-

Tabla 1.1: Métodos experimentales y su aplicación al estudio de aspectos particulares del fenómeno

En ese trabajo se usó principalmente un combustible pesado (n-decano). Con éste, la dependencia de la velocidad de propagación de la llama con el ancho del canal se presentó especialmente fuerte para anchuras inferiores a 15 cm, a partir de la que esa dependencia se hizo comparable con la dispersión de los datos experimentales (ver figura 1.13). Para estudiar la dependencia de la velocidad de propagación con la profundidad del combustible líquido, el grupo de McKinven utilizó una configuración de combustible líquido flotado sobre agua, variando el espesor de la capa de combustible pero manteniendo fija la profundidad del canal (agua más combustible líquido). De esta forma, se observó que la velocidad de propagación de la llama v_f se incrementaba a medida que aumentaba el espesor del combustible líquido, d . La correlación que encontraron es compatible con $v_f \propto d^{1/3}$.

En ese trabajo, otras dependencias más específicas fueron encontradas para la distancia de la cuña de la superficie del líquido al tope del canal, para el material de las paredes del canal (en función de su conductividad térmica), etc.

Por los valores de T_∞ mostrados en sus gráficas, se infiere que McKinven ciñió su estudio a condiciones propias de regímenes uniformes, a pesar de no existir en dicho trabajo una referencia explícita a la existencia de regímenes en la presentación de sus resultados. La generalización de este trabajo a un estudio sistemático centrado en la dependencia, no sólo de velocidades promedio de avance, sino de los propios regímenes de propagación con las condiciones experimentales, se presenta en el capítulo 6 de esta tesis.

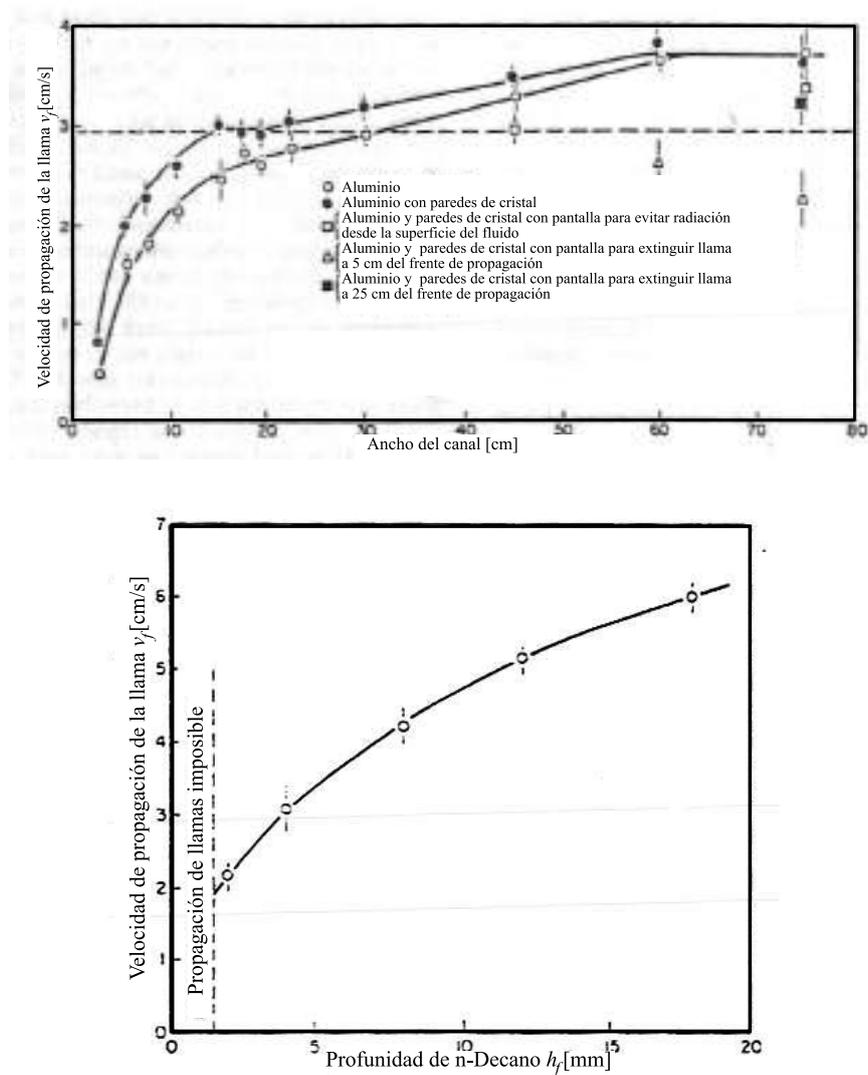


Figura 1.13: Gráficas reproducidas del trabajo de McKinven[3]. Arriba: dependencia de la velocidad máxima de avance de la llama con el ancho del canal; abajo: dependencia de la velocidad máxima de la llama con la profundidad del canal.

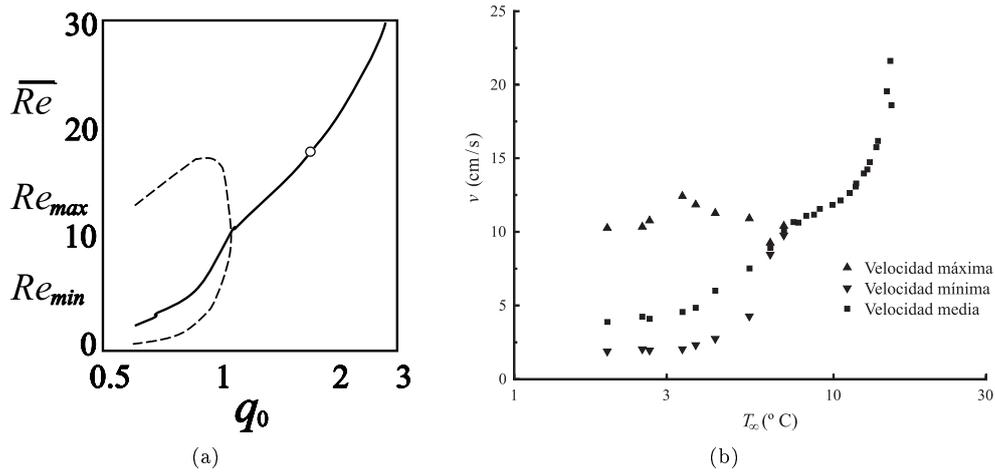


Figura 1.14: (a) Regímenes de propagación obtenidos mediante simulación numérica (Higuera y García-Ybarra [26]) en función del número de Reynolds y de la energía aportada por el foco caliente (la llama) al líquido; el punto blanco marca la separación entre el régimen uniforme lento y el rápido. (b) Gráfica equivalente con datos experimentales, usando un canal de 25mm de ancho con isopropanol [51].

1.2.4. Alcances y limitaciones de los métodos experimentales

Según Ross [17], se hace necesaria una medida más precisa de la posición de la llama en función del tiempo para temperaturas bajas con el objeto de determinar cómo afectan las condiciones experimentales a la propagación pulsante de la llama. Además, propone encontrar perfiles suficientemente detallados de la temperatura en la región próxima al frente de llama (como se ha hecho en otros estudios previos para combustibles sólidos) con el objeto de encontrar una mejor estimación de los mecanismos de transferencia de calor entre la zona reactiva y su entorno.

El citado *review* de Ross [17] indica, además, que las técnicas de interferometría holográfica, *Schlieren* y *Laser Doppler Velocimetry* (que han inspirado trabajos como los citados en la tabla 1.1) han resultado insuficientes en su papel de herramientas para la visualización y medida de los efectos en superficie. Entre los trabajos futuros propuestos por Ross se menciona la visualización de los campos de flujo longitudinal y transversal para entender mejor los efectos de las paredes laterales del canal que confina el combustible líquido; en el presente trabajo se aportan herramientas metodológicas que permiten la determinación, seguimiento y medida de tales flujos superficiales.

1.3. Modelos teóricos

1.3.1. Estudios dinámicos

Los resultados presentados por los trabajos experimentales mencionados demostraron una gran utilidad para contrastar el comportamiento real del fenómeno con las predicciones de los modelos teóricos y numéricos más sencillos. Dicha comparación permitió la verificación de la descripción teórica de ciertos mecanismos, como la oscilación de la velocidad de propagación de la llama intrínseca a la presencia de la región de Marangoni (bifurcación en la gráfica de parámetros adimensionales Re vs. θ , figura 1.14), así como la validación de la dinámica exhibida por modelos numéricos, en particular la dependencia del periodo de las pulsaciones con la temperatura (como se realizó en el estudio de Cai et al. [42]).

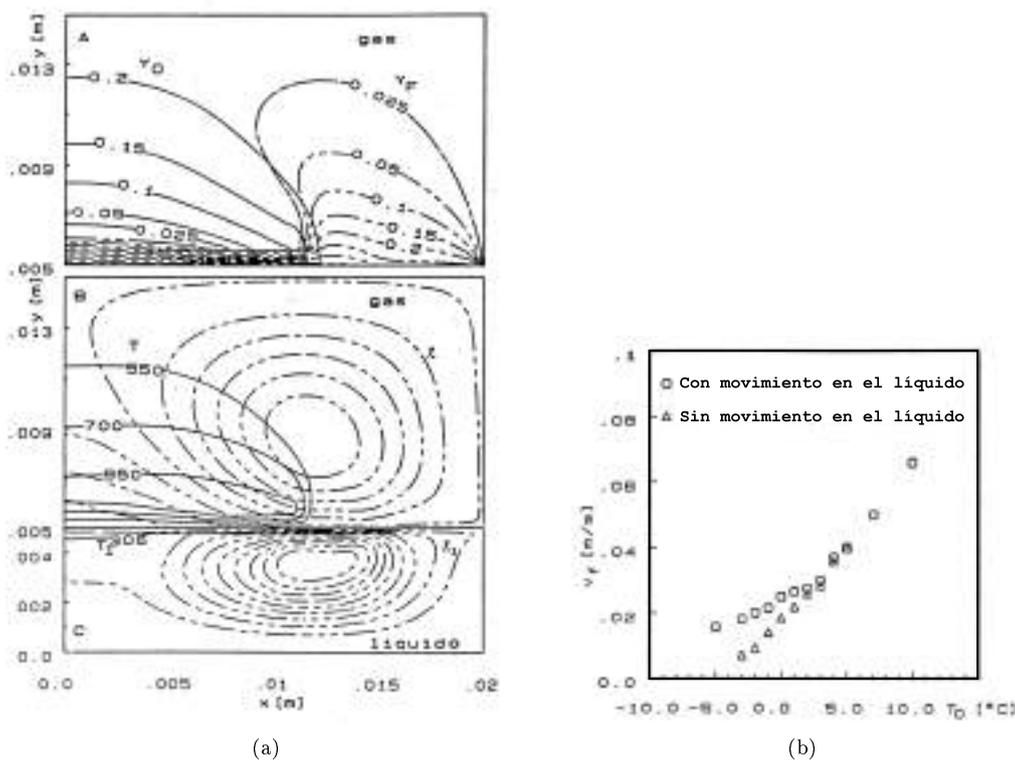


Figura 1.15: Resultados de la simulación de Di Blasi [11]. La subfigura (b) podría interpretarse como que, bajo la influencia de las corrientes de Marangoni, aparece un régimen de propagación con velocidades superiores a las esperadas sin considerar este efecto (régimen uniforme lento).

La dinámica de las fases condensada y gaseosa ha sido objeto de amplios estudios por su complejidad desde el punto de vista de la física de fluidos así como porque su comportamiento contiene, intrínsecos, los mecanismos que rigen la propagación de la llama. En particular, dichos mecanismos y su interrelación han estado en el centro de la discusión sobre las causas de la aparición de diferentes regímenes de propagación, caracterizados por la dependencia de la velocidad de propagación de la llama con la temperatura inicial, T_∞ .

DiBlasi y otros [11], en efecto, modelaron el problema mediante una versión de las ecuaciones de Navier–Stokes en términos de la vorticidad y la función de corriente, tanto para la fase gaseosa como la condensada. En sus conclusiones, con base en los resultados obtenidos a partir de sus simulaciones, el grupo de Di Blasi afirma que el mecanismo que da origen a la existencia del régimen pulsante está relacionado fundamentalmente con los flujos termocapilares en la fase condensada, asociados a un incremento del número de Damköhler. Para sustentar esta hipótesis, fueron realizadas simulaciones separadas, en unas se incorporó la contribución de los flujos y, en otras, dicha contribución fue omitida (figura 1.15(b)). Si bien la dependencia de la velocidad media de avance del frente de llama con la temperatura inicial del combustible resultó ser lineal para este trabajo (en contradicción con los resultados experimentales), la gráfica para esta relación mostró una mayor complejidad (dos regímenes bien diferenciados) cuando se tuvo en cuenta la contribución al movimiento del fluido debida a las corrientes de Marangoni provenientes de las regiones ubicadas en la vecindad de la zona reactiva, reproduciendo la existencia de cambios de régimen descrita en todos los trabajos experimentales de la literatura, lo que podría interpretarse como la verificación de una hipótesis similar a la propuesta por Degroote (figura 1.2).

Trabajos numéricos posteriores, entre los que destaca el de Schiller y otros [23], profundizaron en

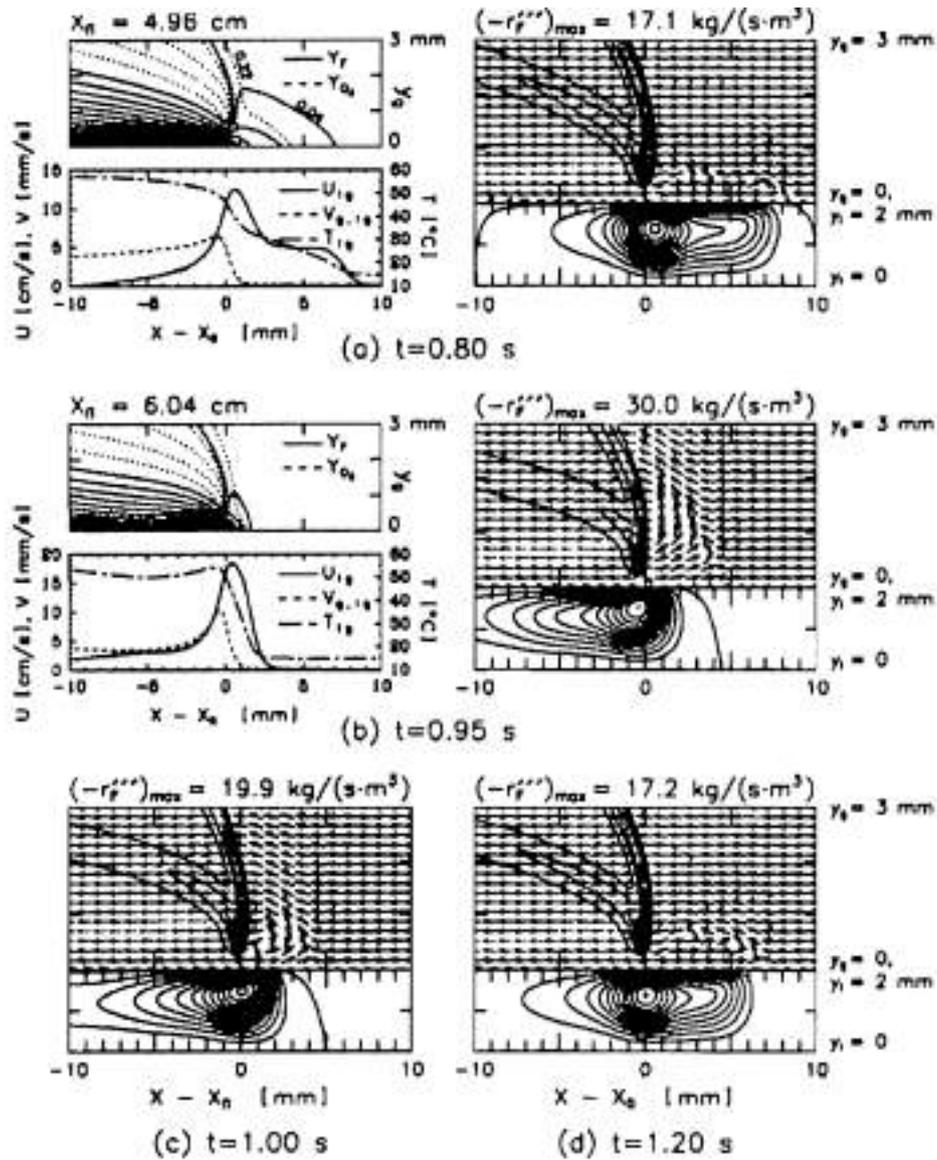


Figura 1.16: Evolución de los campos de velocidad en el gas y de las líneas de corriente en la fase condensada según las simulaciones basadas en el modelo de Schiller y otros [23]. En esta figura, se presentan las distintas fases que atraviesa dicho modelo durante un ciclo en el régimen pulsante.

el estudio de los mecanismos que dan origen a diferentes regímenes de propagación, manteniendo una versión extensa del fenómeno. Schiller desarrolló un modelo bastante completo —si bien complejo matemáticamente— centrado en las ecuaciones de conservación de masa, de especies químicas, de momento y de energía, tratando de incorporar discriminates para las diferentes hipótesis presentes en la literatura hasta entonces. Los efectos del arrastre viscoso, así como los flujos correspondientes a las corrientes de Marangoni en la fase condensada fueron observados en los resultados del mencionado trabajo, como se observa en la figura 1.16.

Según la interpretación de Schiller, fundada en los resultados numéricos obtenidos al simular su modelo computacionalmente, la región de recirculación existente en la fase gaseosa, generada por succión (debida a la *pluma* ascendente por flotación) en las cercanías del frente de llama, juega un papel esencial en la emergencia de los regímenes de propagación de dicho frente, en particular el régimen pulsante. El trabajo de Schiller, además, apunta en su introducción que incluso algunas observaciones experimentales han sido objeto de debate entre los investigadores en el área. De especial interés

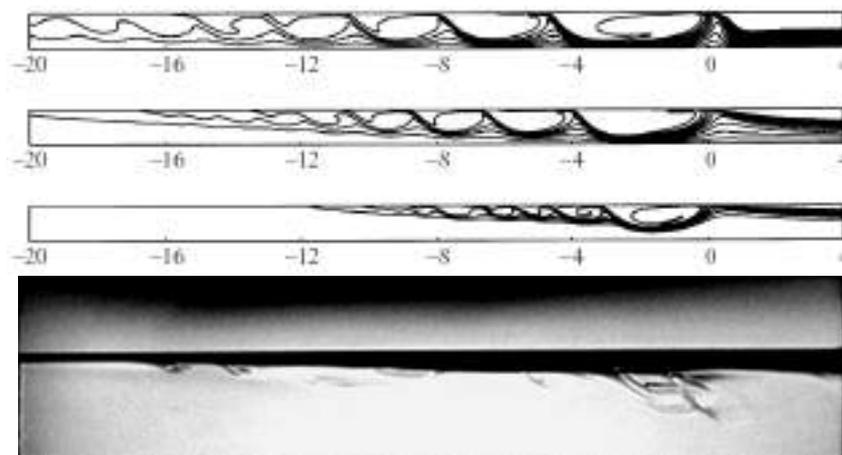


Figura 1.17: Arriba, perfil de las isotermas arrastradas por el flujo viscoso inducido por las corrientes de Marangoni [38]. Abajo, imagen obtenida mediante técnica de Schlieren de las estructuras presentes en la fase condensada durante la propagación de una llama sobre n-propanol [21, 39].

es la presencia, señalada en algunos trabajos pero no observada en otros, de una región termocapilar resultante del efecto Marangoni en experimentos con valores de T_∞ pertenecientes al régimen uniforme lento. La ausencia de dicha región para esas temperaturas dificultaría la explicación de la existencia de dos regímenes uniformes diferentes apelando únicamente a los fenómenos presentes en la fase líquida.

Sin embargo, como se ha mencionado, modelos centrados en los flujos en superficie y profundidad del combustible líquido han permitido reproducir, no sólo fenómenos complejos como la pulsación de la velocidad de propagación del frente de llama, sino la aparición de estructuras complejas en superficie y profundidad. La figura 1.17 muestra los resultados de Higuera [38] para las líneas de corriente generadas por la eyección de las corrientes de Marangoni, por arrastre viscoso y por flotación. El perfil de temperaturas en superficie, que bajo este enfoque sería un parámetro fundamental dentro del mecanismo que da origen a las pulsaciones de la velocidad a bajas temperaturas, había sido estudiado previamente por García Ybarra y su grupo [21], encontrándose una relación que, cualitativamente, reproduce los resultados experimentales y es compatible con lo predicho por el citado modelo de Higuera, explicándose la diferencia entre los valores numéricos predichos y los observados experimentalmente por efectos tridimensionales que son obviados en la simulación numérica al apelar a hipótesis de simetría.

1.3.2. Velocidad frente a tiempo

La bifurcación en la gráfica de parámetros adimensionales Re vs. θ (figura 1.14(a)) y su equivalente punto de bifurcación en la gráfica de resultados experimentales v vs. T_∞ (figura 1.14(b)) es producto de la aparición del régimen pulsante, mencionado anteriormente, a medida que la temperatura superficial inicial del combustible decrece. Según el trabajo de Higuera y García-Ybarra [26], el mecanismo que genera estas variaciones bruscas y periódicas en la velocidad de propagación de la llama se encuentra relacionado únicamente con el comportamiento de la fase condensada, dado que dichas variaciones fueron observadas como resultado de un modelo concentrado en la dinámica del combustible líquido, en el que la fase gaseosa es empleada solamente para justificar el flujo de calor desde la superficie del combustible hacia el gas.

Así, dicho trabajo propone que la aparición de dicha variación cíclica de la velocidad (presentada en la figura 1.18) está relacionada con la presencia de los flujos de Marangoni generados por el gradiente de temperatura en las inmediaciones del frente de llama, lo que explicaría la dependencia del periodo

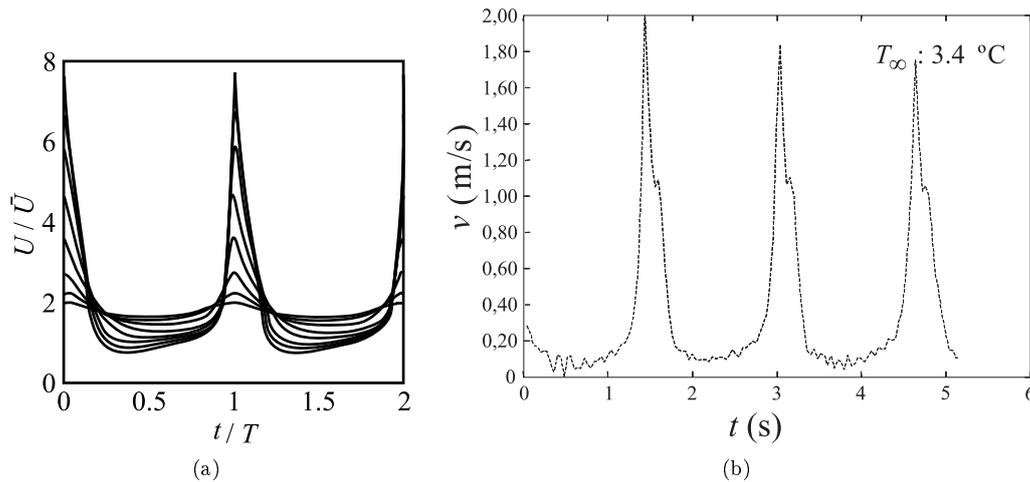


Figura 1.18: (a) Gráfica de velocidad de propagación de la llama en el tiempo (adimensionales y normalizados), obtenida mediante simulaciones basadas en el modelo bidimensional de Higuera y García-Ybarra [26]. (b) Resultado experimental análogo para la velocidad de la llama en el centro del canal, usando un canal de 25mm de ancho lleno de isopropanol, con un valor de T_∞ perteneciente al régimen pulsante [51].

de dichas oscilaciones con el valor de T_∞ , a través de la variación, igualmente periódica del tamaño de dicha región y el incremento de su valor máximo a medida que la temperatura inicial del combustible disminuye. Esta periodicidad es un resultado de las predicciones teóricas de dicho trabajo y su existencia fue observada experimentalmente en trabajos como el de Franco y otros [51].

Siguiendo con el debate sobre los mecanismos de propagación, otros autores han explorado la interacción entre las fases líquida y gaseosa a través del estudio de la variación temporal de la velocidad de propagación de la llama, apelando a modelos físicos destinados a la simulación explícita del fenómeno, aprovechando la creciente potencia de cómputo disponible actualmente. Sirignano y su grupo han sostenido, desde sus primeros estudios [6], la hipótesis defendida por Schiller –en la interpretación de sus resultados– sobre la burbuja de recirculación en el gas, y su acople a los fenómenos presentes en la fase condensada, como mecanismo fundamental para la aparición de diferentes regímenes de propagación. En efecto, los resultados de la simulación numérica directa (DNS) de Schiller (figura 1.19) son compatibles con los obtenidos mediante simulación basada en elementos finitos de Cai, Liu y Sirignano [42] (figura 1.20).

Ross y sus colaboradores [20] observaron estructuras producto del movimiento del líquido en superficie dentro de la zona termocapilar, apuntando que si bien había evidencia de la presencia de corrientes de Marangoni en ésta para el régimen uniforme lento, dichas corrientes no son apreciables dado que la velocidad de llama lleva a ésta a ubicarse en todo momento por encima de la zona en la que esas corrientes existen. Este hecho permitiría sustentar las hipótesis que explican los regímenes de propagación principalmente mediante la dinámica de las corrientes en la fase condensada.

1.3.3. Limitaciones de los modelos bidimensionales en profundidad.

La mayor parte de los trabajos presentados en esta sección hacen uso de hipótesis de simetría para reducir la complejidad matemática de los modelos y, en ciertos casos, la complejidad numérica y computacional de las simulaciones empleadas para estudiar el fenómeno de propagación de llamas sobre combustible líquido. Con ello, se obtiene un modelo bidimensional (eje central del canal en profundidad) que lleva implícita la fuerte suposición de que el frente de la llama es plano y perpendicular

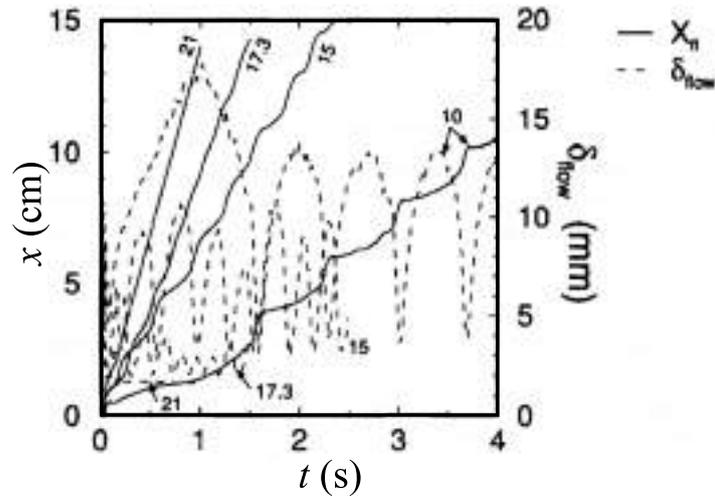


Figura 1.19: Posición del frente de llama, x (cm), en función del tiempo y longitud de la capa límite viscosa, δ_{flow} (mm), según los resultados de la simulación del modelo de Schiller [23]. Las etiquetas sobre la gráfica están en $^{\circ}\text{C}$

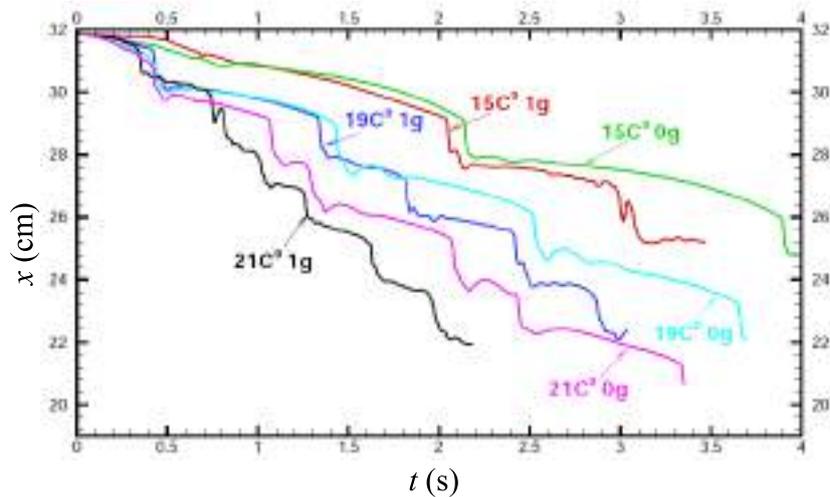


Figura 1.20: Resultados numéricos de la evolución de la posición de la llama para distintos valores de T_{∞} obtenidos mediante la simulación del modelo de elementos finitos propuesto por Cai y Sirignano [42]. Las líneas denotadas por «0g» se refieren a la eliminación de la flotación en la simulación al imponer condiciones de ingravidez, mientras que «1g» indica la introducción de una contribución de flotación.

al eje longitudinal del canal.

Sin embargo, como se ha apuntado por algunos de esos trabajos (especialmente por aquellos que contrastan sus predicciones con los valores experimentales de los parámetros estudiados), tales suposiciones omiten la enorme complejidad de los fenómenos que se desarrollan durante la reacción química de combustión y los flujos inducidos por los gradientes de temperatura causados por dicha reacción, además de las condiciones introducidas por la presencia de las paredes del canal contenedor. Todo ello, además de introducir contribuciones no abordables desde una perspectiva 1D + profundidad, genera inevitablemente rupturas de simetría que pueden condicionar significativamente la dinámica del proceso de propagación y sus mecanismos subyacentes.

1.4. Fenómenos en superficie

La dificultad de los diferentes problemas de interés intrínsecos a la propagación de llamas sobre combustibles líquidos ha llevado a buscar métodos más elaborados y modelos más completos respecto a la configuración geométrica del fenómeno y a las interacciones entre los elementos incidentes en su dinámica. La búsqueda de los mecanismos que inducen la aparición de comportamientos complejos (como los diferentes regímenes de propagación), sumada al desarrollo tecnológico (que permite tanto medidas experimentales más precisas como cálculos de costo computacional en menor tiempo), han llevado a una extensión y profundización de los métodos y herramientas empleados para abordar el estudio de este problema. Así, se ha hecho posible hacer más estrecha la relación entre el sistema real y las medidas y modelos empleados para su estudio; en particular, es inmediato abordar lo que sucede en las fases gaseosa y condensada en todas las componentes espaciales, superando las limitaciones impuestas por las fuertes suposiciones de simetría de los modelos 1D + profundidad.

En la sección 5.1 del presente trabajo se presenta una metodología de estudio de los fenómenos de transporte que suceden en la superficie de la fase condensada mediante análisis de vídeo termográfico, cuyos resultados se analizan, sistemáticamente, en el capítulo 7, buscando la relación de estos fenómenos con las características del combustible utilizado y con la temperatura inicial T_∞ en la superficie del mismo.

1.4.1. Estudios experimentales cualitativos

Desde el punto de vista experimental, es inmediato explorar la dinámica de la propagación de la llama mediante el estudio de los fenómenos de transporte en la superficie de la fase condensada y su relación con la aparición de diferentes regímenes en la gráfica de velocidad de avance del frente contra la temperatura inicial del combustible.

Entre los primeros estudios que exploraron estos procesos en superficie de manera sistemática está el de Tashtoush [32], que observa mediante PIV las corrientes generadas por la presencia de la zona reactiva hacia el líquido frío (figura 1.21). Observando la evolución de dichas corrientes, en adición a una onda termocapilar que precede al frente de llama, Tashtoush plantea una explicación cualitativa para el mecanismo de las pulsaciones centrada en el comportamiento de la superficie del fluido y su vaporización, facilitada ésta por el calor transportado por las corrientes de Marangoni.

Posteriormente, el mismo grupo, encabezado por Ito, empleó de forma cualitativa la termografía infrarroja para observar las estructuras presentes en la zona termocapilar [31], buscando analogías con las descritas en trabajos previos. A pesar de observarse en las gráficas presentadas por dicho trabajo

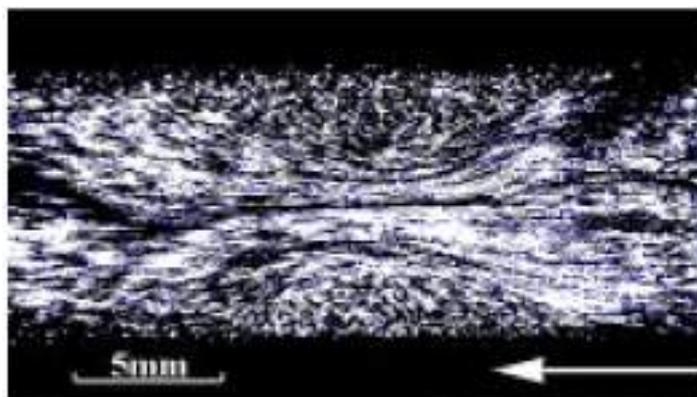


Figura 1.21: Fotograma de una secuencia de vídeo obtenida mediante la técnica de PIV, presentada en el trabajo de Tashtoush y otros [32]

(figura 1.22) una rica dinámica en la superficie del combustible líquido, tal estudio se concentró en el denominado «valle frío» y su posible papel en la existencia de la velocidad de propagación lenta en el régimen pulsante, asociado a las observaciones de ese mismo grupo sobre la presencia de una onda termocapilar estacionaria que precede al frente de llama [12].

1.4.2. Estudio de los fenómenos capilares

Por continuidad, las corrientes de Marangoni y los gradientes de la tensión superficial inducidos por la presencia de la llama con su carácter altamente exotérmico, producen variaciones geométricas en la superficie del combustible líquido. Dichas perturbaciones fueron observadas por Ross [22] en el espectro visible, de forma indirecta, mediante técnicas ópticas que permiten la detección de distorsiones producto de diferencias locales en la curvatura de la interfase (figura 1.23)

Trabajos más recientes, como el Takahashi [47], han cuantificado las medidas de dichas perturbaciones capilares en la superficie del combustible, tratando de relacionarlas con las fuerzas termocapilares, viscosas, gravitatorias e inerciales, usando como referencia la existencia de estas ondas como condición necesaria para la existencia del régimen pulsante, estableciendo, entre otras, una expresión que relaciona cuantitativamente dichas perturbaciones superficiales con los fenómenos de Marangoni en la zona termocapilar (ver figura 1.24).

Una relación causal entre las llamadas «subpulsaciones» (pulsaciones de alta frecuencia en el frente de llama) y la aparición de ondas termocapilares en la superficie del combustible fue observada en los resultados de este trabajo, lo que se menciona en el apartado 6.4.3.

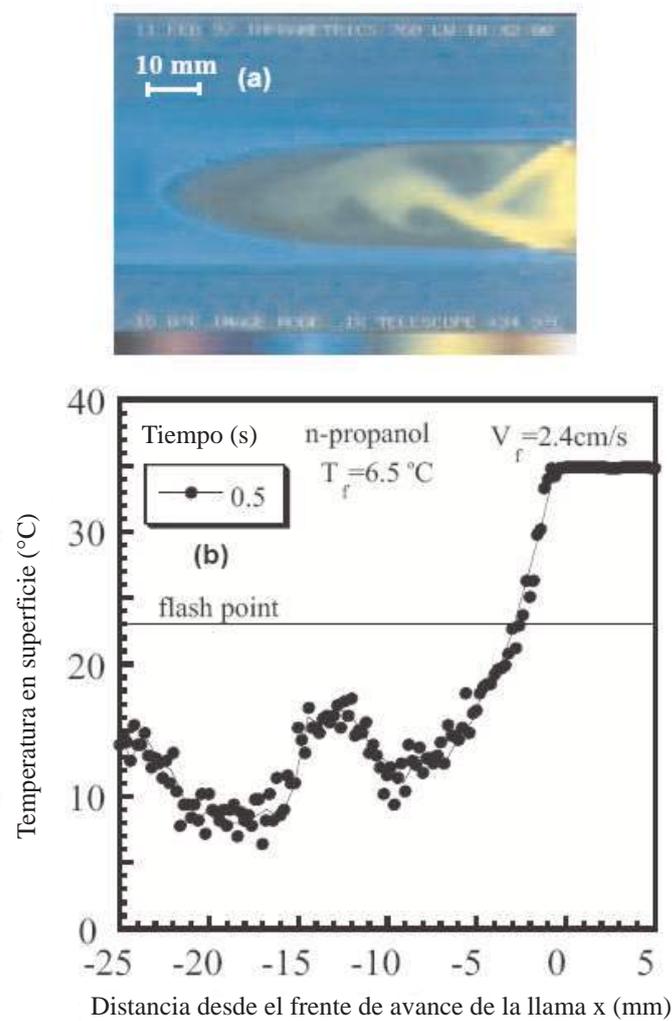


Figura 1.22: Reproducción de la figura 7 del trabajo de Ito et al. [31] referenciando la existencia de estructuras térmicas complejas en la zona de Marangoni.

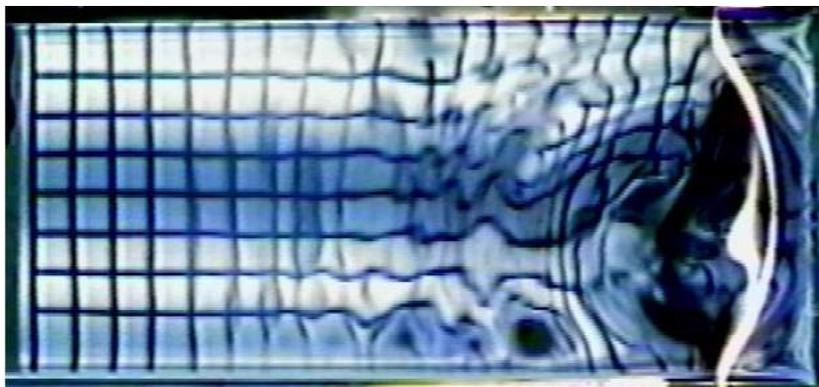


Figura 1.23: Ondas capilares producidas por la presencia de corrientes de Marangoni y variaciones en la tensión superficial [22].

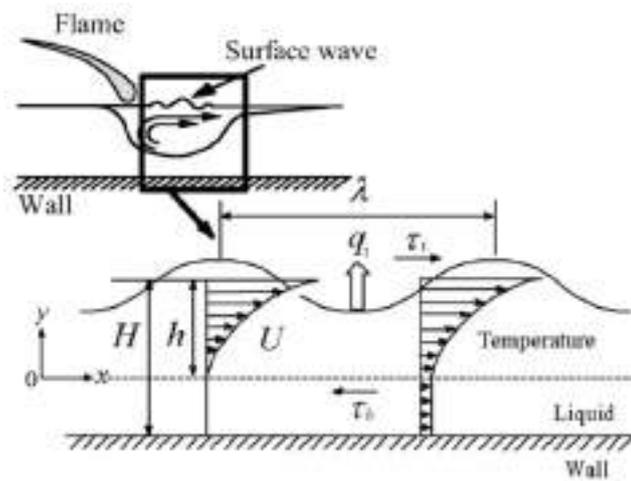


Figura 1.24: Gráfica reproducida del trabajo de Takahashi et al. [47] como justificación de la existencia de ondas capilares en la superficie del líquido en la zona inmediatamente anterior al frente de flama, en el que se detallan las variables espaciales relevantes, entre ellas la longitud de onda λ , la profundidad del canal H , el espesor de la capa límite viscosa h , la velocidad adimensional U .

Capítulo 2

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS

2.1. Motivación

La determinación de los mecanismos que rigen la dinámica de propagación de llamas sobre combustibles –en particular en el caso más complejo de los combustibles líquidos– es un problema abierto [17] y los diferentes grupos que lo han abordado desde diferentes ópticas –tanto teóricas (sección 1.3) como experimentales–numéricas (apartados 1.2 y 1.4.1)– no han llegado aún a un consenso ni, mucho menos, a un modelo estándar que relacione los diferentes parámetros intrínsecos al problema o introducidos por las variaciones en el medio en el que el fenómeno en cuestión se hace presente.

Parte de la falta de certeza en la descripción de este tipo de fenómenos se puede explicar por la ausencia de resultados sistemáticos en función de la variación de diferentes parámetros experimentales, tanto en la caracterización del fenómeno en sí como en la comprensión de las interacciones subyacentes de los elementos que intervienen en su dinámica.

Hasta ahora, los estudios experimentales y numéricos han recurrido, generalmente, a simplificaciones y supuestos relativamente fuertes (apartados 1.3.1, 1.3.2, etc.) para tratar de controlar el comportamiento de un proceso físico que, por sus características –involucrando fenómenos complejos como la combustión–, tiende fácilmente a la inestabilidad y presenta una alta sensibilidad a las condiciones iniciales y a las más leves variaciones del medio en el que se presenta (apartado 1.2.3). Este elevado grado de complejidad, tanto para asegurar una configuración experimental capaz de ofrecer resultados reproducibles –y con una relación señal/ruido adecuada– como para modelar de manera completa su dinámica y evolución, bien a través de experimentos numéricos o de modelos teóricos, ha limitado en gran medida los alcances de los estudios en cuestión, al limitarse la completitud del estudio y en aras de la regularidad e inteligibilidad de los resultados.

Entre las aproximaciones más usadas, como se vió en el capítulo anterior, se cuenta la frecuente apelación a la simetría del fenómeno, tanto en los estudios teóricos como en los experimentales. La utilización de canales estrechos, en principio, debería evitar la aparición de inestabilidades, irregularidades inducidas por el medio o modos de mayor orden en el límite de la zona reactiva (frente de llama) que es, a la vez, la interfaz y el frente de avance, lo que permitiría concentrar la atención en los aspectos fundamentales de la interacción entre las fases gaseosa y condensada, el frente de avance y el medio de propagación, y las velocidades de reacción, de propagación y de vaporización, entre otros. Así, los trabajos basados en la experimentación apuntaron a estudiar la propagación de llamas sobre canales estrechos (apartado 1.2.1, en particular en los múltiples trabajos experimentales en el

área [20, 12, 7, 2, 25, 15, 21, 39, 31, 40, 3]), bien en condiciones típicas del laboratorio [3], bien en bajas gravedades (como en los trabajos de la NASA liderados por Ross [20]), asumiendo que bastaría medir el valor de las variables relevantes del experimento en su proyección en la dirección de avance del frente, es decir, a lo largo del eje central longitudinal del canal. Este enfoque, aun limitado, ha permitido un gran avance en la descripción del comportamiento global del fenómeno de propagación de llamas sobre combustibles líquidos, si bien dicha descripción, como se presentará en el capítulo 6, *puede ser incompleta ante la riqueza de comportamientos que pueden ser observados ante variaciones de la configuración experimental.*

Estudios teóricos también han hecho un uso extendido de las hipótesis de simetría para delimitar su alcance e interés. Algunos de los trabajos más reveladores de los últimos años, como el de Higuera [38], Higuera et al [26], el de Di Blasi et al [11] o el de Sirignano [6], se enfocan en la descripción –aun en debate– de la emergencia de comportamientos observados experimentalmente, en particular de los diferentes regímenes de propagación y la aparición de pulsaciones en la velocidad de avance del frente de llama, para lo cual obvian los componentes transversales del transporte de fluidos en ambas fases, incorporando al modelo solamente las aportaciones longitudinales y en profundidad. Sin embargo, ciertos comportamientos y estructuras observados en trabajos experimentales (como en [32, 31, 40], tal como se referencia en los apartados 1.4.1 y 1.4.2, cuya contribución al fenómeno global y a su dinámica está todavía por estudiarse y determinarse, no pueden ser reproducidos por este tipo de modelos, lo que hace poco fiables sus las conclusiones extraídas de sus resultados y limita notoriamente el alcance de los modelos derivados de aquellos .

De otra parte, estudios basados en la experimentación numérica mediante la simulación de las condiciones físicas y de los elementos relevantes en el fenómeno (generalmente implementados mediante elementos finitos, como en los trabajos de Sirignano y sus colaboradores [4, 42] (sección 1.3.2), reproducen los comportamientos gruesos del fenómeno pero, por las características inherentes a dicho tipo de trabajos, ofrecen una descripción fenomenológica que poco aporta a la comprensión de los mecanismos subyacentes de la propagación y las particularidades de los diferentes regímenes presentes, sin contribuir a la predicción o descripción de otros comportamientos de mayor complejidad que suceden en la realidad.

Entre esos comportamientos se cuentan las corrientes de chorro que emergen de la superficie de la fase condensada ubicada debajo de la llama, que hasta ahora no habían sido mencionadas en los trabajos más relevantes referidos al estudio de propagación de llamas sobre combustible líquido, excepto una observación marginal de su existencia a partir de imágenes de termografía pertenecientes al trabajo de Tashtoush [32] y algunas predicciones de la teoría, acertadas pero todavía por relacionar con la complejidad y posibles interrelaciones de éstas con la dinámica global del fenómeno [26]. Otro fenómeno observado, mas no suficientemente descrito, es el de las subpulsaciones (apartado 6.3.1.1 de este trabajo), cuya existencia se cita en varios trabajos relativamente antiguos [12], pero cuya posible relación con el comportamiento global de la llama en propagación está aún por ser estudiada. Asimismo, otros fenómenos asociados, como la presencia de ondas térmicas o termocapilares en la zona de Marangoni en el régimen pulsante ha sido abordada por trabajos puntuales, como el modelo teórico de Takahashi [47], si bien el estudio de su relación con diferentes parámetros experimentales, como el ancho del canal (distancia de cada partícula fluida a las paredes) o la temperatura inicial del líquido, T_∞ , es todavía una línea de trabajo por comenzar.

El presente trabajo persigue el desarrollo de métodos sistemáticos y rigurosos –apoyados en los desarrollos tecnológicos recientes en el campo de la visión artificial– para la toma de datos y la medición precisa y objetiva de las velocidades presentes en el campo de temperaturas observado (asimilables a las velocidades en el fluido). Tales medidas experimentales son esenciales para la futura elaboración

de modelos teóricos capaces de describir, predecir y, de algún modo, explicar los mecanismos fundamentales de los fenómenos de transporte presentes en la superficie de un combustible líquido sometido a la interacción con una zona reactiva (en combustión).

2.2. Objetivos

El presente trabajo se centra en el planteamiento de una metodología experimental y de medida automática que garantice medidas precisas de los parámetros más relevantes y, además, provea observaciones novedosas de características no descritas o no suficientemente estudiadas del fenómeno de propagación de llamas sobre combustibles líquidos, con el fin de que complete la descripción fenomenológica que permita la formulación de modelos teóricos más realistas, capaces de describir adecuadamente los mecanismos que rigen el fenómeno.

Una descripción más concreta de tales medidas y observaciones se presentan, pormenorizadamente, a continuación .

2.2.1. Clasificación sistemática en función del ancho del canal y las propiedades del fluido

Determinación de los valores de las variables experimentales (ancho de canal, temperatura, tipo de combustible) para los que se observan los distintos comportamientos del sistema (incluidos algunos nuevos, no descritos en la bibliografía con anterioridad). Ello permitirá que investigaciones teóricas posteriores delimiten los intervalos de valores de los parámetros en los que se debe centrar el estudio del fenómeno.

El capítulo 4 presenta la metodología propuesta para la caracterización sistemática de los diferentes regímenes de propagación. El capítulo 6 en sus primeras secciones describe y discute los resultados experimentales obtenidos bajo este enfoque.

2.2.2. Método de medida no invasiva de velocidades superficiales

Aplicación de técnicas de visión artificial desarrolladas específicamente para el estudio de los fenómenos bajo observación, según los enfoques empleados para la comprensión de los mismos, con el fin de realizar medidas precisas y fiables de las variables de interés sin perturbar los valores de ciertos parámetros relevantes y sensibles.

2.2.2.1. Método I: descripción cinemática 1D

Establecimiento de un método automático de adquisición de datos y medida sobre estos de variables físicas, basado en el tratamiento de señales, en particular de imágenes digitales en escala de grises provenientes de vídeo en termografía digital, para incrementar la precisión de las medidas experimentales de velocidad promedio de avance del frente de llama, contribuyendo a perfilar el estudio de los regímenes de propagación de llamas avanzando sobre combustibles líquidos.

Los apartados 3.2.2 y 3.2.2.1 exponen detalladamente los fundamentos de procesamiento de vídeo digital necesarios para llevar a cabo el seguimiento unidimensional de los diferentes frentes de propagación de las estructuras de interés en el fenómeno estudiado. El capítulo describe las herramientas

metodológicas adaptadas a la configuración experimental propuesta para este estudio. El capítulo 6 detalla y discute los resultados obtenidos mediante esta aproximación.

2.2.2.2. Método II: descripción dinámica 2D (seguimiento de los campos de temperatura)

Establecimiento de un método automático fundado en el procesamiento de las secuencias de vídeo para la estimación y estudio de velocidades locales sobre la superficie del combustible, extendiendo las técnicas existentes, en particular el Flujo Óptico, para adaptarlas a las características de los datos provenientes de la adquisición en termografía y a las condiciones y particularidades del fenómeno estudiado: la propagación de llamas sobre combustibles líquidos y los flujos en la zona termocapilar generados por ese proceso.

En las secciones 5.1 y 5.3 se exponen de forma detallada los fundamentos matemáticos e informáticos del cálculo del flujo óptico necesarios para desarrollar las herramientas propuestas, concluyendo con la concreción de las mismas. El capítulo 7 desarrolla los pormenores de la aplicación de tal aproximación a los datos obtenidos mediante la configuración experimental empleada, presentando, además, un análisis de los resultados obtenidos para casos representativos de interés para el estudio de la propagación de llamas sobre combustible líquido.

Parte II

**METODOLOGÍA EXPERIMENTAL
Y DE MEDIDA**

Capítulo 3

CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL

3.1. Modelo experimental

3.1.1. Configuración experimental para el estudio de propagación de llamas sobre combustible líquido

Para estudiar la propagación de la llama sobre el combustible líquido y las estructuras térmicas en la superficie del fluido, observables en determinadas condiciones, se propone el uso de la termografía infrarroja, ya empleada en este tipo de experimentos por el grupo de García-Ybarra [21, 30, 36] .

El montaje experimental propuesto para este experimento se presenta de manera esquemática en la figura 3.1, y su implementación, tal como se encuentra físicamente en el laboratorio¹, se puede observar en la figura 3.2.

Dada la alta sensibilidad del fenómeno estudiado a las condiciones iniciales y a pequeñas perturbaciones en su entorno, el condicionamiento del montaje experimental adquiere particular relevancia en tanto en cuanto garantiza el control de los valores de los parámetros utilizados en cada experimento, reduciendo la incertidumbre de dichos valores y las anomalías que sus variaciones no controladas o los errores sistemáticos en su determinación producirían en el proceso de relacionarlos con los resultados obtenidos de los procesos de medición de las variables observadas.

La geometría del canal construido para este trabajo permite limitar la aparición de las inestabilidades propias de los fenómenos de combustión y propagación de llamas. Por tratarse de un canal estrecho (véase la figura 3.3), el frente de llama se ve forzado a permanecer alineado en la dirección transversal al eje longitudinal del canal y a propagarse paralelamente a éste, reduciéndose así las perturbaciones en la forma del frente de llama. Si bien esto no elimina las contribuciones bidimensionales y tridimensionales, como se verá a lo largo del presente trabajo, sí permite obtener resultados más regulares y sistematizables que otras configuraciones cuyas geometrías permiten un movimiento más libre (y, por ende, complejo) del frente de propagación de la zona reactiva (como se observa en la figura 1.7), una vez se ha producido la ignición.

La temperatura inicial del combustible, que condiciona la presión de vapor en función de la temperatura del fluido en la interfase líquido-gas, es uno de los parámetros fundamentales de los estudios

¹Laboratorio de Combustión del Departamento de Física Matemática y de Fluidos de la UNED.

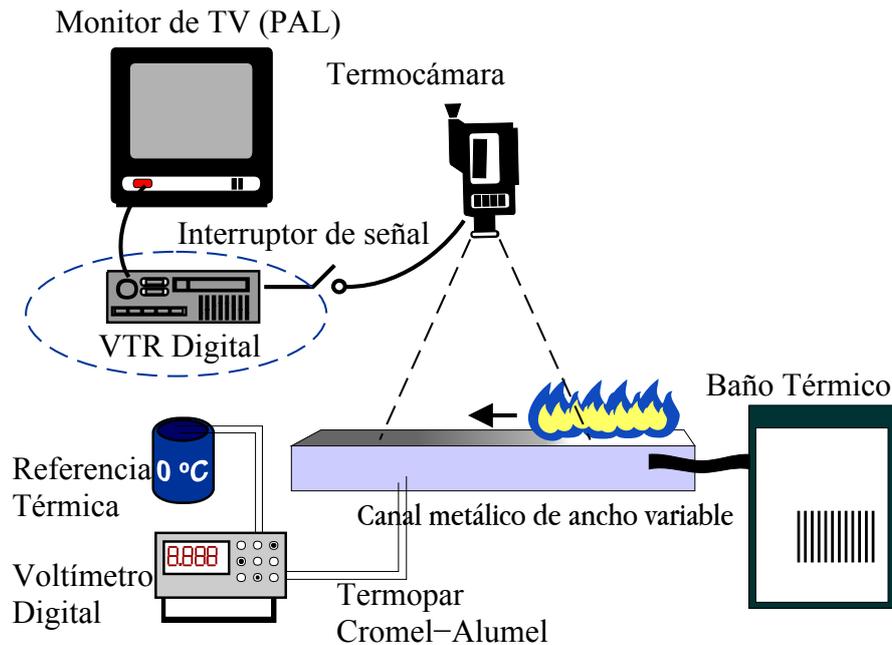


Figura 3.1: Esquema de la configuración experimental

de propagación de frentes de llama sobre combustibles, luego un control eficaz de su valor y estabilidad durante el experimento es crucial para garantizar la regularidad y utilidad de los resultados. La solución propuesta en este trabajo se presenta de manera esquemática en la figura 3.4.

El canal en el que es contenido el combustible utilizado en cada experimento está fabricado en aluminio, un conductor térmico muy eficiente. Para forzar un perfil de temperaturas suficientemente homogéneo, a pesar de las pérdidas térmicas que se producen durante la espera del equilibrio térmico (determinada por el experimentador según la lectura proporcionada por un termopar sumergido), el canal ha sido diseñado de tal manera que a lo largo de su interior, aislado de la zona de continencia del combustible por paredes delgadas de aluminio, pueda fluir el líquido de termalización inyectado desde el baño térmico. Así, el cuerpo hueco del canal en su interior es, a su vez, un sistema de conductos de recirculación que conducen dicho líquido a la temperatura establecida en el control del baño térmico, intentando maximizar el área y tiempo de contacto con las paredes.

Si bien las paredes del canal sufren pérdidas térmicas (por contacto con el aire a temperatura ambiente y con el combustible en su cara exterior), el montaje experimental es inicializado con suficiente anticipación para permitir que el sistema *combustible-canal-refrigerante-baño térmico* se establezca a una temperatura de consigna dada, por acción del sistema de control del baño térmico. A pesar de que dicha temperatura no es estrictamente uniforme en todos los componentes del sistema descrito, los gradientes de temperatura se estabilizan lo suficiente como para mantener una temperatura constante prácticamente uniforme sobre la superficie del fluido en la interfase con la fase gaseosa. Dicha temperatura se denominará desde ahora *temperatura inicial* T_{∞} , por analogía con los modelos teóricos, en los que representa la temperatura de la superficie de este último en el infinito, lejos del frente de llama y de su influencia por transferencia difusiva, radiativa o convectiva de calor hacia el fluido.

3.1.2. Instrumental de medición y control de parámetros experimentales

El equipo seleccionado para la realización del experimento que permite la observación del fenómeno de interés para este trabajo, tanto en para las funciones de control como las de medida, fue escogido

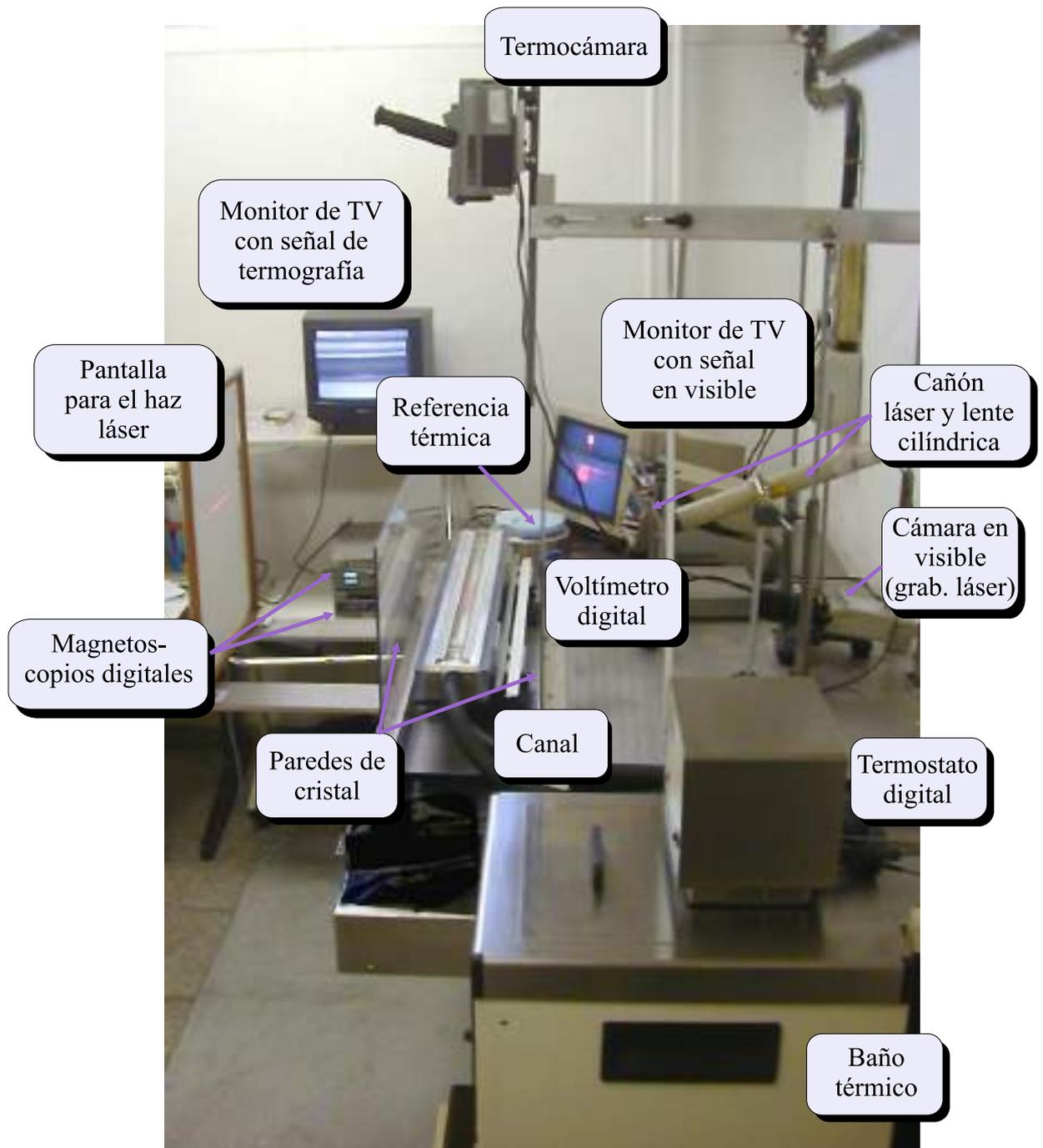


Figura 3.2: Fotografía de la configuración experimental tal como se encuentra instalada en el Laboratorio de Combustión.

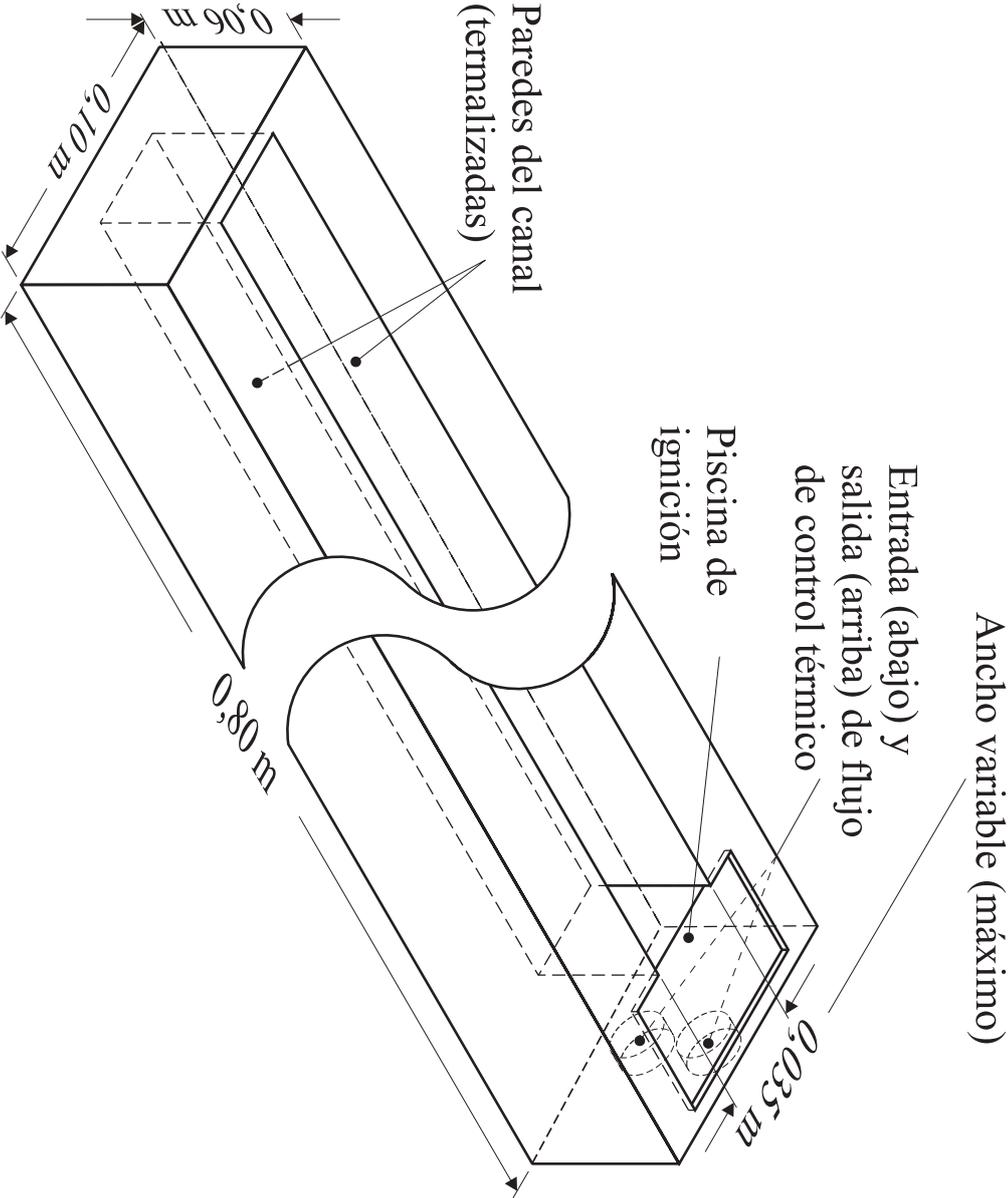


Figura 3.3: Esquema exterior del canal

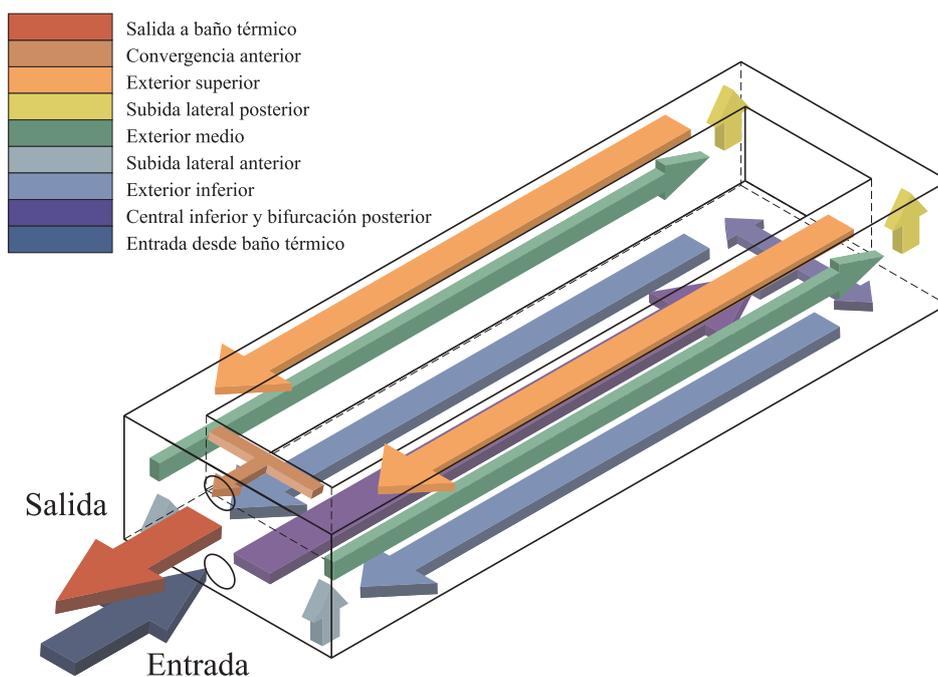


Figura 3.4: Interior del canal, flujos de acondicionamiento de la temperatura inicial del combustible.

pensando en la robustez del sistema frente a sus posibles (y frecuentes) irregularidades e inestabilidades y a la complejidad intrínseca de los procesos involucrados en su dinámica. El equipo de adquisición y registro utilizado para este trabajo es citado en la tabla 3.1.

Para el control de la temperatura T_{∞} se utilizó un termopar tipo K (de aleaciones níquel–cromo en un hilo y de níquel–aluminio en el otro) dada la linealidad casi total de la relación entre temperatura en la soldadura (sonda) y diferencia de potencial entre los extremos de los hilos. El termopar funciona bajo una configuración de puente (figura 3.1) que requiere de una referencia térmica, en este caso un contenedor termalizado con una mezcla de agua en fase sólida (hielo) y en fase líquida, lo que provee una temperatura de referencia equivalente a la temperatura de equilibrio entre las dos fases (0°C a las condiciones experimentales). Así, la temperatura en la soldadura entre las dos hebras del termopar es medida a través de un voltímetro digital de alta precisión (del orden de una milésima de Voltio) para su registro al inicio de cada instancia del experimento. La punta del termopar —es decir, la soldadura que une los hilos de aleaciones distintas— se ubica, a través de un orificio sellado en uno de los extremos del canal, en la superficie del combustible, a ras con la interfase que separa la fase condensada de la gaseosa, equidistante de las paredes del canal (figura 3.3).

La temperatura a la que se equilibra el sistema líquido–gas tras un tiempo está ligeramente desviada de la temperatura establecida con anterioridad en el control del baño térmico a través de su termostato, es decir, la temperatura del líquido refrigerante que es inyectado desde su interior a los conductos internos del canal de aluminio, dígame T_{ref} . La desviación depende de la diferencia de temperatura entre la atmósfera y el refrigerante: si el refrigerante está más frío, la temperatura de equilibrio superará la de consigna; si el refrigerante está más caliente, el combustible se equilibrará por debajo de la temperatura de consigna del baño. El tiempo necesario conseguir ese equilibrio aumenta con la diferencia entre la temperatura inicial que se desea imponer al combustible, mientras que la variación de T_{∞} en función de T_{ref} exhibe un comportamiento de histéresis que debe ser evitado para obviar posibles variaciones bruscas de T_{∞} antes de iniciar el experimento o durante su desarrollo.

Una vez conseguido un valor aproximado a la temperatura inicial esperada, estable según el valor ob-

Instrumentos	Tipo	Rango-precisión	Marca; Modelo
Voltímetro	Digital	$1 \times 10^{-3} V$	<i>HAAKE</i>
Termopar	K (Níquel-Cromo Níquel-Aluminio)	-270 – 1372 °C, (-6,458 – 54,875 mV)	Omega Engineering; Cromel-Alumel
Baño Térmico	Flujo de aceite mineral refrigerado. Control de temperatura mediante termostato digital.	-20 – 150 °C	HAAKE; P1-C41P
Termocámara	Entrada CCD, Salida PAL estándar	-40 – 120 °C, $\pm 0,1^\circ C$ Área efectiva 640×480 px	FLIR; ThermaCAM PM695
Magnetoscopio	Señal PAL DV	25 fps (entrelazado). Resolución: 720×576 px	SONY; DSR 25
Monitor de TV	PAL estándar	Resolución: 720×576 px	SONY; Trinitron 15"

Tabla 3.1: Listado y características del instrumental utilizado para el control de parámetros experimentales y medida de magnitudes físicas

servado en el voltímetro digital, se inicia la instancia experimental propiamente dicha (cuya secuencia será detallada en el apartado 3.3.1), que es registrada en formato DV crudo en cintas apropiadas para dicho estándar por medio del magnetoscopio digital (figuras 3.1 y 3.6) a la par que la evolución del experimento se observa en un monitor de TV conectado en serie con dicho magnetoscopio.

La secuencia de instancias experimentales es así registrada de forma ordenada a medida que la lista de temperaturas iniciales programada es recorrida, ordenándose mediante la anotación en el cuaderno de laboratorio de los parámetros relevantes para los procesos de medida. Cada secuencia de vídeo asociada a una instancia experimental es separada de su inmediata sucesora por un corto tramo de grabación sin señal de vídeo, al operar el interruptor dispuesto para esta labor, lo que permite delimitar, en tiempo de reproducción, la duración exacta de cada secuencia de video. Los experimentos quedan entonces almacenados en cintas DV que contienen una versión digital (a salvo de deterioro por reproducción y regrabación sobre las cintas) de la señal de termografía proveniente de la cámara infrarroja.

3.2. Videotermografía digital

En materia de instrumentación experimental, el mayor interés desde el punto de vista tecnológico se centra en el diseño y construcción de aparatos de medida que extiendan el ámbito de su percepción, la precisión de las medidas entregadas y, paralelamente, que reduzcan la alteración o condicionamiento de las mismas debido a su presencia. En ese sentido, la información visual, adquirida mediante equipo electrónico diseñado específicamente para esta tarea, se ha convertido en una herramienta fundamental en el laboratorio, lo que ha ido a la par con el rápido desarrollo de la visión artificial como un campo de la ingeniería en el que converge el procesamiento de señales, el análisis estadístico y el modelado matemático.

Todo ello se aborda desde la perspectiva del análisis discreto, como forma de modelar el carácter digital de las herramientas y por ende los datos adquiridos por éstas, que no son más que el resultado del muestreo discreto de la información proveniente del fenómeno real bajo observación. Las herramientas metodológicas propuestas en el presente trabajo se fundamentan, en el procesamiento de imágenes y vídeo digitales² aplicadas a secuencias de vídeo en termografía.

²Se entenderá por imagen digital una matriz bidimensional de valores enteros (niveles de gris) que es posible represen-

3.2.1. Termografía

Como se mencionó en el capítulo anterior, el presente estudio experimental de la propagación de llamas sobre combustibles líquidos se fundamenta en la medida sobre secuencias de vídeo en termografía infrarroja, tanto por su capacidad de entregar una visión global del estado del experimento durante la observación como por su carácter no-invasivo, evitando el condicionamiento o alteración de las medidas y resultados obtenidos del ejercicio experimental por la introducción de elementos extraños al fenómeno observado.

Como se detalla en el apéndice B, la utilización de equipos de termografía que estiman la temperatura en superficie de un objeto a partir de la energía irradiada por éste debe considerar el factor de emisividad que distancia el comportamiento del objeto observado del comportamiento ideal de *cuerpo negro* (aquel en equilibrio termodinámico con la radiación electromagnética, por lo que absorbe toda la energía radiante incidente y la reemite distribuida espectralmente en función de su temperatura). Dicha relación simplificada se puede escribir como:

$$N_{\lambda} = \varepsilon N_{\lambda b}(\lambda, T)$$

donde N_{λ} es la radiancia espectral emitida desde la superficie del cuerpo con longitud de onda λ , $N_{\lambda b}$ es la radiancia espectral del *cuerpo negro* y ε es el factor de emisividad del material, variando en el intervalo $[0, 1]$. La radiancia espectral del cuerpo negro es función de la temperatura, según la expresión

$$N_{\lambda b} = \frac{2\hbar c^2}{\lambda^5 \left(1 - \exp\left(\frac{\hbar c}{\lambda K T}\right)\right)}$$

donde \hbar es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz, K es la constante de Boltzmann y T es la temperatura absoluta de la superficie en grados Kelvin.

Dicha diferencia puede ser corregida, entonces mediante modelos simples como el de la «ecuación fundamental de la termografía» que relaciona la radiación recibida por el observador (en este caso, el CCD especializado de la termocámara) con la radiación emitida por el objeto observado y la radiación de fondo del entorno, así:

$$N_{obs} \simeq \varepsilon N_{obj} - (1 - \varepsilon) N_{env}$$

Donde N_{obs} es la radiancia recibida en la posición de la cámara, N_{obj} es la radiancia emitida efectivamente por el objeto observado y N_{env} es la radiancia del entorno en el que se encuentra el objeto modelada como cuerpo negro.

Según las medidas realizadas por medio de la cámara térmica en el proceso de calibración, usando el termopar como referencia de la temperatura «real», este factor de corrección pudo ser obviado prácticamente para todos los combustibles utilizados, pues la temperatura radiométrica observada por la cámara termográfica se encontró de forma casi constante $\sim 1^{\circ}\text{C}$ por debajo de la temperatura medida por el termopar en la superficie del combustible. Esta diferencia fue observada para todas las combinaciones utilizadas de nivel y ventana térmica, lo que se relaciona estrechamente con la alta linealidad de la relación temperatura-nivel de gris en la región central del intervalo establecido por la ventana térmica (*span*), presentándose un efecto de saturación en los dos extremos de dicho intervalo.

tar de manera gráfica, de modo que las características morfológicas que se pueden extraer de ella visualmente, se puedan obtener cuantitativamente mediante el uso de algoritmos matemáticos (filtrado, detección de bordes, segmentación, etc.) independientes del experimentador.

Una secuencia de vídeo digital es una sucesión de imágenes consecutivas extraídas de la misma escena durante un intervalo de dado tiempo, lo que implica un proceso de captura equivalente a muestreo temporal de la escena efectuado a cierta frecuencia –según sea el estándar empleado– por el disparo de la cámara.

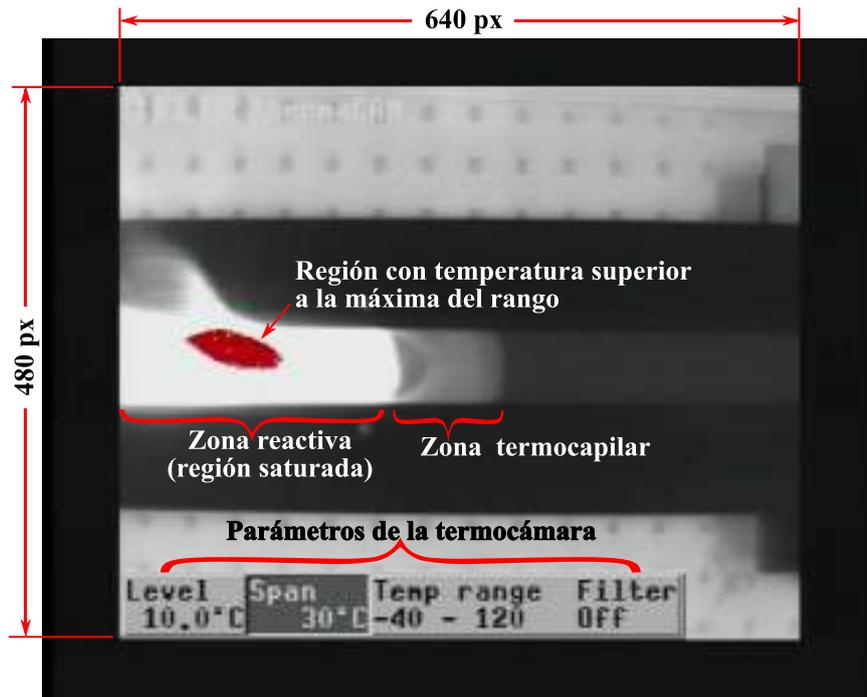


Figura 3.5: Ejemplo de imagen termográfica, escala de grises

Esto último se tuvo en cuenta para la selección de la configuración de la termocámara –nivel y ventana térmica– más conveniente para la temperatura T_{∞} utilizada en cada secuencia experimental.

Así, la cámara térmica fue calibrada para las combinaciones nivel–ventana térmica seleccionadas, aumentando la temperatura del combustible termalizado y graficando dicha temperatura frente al nivel de gris asignado por la termocámara (grado de activación de cada celda del CCD), obteniéndose las curvas de calibración presentadas en el apartado 3.2.2.3.

Los aspectos físicos que han permitido el desarrollo de la tecnología de termografía infrarroja como herramienta de observación y medición –en particular la termografía digital tal como es implementada en la cámara termográfica FLIR ThermaCAM PM695– son presentados en el apéndice B. El registro en cinta DV de la señal de la cámara termográfica tiene una apariencia como la que se observa en la figura 3.5, en la que además se describen de forma esquemática los aspectos más relevantes de la información contenida en cada secuencia de vídeo correspondiente a una instancia del experimento.

3.2.2. Vídeo digital

3.2.2.1. Aspectos técnicos del sistema de adquisición

Una vez se ha registrado en cinta de DV una secuencia de instancias experimentales correspondiente a parámetros fijos –generalmente la combinación del combustible y el ancho de canal utilizados, que son los que menor flexibilidad ofrecen para el montaje empleado–, dicho registro es digitalizado y convertido a un formato que pueda ser almacenado, accedido y procesado con facilidad por ordenador. Esto se lleva a cabo mediante una fase de preprocesamiento que permite capturar los resultados experimentales registrados en cinta a modo de secuencias de imágenes digitales a través de los puertos de comunicación del ordenador, organizados a manera de archivo de ficheros de imágenes, susceptibles, por su formato,

de ser tratados, analizados e interpretados de forma sistemática y parcialmente automatizada mediante un conjunto de aplicaciones informáticas desarrolladas *ad hoc* para el presente trabajo.

La configuración del sistema de adquisición y preprocesamiento es sencillo dados los rápidos avances tecnológicos –incluso simultáneamente con el desarrollo de la tesis doctoral– en el desarrollo de tecnologías de hardware y, consecuentemente, de herramientas informáticas, destinadas a la digitalización y procesado por ordenador de información de vídeo. Las primeras fases del presente trabajo se iniciaron con un sistema de adquisición basado en una tarjeta de captura de cuadros (*frame grabber*) Matrox Meteor II, capaz de digitalizar una señal de TV estándar (PAL) a cuadros individuales «congelados» (*still frames*) mediante una aplicación desarrollada específicamente para el proceso de captura apelando a la librería-interfaz (API) asociada al hardware, la Matrox Imaging Library (MIL). El uso de dicho sistema, con sus limitaciones implícitas (captura de cuadros congelados uno a uno por la baja tasa de captura, conversión por hardware de la señal de TV a imágenes en formato TIFF³, interpolación por hardware no controlada para convertir la razón de aspecto de los píxeles del formato PAL a píxeles cuadrados de los dispositivos de salida de ordenador, etc.) condicionó el desarrollo posterior de las rutinas desarrolladas para la captura de la señal. La captura se hacía entonces controlando el magnetoscopio a través de su interfaz RS-232 mediante una API desarrollada para el efecto, permitiendo reproducir la cinta «cuadro-a-cuadro», dando tiempo a la rutina de captura de adquirir el cuadro completo a través de la tarjeta de captura, preprocesarlo segmentándolo a la región de interés (la superficie del canal ubicada dentro del campo de visión de la termocámara) y grabarlo a disco en el formato citado. Esta solución presenta el inconveniente adicional de que la tarjeta de captura de cuadros está pensada para adquirir imágenes estáticas provenientes de vídeo analógico en formatos estándar (en particular en formato PAL para la tarjeta utilizada hasta entonces), lo que implica una conversión digital-análoga en la salida del magnetoscopio (cinta DV a señal de TV tipo PAL) y una conversión análoga-digital en la captura de cuadros por la tarjeta; esto introduce al proceso todas las desventajas referidas al ruido del canal en la transmisión analógica y a la aparición de artefactos propios de la conversión AD y DA.

Durante el curso de la tesis doctoral, la implantación del formato de vídeo digital en crudo usado por las cámaras digitales, en vertiginoso avance en los últimos años, ofreció la alternativa de manejar siempre datos de vídeo de carácter digital, gracias al formato DV utilizado por el magnetoscopio para su representación y almacenamiento en cinta. La especificación de tal formato se encuentra establecido en el estándar IEEE1394⁴. Como resultado de aplicar esta nueva aproximación, la configuración implementada (figura 3.6) se simplificó notoriamente al hacer uso de una aproximación basada completamente en el formato DV. Así, la reproducción de la cinta en el magnetoscopio es controlada mediante señales estándar a través del puerto IEEE1394 del ordenador, el mismo utilizado para adquirir la información de vídeo registrada en las cintas DV desde el magnetoscopio. Para este efecto, se desarrolló una rutina (implementada para sistemas tipo POSIX) encargada simultáneamente de reproducir la cinta de forma controlada, «cuadro-a-cuadro» (mediante la librería `libraw1394`), y de capturar cada cuadro (usando la librería `libdv1394`), para luego extraer desde éste la región de interés, almacenándola en disco en el formato estándar PNG⁵ apelando a su librería de acceso y registro `libpng` (más detalles son presentados en la sección 3.3.2).

La representación de la información visual tiende a su progresiva simplificación, si bien esta tendencia no siempre se materializa en estándares más esquemáticos y sencillos. En general, el modelo más

³ Tagged Image File Format, desarrollado por la desaparecida compañía Aldus para aplicaciones de diagramación asistida por ordenador y ahora bajo licencia de Adobe Systems.

⁴ Formalización del estándar FireWire, también conocido como iLink, diseñado y utilizado inicialmente por la compañía Sony Corp.

⁵ Portable Network Graphics, especificación para la representación digital de imágenes en ordenador, diseñado para la portabilidad, que provee compresión sin pérdidas, múltiples canales, transparencias, etc. Más información en [53].

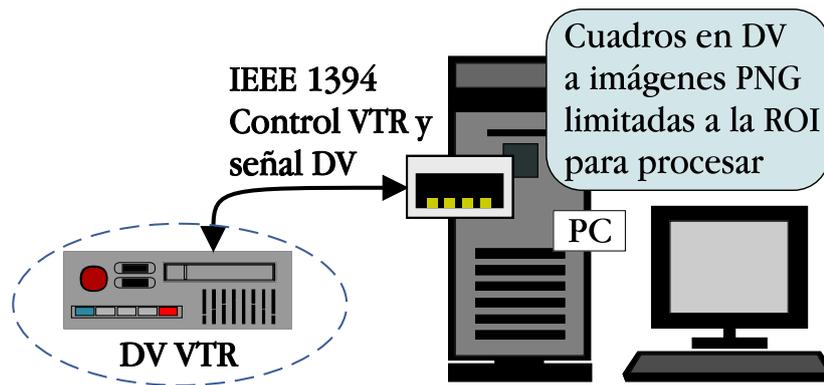


Figura 3.6: Sistema de captura y preprocesamiento de secuencias de vídeo digital

extendido para representar las variaciones de intensidad a lo largo y ancho de la matriz de píxels (que abstrae un dispositivo de salida digital) es mediante niveles cuantizados de intensidad, bien simple (escala de grises) bien por componentes en los diferentes modelos de color empleados para la representación de la información visual dependiendo del dispositivo. El número de bits empleados para la codificación de estos niveles cuantizados varía con la aplicación, yendo de 10 a 14 para aplicaciones en las que el grado de contraste es crítico (como es el caso de imágenes médicas) hasta 8 para otro tipo aplicaciones menos sensibles a tales variaciones. En el caso que atañe a este trabajo, la cuantificación de la intensidad es una representación indirecta de la temperatura en superficie del material observado por la cámara termográfica, y está limitada –por las características técnicas ésta– a 8 bits por píxel, es decir, 256 niveles de gris a repartir, por redondeo, a las temperaturas contenidas en el rango determinado por el nivel y la ventana térmica introducidos a la cámara. Para los valores de estos parámetros usados en este trabajo, tal partición supera incluso la precisión de la cámara en la determinación de las temperaturas observadas, que es de $\pm 0,1^\circ\text{C}$ ⁶. Esta cuantización a 8 bits facilita la conversión de la señal de la termocámara a imágenes capturadas y representadas por el hardware de vídeo del ordenador utilizado, pues hay una correspondencia uno a uno de los niveles de gris observados y los que finalmente son registrados y almacenados en la imagen PNG asociada a la ROI de un cuadro dado. El único detalle técnico que hubo de ser controlado es que de ese rango de 255 niveles de gris, aquellos por debajo de 32 y por encima de 215 no son fiables al perderse la linealidad de la relación entre dichos niveles y la temperatura que representan, según la configuración nivel–ventana térmica seleccionada (ver figura C.1).

3.2.2.2. Preprocesamiento de la señal de vídeo y calibración espacial y temporal de la adquisición

La tecnología existente en la actualidad destinada al tratamiento de información visual en movimiento (vídeo) se encuentra en una fase de transición entre el equipamiento y las herramientas analógicas, ampliamente extendidas e implantadas en la industria, y las nuevas tecnologías fundamentadas, casi totalmente, en herramientas y metodologías digitales. Este proceso de reconversión paulatina, desarrollado de forma deliberada para garantizar la compatibilidad entre la infraestructura existente y los elementos y métodos de vanguardia tecnológica, eleva en gran medida la complejidad de los sistemas desarrollados para la implementación de soluciones específicas (como en el caso de este trabajo) utilizando componentes de diferente carácter, tanto especializados como generalistas.

⁶La cámara termográfica empleada proporciona imágenes en falso color mediante paletas de alto contraste, pero estas imágenes no son útiles para la medida mediante procesamiento digital, aunque facilitan la visualización en tiempo real por el contraste optimizado de las paletas mencionadas.

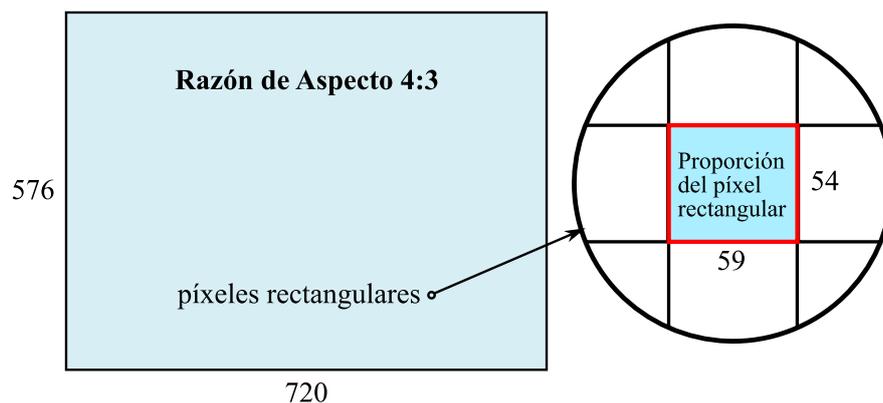


Figura 3.7: Calibración espacial: razón de aspecto de los píxeles en formato PAL estándar.

Una de las complicaciones de bajo nivel más notorias, resultantes de esta combinación de tecnologías inusualmente heterogéneas, es la diferencia existente entre la razón de aspecto —el cociente entre el tamaño horizontal y vertical— de un píxel —la unidad de muestreo espacial discreto bidimensional— del campo visible por una cámara con señal TV estándar (formato PAL europeo) y la del píxel «cuadrado»⁷ utilizado en la representación gráfica en ordenador. Esta diferencia se puede observar de forma esquemática en la figura 3.7 para el formato de vídeo usando en este trabajo. Como se mencionó anteriormente, algunas tarjetas de captura de cuadros se encargan, por hardware, de hacer la corrección mediante algoritmos de interpolación implementados físicamente en el firmware de la tarjeta de captura, lo que garantiza —de forma oscura de cara al desarrollo de las rutinas— que las proporciones de la imagen capturada mediante la API asociada a la tarjeta correspondan a las medidas reales de la proyección de los objetos observados por la termocámara y registrados, en formato DV crudo, por el magnetoscopio digital.

Al usar estos datos directamente en formato DV, el muestreo propio de la señal de vídeo digital proveniente del magnetoscopio llega al ordenador con la misma representación en crudo de los píxeles transmitidos desde la cámara termográfica durante la grabación del experimento, lo que implica la necesidad de corregir las dimensiones de cada frame (y, consecuentemente, de los objetos contenidos en éste) para que la proporción del muestreo usado sea la correcta y, por ende, las medidas espaciales sean válidas, cualesquiera sea la dirección sobre las que éstas se tomen. Ello se logra escalando las dimensiones observadas en la dirección vertical en un factor equivalente a la relación entre las longitudes horizontal y vertical del píxel.

La calibración espacial para cada experimento se lleva a cabo teniendo en cuenta el valor de la mencionada proporción entre las dimensiones horizontal y vertical de la imagen DV en crudo (razón de aspecto) y, adicionalmente, el «tamaño del píxel», es decir, la medida de la región cubierta por cada uno de estos elementos unitarios de información gráfica. Este tamaño del píxel se determina con facilidad empleando una regla calibrada para laboratorio, cuyas marcas correspondientes a milímetros, centímetros y decímetros son observables en el espectro de infrarrojos utilizado por la termocámara (una imagen de la regla utilizada en este trabajo puede observarse en la figura 3.8). Para registrar datos de calibración espacial se graba un tramo inicial de vídeo a modo de encabezado de la secuencia experimental, con la regla ubicada en el campo visible de la termocámara y a la misma altura a la que estará la superficie del combustible, lo que permite hacer una calibración semiasistida al calcular el número de píxeles correspondiente a cada milímetro en el plano focal de la cámara, establecido sobre la interfase del líquido cuando éste llena el canal de aluminio.

⁷ Estos píxeles son, realmente, rectangulares, si bien la diferencia entre las dimensiones horizontal y vertical es inferior

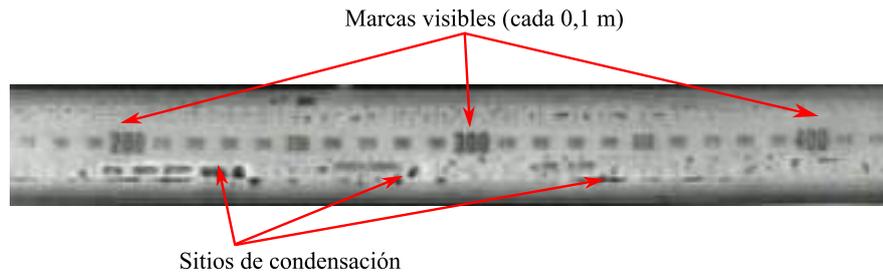


Figura 3.8: Calibración espacial. Imagen termográfica de una regla metálica. Captura realizada con $T_{media} = 10^{\circ}\text{C}$ y $\Delta T = 30^{\circ}\text{C}$. Las manchas negras corresponden a sitios con combustible condensado por contacto con el metal de la regla, a su vez en contacto con las paredes metálicas del canal refrigerado.

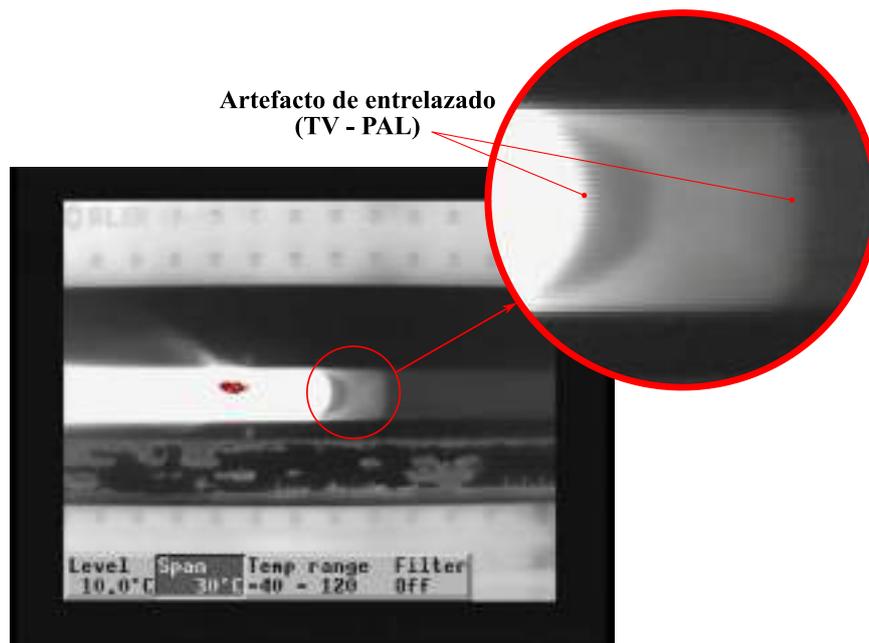


Figura 3.9: Artefacto de entrelazado debido a desplazamientos rápidos que suceden durante el cambio de captura de líneas pares e impares por la termocámara.

Otra dificultad, heredada de las soluciones electrónicas propias de etapas anteriores en el desarrollo tecnológico en este campo –en particular, de la necesidad de optimizar la tasa de captura óptica por líneas de las cámaras de TV análogica y, consecuentemente, de refresco de los monitores de TV análogica – es la característica de «entrelazado», que implementa el barrido de la región capturada por líneas pares en tiempos enteros (de formación del cuadro) y de líneas impares en los instantes intermedios, entre cuadro y cuadro. Este método de adquisición por barrido induce a que en un mismo cuadro se encuentre información de dos instantes diferentes, entrelazada por líneas pares e impares. A esto se lo llama «vídeo entrelazado» y es el estándar de las señales de TV PAL análogica. La figura 3.9 presenta el entrelazado introducido por la utilización de la termocámara de una salida de vídeo PAL, que estipula el envío de 25 cuadros entrelazados completos por segundo; es fácil observar en dicha figura que las regiones en las que la velocidad es más grande presentan un cambio más grande entre frames consecutivos (mayores velocidades de propagación de la llama, para el caso de los vídeos capturados para el presente trabajo).

Como es evidente, este artefacto es altamente inconveniente si se pretende realizar medidas fiables so-
al 1% .

bre vídeos capturados a partir de este tipo de señal, por lo que es necesario desarrollar una subrutina de desentrelazado de cada cuadro, reduciendo la resolución espacial en la dirección vertical a la mitad, en favor de la verosimilitud de la información contenida en los cuadros constitutivos de la secuencia de vídeo. Como contraprestación, la resolución temporal se duplica hasta 50 cuadros desentrelazados por segundo, si los cuadros provenientes de instantes «intermedios» son también almacenados y posteriormente utilizados en las rutinas de medida desarrolladas para analizar e interpretar la información en vídeo termográfico del experimento.

3.2.2.3. Calibración radiométrica de la termocámara

Los datos de experimentos anteriores (como en [15, 25, 36, 39]) indicaron de antemano los rangos de temperaturas en los que se daba cada comportamiento para los alcoholes empleados (isopropanol y n-propanol). Se seleccionaron tres intervalos de sensibilidad de la termocámara centrados en tres temperaturas características de los regímenes de temperaturas inferiores, todos con una amplitud de 30°C. Las temperaturas elegidas fueron: 10°C (correspondiente al régimen de propagación pulsante), 15°C (correspondiente al régimen de propagación uniforme-lenta) y 20°C (en la región de propagación uniforme-rápida)⁸.

Para cada uno de estos intervalos se recurrió a una calibración de las intensidades de gris proporcionadas por el sistema *cámara-magnetoscopio* empleando como referencia de temperaturas un termopar tipo *K* de *Cromel-Alumel*. Las curvas de calibración resultaron ser aproximadamente lineales en los cuatro intervalos, aunque se alejaban ligeramente de este comportamiento en los bordes de éstos, razón por la cual se utilizó un ajuste cúbico. La estimación de error de la calibración en cada tramo de temperaturas se hizo calculando la desviación típica de los datos respecto a la curva. Suponiendo aproximadamente gaussiana esta distribución, de modo que sea lícito utilizar un estimador basado en mínimos cuadrados, se calcularon también los intervalos de confianza (corredores de errores).

El proceso de calibración de la toma de datos se llevó a cabo a través de una aplicación de control del magnetoscopio y captura de cuadros en el ordenador. El termopar fue calibrado directamente según la hoja de referencia provista por el fabricante, relacionando mediante regresión polinomial las temperaturas de referencia con la diferencia de potencial en milivoltios entregada por el termopar con una referencia térmica a 0°C. Esta relación resultó ser prácticamente lineal para el rango de temperaturas a los que el experimento fue ejecutado en el presente trabajo. La correspondencia entre diferencia de potencial y temperatura absoluta fue utilizada para la corrección de los valores de T_∞ , tomándose siempre el valor ofrecido por el termopar.

Posteriormente se calibró la termocámara para una serie de temperaturas del líquido (puesto previamente en equilibrio térmico) grabando secuencias cortas de vídeo y relacionando el nivel medio de gris en el *spot* de la termocámara con la temperatura indicada por el termopar a través de un voltímetro digital. Los resultados de la regresión lineal obtenida se muestran en la figura C.1 del apéndice C.

Las temperaturas medidas en superficie mediante termografía infrarroja fueron corregidas al ajustarlas a la correspondencia entre la temperatura radiométrica observada por la termocámara y el valor correspondiente de T_∞ registrado en el voltímetro digital como diferencia de potencial entre las dos puntas del termopar.

⁸La región pseudouniforme, que se da a temperaturas inferiores a 0°C, no se estudia debido al tamaño reducido del canal, que hace que el efecto de la pared sea muy importante para estas llamas precedidas por una lengua termocapilar muy grande.

3.3. Procedimiento de adquisición de datos

3.3.1. Protocolo experimental

Una vez determinadas las características y limitaciones del equipo experimental y de medida a utilizar en la configuración experimental propuesta, se puede establecer la información relevante que se debe extraer de la utilización de dicha configuración en cada instancia experimental para llevar a cabo las medidas, descripciones y clasificaciones de interés para el estudio del fenómeno de propagación de llamas sobre combustible líquido. Dicha información consiste, esencialmente, en una serie ordenada de secuencias de vídeo bien distinguidas y separadas unas de otras para facilitar su captura y procesamiento de forma automática. Cada una de las secuencias correspondientes a una serie experimental determinada por el par tipo de combustible–ancho de canal deberá estar relacionada, además, con el valor de la temperatura inicial T_∞ para la instancia experimental correspondiente, con la posición en la cinta de su inicio y con la configuración de nivel y ventana térmica empleadas en la termocámara para su registro.

Así pues, la toma de datos para cada serie de experimentos ha de realizarse de forma sistemática y homogénea para garantizar la validez de los valores anotados y de las secuencias de vídeo grabadas en el magnetoscopio desde la termocámara. Ello se consigue a través de la implementación un protocolo experimental que ha de ser, a la vez, simple y riguroso en su descripción y aplicación.

Un *experimento* consiste, entonces, en una serie de *instancias experimentales* para un combustible dado a un ancho de canal fijo, variándose la temperatura inicial del fluido, T_∞ . Cada *instancia experimental* corresponde a una T_∞ dada, establecida por medio del termostato del baño térmico y para cuya certeza se da un tiempo de espera al sistema para que alcance una temperatura de equilibrio térmico. Esta temperatura, observada como diferencia de potencial en el voltímetro digital, es anotada en el cuaderno experimental junto con los valores de nivel y ventana térmica usados en la termocámara y la posición en la cinta en la que comienza la secuencia de vídeo de la instancia experimental, que va desde que se genera la ignición en la piscina del canal hasta que el frente de llama ha llenado toda la superficie del canal visible para la termocámara, momento en el que la grabación en el magnetoscopio es detenida y la llama extinguida cubriéndola con una tapa metálica fabricada para el efecto.

El registro en vídeo de las instancias experimentales de un experimento dado es así llevado a cabo por medio de una cinta DV etiquetada apropiadamente, en la que cada instancia es separada de la siguiente por un segmento de grabación sin señal, fácilmente identificable de forma automática por el algoritmo de captura⁹. Una vez éste ha sido grabado se procede a aumentar la temperatura T_∞ al incrementar la temperatura de referencia del termostato del baño térmico en un paso definido según la programación planificada *a priori* para el experimento, hasta barrer el rango de temperaturas iniciales previsto¹⁰.

El protocolo, cuyo flujo de procesos se puede observar en la figura 3.10, se puede sintetizar, de forma algorítmica, en la siguiente secuencia de pasos:

1. **Inicio:** se selecciona la temperatura inicial T_∞ para el experimento, teniendo en cuenta que para el primero de ellos se establecerá la temperatura más baja de todo el conjunto de experimentos

⁹Las imágenes que exporta la cámara en secuencias sin señal de la termocámara no son totalmente negras (nivel 0 de intensidad). Esto se tiene en cuenta en el módulo de captura y almacenamiento en disco de las secuencias, que analiza el nivel medio y la varianza de la imagen capturada para saber si se trata de un cuadro con datos o de uno correspondiente a una secuencia de separación.

¹⁰Para las temperaturas bajas iniciales, los tiempos de relajación (desde la temperatura ambiente o la temperatura del combustible después de una toma) son menores debido a que el ambiente actúa calentando el líquido, luego se ha establecido que cada experimento comience desde la temperatura más baja, incrementándose ésta de forma gradual, lo que reduce sensiblemente el tiempo de espera necesario para que el sistema alcance el equilibrio térmico.

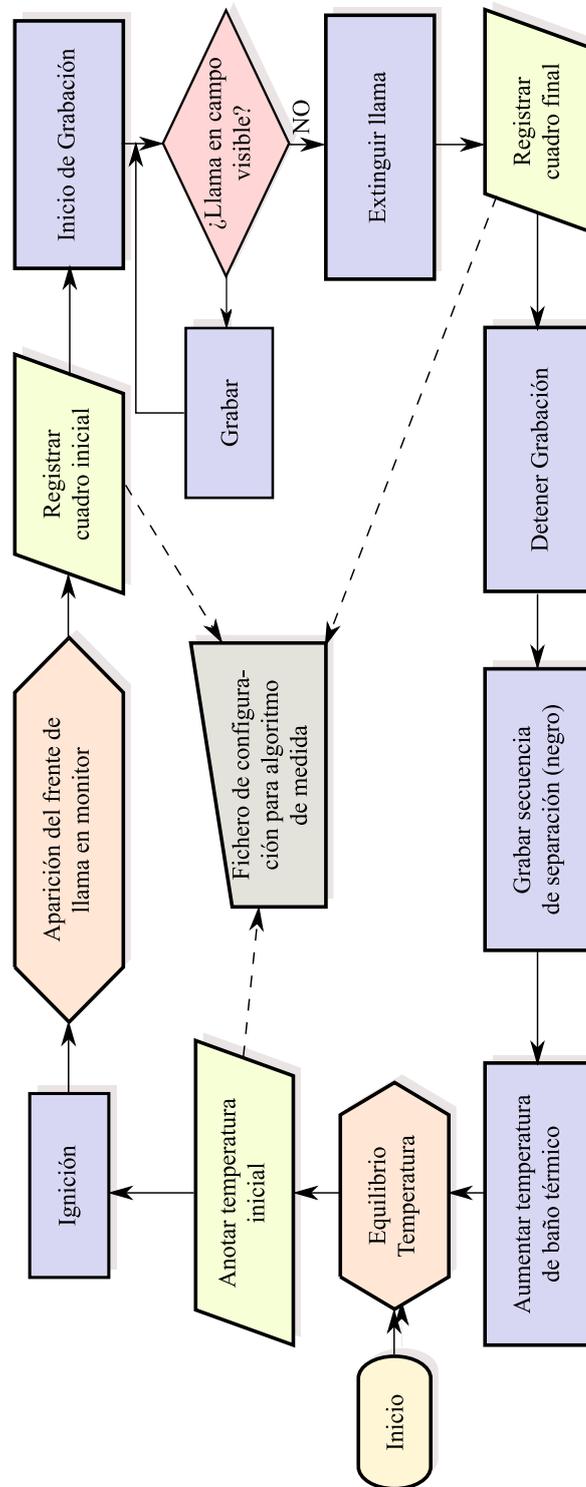


Figura 3.10: Diagrama de flujo del protocolo experimental empleado para la toma de datos de este trabajo.

presupuestado –se programa el baño térmico a $\sim 2^\circ\text{C}$ por debajo o por encima de la temperatura seleccionada, si ésta se encuentra por debajo o por encima de la temperatura ambiente; a partir del segundo se seguirá una secuencia ascendente de temperaturas, hasta alcanzar la máxima temperatura del conjunto predefinido. Se selecciona la combinación de *level* y *span* que mejor contenga el rango de temperaturas sobre la superficie del líquido para la temperatura inicial escogida (*en caso de que sea necesario un cambio de combinación, éste se registra en el cuaderno de laboratorio*).

2. **Equilibrio térmico:** cuando se alcanza el equilibrio térmico se anota la diferencia de potencial del termopar (que representa la temperatura real de T_∞ sobre la superficie del líquido), junto con el número de experimento actual.
3. **Ignición:** se inicia la combustión en la piscina de ignición y se levanta la compuerta mientras, simultáneamente, se inicia la grabación de la señal de la termocámara en el magnetoscopio.
4. **Grabación:** la secuencia es registrada en DV mediante el magnetoscopio.
5. **Extinción:** una vez la llama se propaga a todo lo largo de la región del canal visible desde la termocámara, se detiene la grabación, la llama se extingue forzosamente, y se revisa el nivel del combustible (agregando más si es necesario para mantener la altura fijada). Se registra el cuadro final de la secuencia.
6. **Separación:** Como separador entre la secuencia asociada a un experimento y la siguiente, se graba una secuencia sin señal (en «negro») sobre la cinta, con el objeto de diferenciar en la fase de adquisición de imágenes a qué experimento pertenece cada imagen capturada.
7. **Reacondicionamiento:** si no se ha alcanzado la máxima temperatura programada, se regresa al paso 1 para realizar el experimento a una temperatura mayor, incrementada a partir de la temperatura anterior en un paso establecido en la programación experimental. Para este trabajo, se usaron pasos de entre $\sim 0,5^\circ\text{C}$ y $\sim 2,0^\circ\text{C}$.
8. **Registro escrito de parámetros:** los parámetros anotados en el cuaderno de laboratorio para cada experimento realizado (N° de experimento, temperatura inicial y combinación *level-span* utilizada) son transcritos a un fichero de texto para su identificación automática posterior en el proceso de adquisición a manera de fichero de parámetros.

La revisión del nivel del combustible –añadiéndose una pequeña cantidad del mismo en caso de que la vaporización o la combustión lo disminuya– evita que las pequeñas diferencias en la geometría del menisco alteren el comportamiento del fenómeno entre instancias y, además, evita el falseamiento de la temperatura inicial del combustible observada por medio del termopar y el voltímetro digital, dado que el gradiente de temperaturas en la dirección perpendicular a la superficie del combustible es significativo [30].

Las variaciones en el grado de contraste de la imagen captada por la cámara termográfica se pueden observar en el periodo de espera por el equilibrio térmico, en el que el canal de aluminio se presenta siempre más cercano a la temperatura de referencia del baño térmico que la superficie expuesta –interfase– del combustible líquido. Así, este grado de contraste es corregido cuando el incremento en T_∞ desplaza el rango de temperaturas propio de la configuración experimental fuera del rango de niveles de gris distinguibles bajo la combinación nivel–ventana térmica utilizados hasta ese momento por la termocámara.

3.3.2. Registro sistemático de datos

Un aspecto esencial del trabajo en visión artificial inherente en las metodologías de estudio de datos experimentales propuestas para el experimento presentado en este trabajo consiste en el registro fiable, robusto, completo y reproducible de los datos provenientes del vídeo digital. Con este objeto, los métodos de captura automática, preprocesamiento, almacenamiento, tratamiento, medida e interpretación de los datos experimentales provenientes de lo registrado durante la fase netamente experimental, fueron implementados bajo un enfoque modular y procedimental tal como se mencionó en la subsección 3.2.2.1, permitiendo la ejecución óptima de tareas específicas por las rutinas particulares asociadas a cada tarea, pero articuladas alrededor de una aplicación genérica de visualización e interacción con el usuario a través de una interfaz gráfica estándar. Dicha aplicación, desarrollada bajo la metodología de Programación Orientada a Objetos y cuyo prototipo ha sido denominado «SImage GUI», fue desarrollada explícitamente para el presente trabajo y su código fuente, así como los binarios compilados para la plataforma utilizada (un sistema Linux de 64 bits) se encuentran en el apéndice electrónico a esta memoria.

Los módulos fueron entonces desarrollados como librerías de enlace dinámico que, en el sistema mencionado, corresponden a archivos de «objetos compartidos» (*shared objects* con extensión .so), cargados de forma dinámica durante la ejecución de la aplicación. Para las labores de registro, preprocesamiento y almacenamiento automáticos, correspondientes a esta sección, se desarrolló un módulo de Proceso cuyos bloques se ejecutan de forma simultánea durante el proceso de captura. Dichos bloques se describen a continuación.

3.3.2.1. Adquisición de vídeo

La captura, como se infiere del sistema utilizado para la comunicación entre el magnetoscopio digital y el ordenador, se lleva a cabo a través del puerto IEEE 1394. Dicho puerto permite la comunicación bidireccional entre el firmware del VTR y la aplicación de captura ejecutándose en el ordenador, lo que facilita el envío de señales de control al magnetoscopio de forma simultánea con la recepción de la señal de vídeo digital en crudo desde éste.

Por la evolución del presente trabajo, la reproducción de la cinta es llevada de tal manera que se presenta al ordenador un cuadro a la vez, luego aquella es ejecutada como una secuencia de señales de avance de cuadro individual en un estado continuo de pausa. Así, el módulo de captura puede adquirir cada cuadro holgadamente, preprocesarlo y almacenar el resultado de dicho preprocesamiento en disco. La señal de control es gestionada por una interfaz de control VTR en C++ implementada para esta aplicación, inspirada en el código del programa libre «DVgrab». Dicha interfaz hace uso de las llamadas de bajo nivel implementadas en la librería del sistema `libraw1394`, que permite el envío en crudo de señales a equipos conectados a un puerto estándar IEEE1394.

3.3.2.2. Construcción y manipulación de imágenes

La imagen presentada por el magnetoscopio al ordenador a través del puerto IEEE1394 es capturada por el módulo de registro, haciendo una solicitud –a un nivel superior al visto en la subsubsección anterior para señales de control– mediante la interfaz provista por la librería `libdv1394`, la cual implementa el protocolo apropiado para solicitar de forma asíncrona y robusta la captura de cuadros correspondientes a la secuencia de vídeo contenida en la cinta DV en reproducción. Cada cuadro

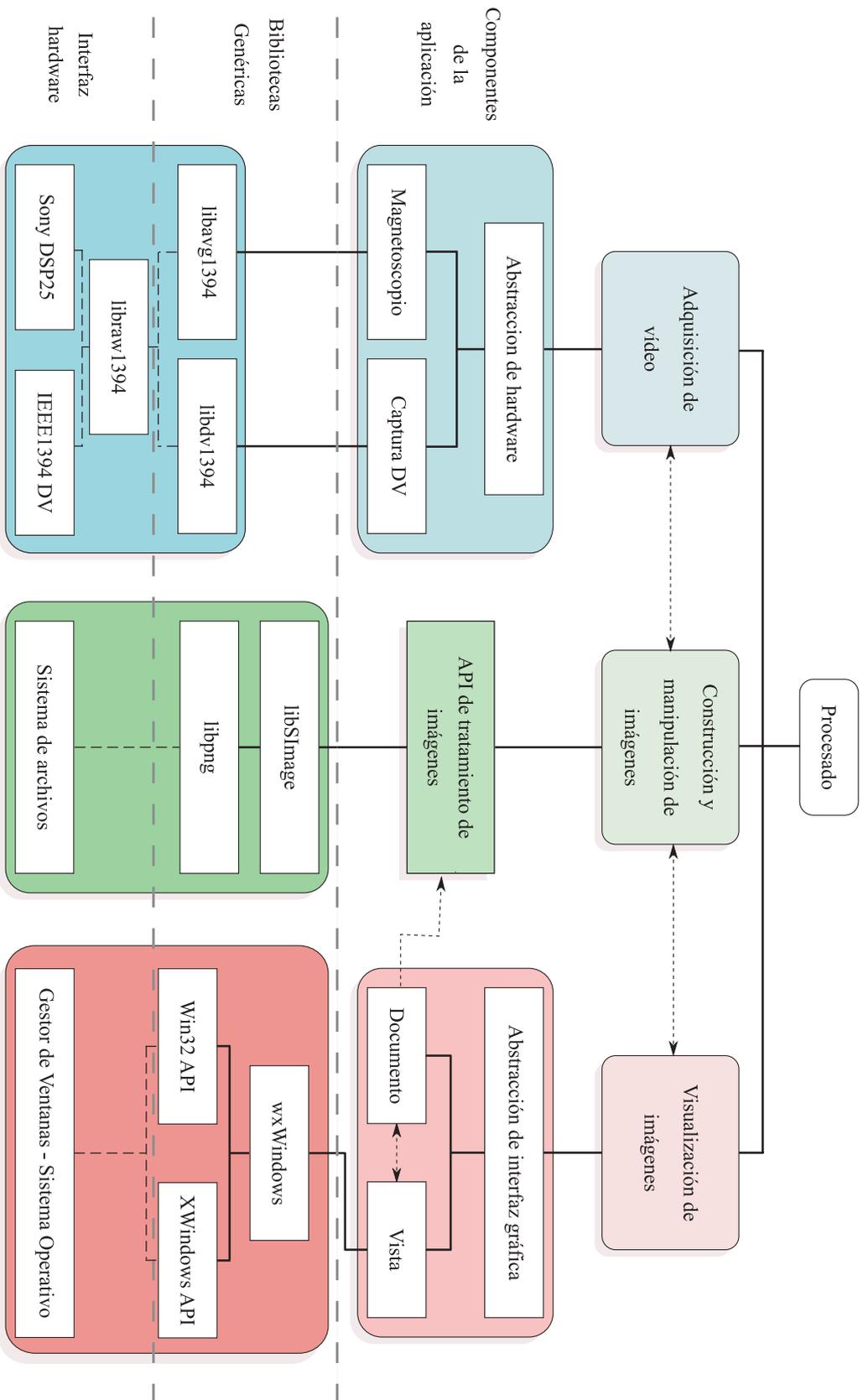


Figura 3.11: Diagrama del proceso de captura

capturado es entonces transcrito al formato en memoria (estructura de datos) nativo de la aplicación (SImage¹¹) y desplegado en pantalla.

La rutina de registro comienza con la captura individual del cuadro inicial de un experimento, el cual es utilizado para la segmentación asistida de la superficie del canal visible a la termocámara por parte del usuario mediante un proceso simple de selección rectangular usando un dispositivo de puntero como el ratón. Dicha selección es usada como la «ROI» (*region of interest*) a la cual se restringe el área del cuadro de vídeo utilizable para efectuar medidas y, por ende, permite optimizar el espacio de almacenamiento utilizado para guardar las secuencias, recortando la imagen capturada a dicha región y escribiendo efectivamente en disco una imagen con su geometría. Dado que la posición de la cámara no será alterada a lo largo de un experimento, la ROI seleccionada es válida para todas sus instancias experimentales. Tras dicha selección, como se mencionó más arriba, el módulo hace avanzar la cinta «cuadro-a-cuadro» en estado de pausa, capturando desde el magnetoscopio el cuadro completo y recortándolo en memoria a la región seleccionada inicialmente por el usuario. De dicha sección se extraen dos imágenes, una construida a partir de las líneas pares y otra a partir de las líneas impares de la región, entregando simultáneamente dos muestras de la captura (discreta) del experimento en vídeo, a 50 fps. Dichas imágenes, ya recortadas, son desentrelazadas mediante una interpolación bilineal de los valores de gris de los píxeles vecinos en la dirección vertical para los píxeles ausentes (de diferente paridad a la imagen que se desentrelaza). Las imágenes resultantes son convertidas a escala de grises, ya que el cuadro DV capturado en crudo es adquirido en formato RGB por la librería `libdv1394` (que, automáticamente, hace la conversión desde la representación YUV nativa del estándar PAL de TV a una de componentes RGB en 8 bits). Finalmente, la pareja «par-impar» así preprocesada es almacenada en disco en formato PNG con compresión sin pérdidas, lo que provee un método de almacenamiento que a la vez reduce el espacio utilizado por cada cuadro desentrelazado y garantiza que la información registrada no se verá alterada por el método de compresión.

Este proceso se repite para cada uno de los cuadros correspondientes a una secuencia asociada a una instancia experimental dada (construyendo el nombre de archivo de forma ordenada y consecutiva dada la posición del cuadro dentro de la secuencia de vídeo), hasta que el cuadro capturado verifica las condiciones que definen la secuencia de separación. Éstas son, para el equipo empleado en este trabajo, que el valor medio de nivel de gris en la totalidad del cuadro esté alrededor de 128 y que su desviación típica no supere tres niveles de gris ($3\sigma = 3$). Cuando un cuadro así es capturado, el módulo de registro pasa a un estado de espera en el que más cuadros son adquiridos pero no almacenados; la secuencia de separación finaliza cuando un cuadro de una nueva secuencia es observado y las condiciones de cuadro de separación dejan de ser cumplidas. Entonces, las variables de conteo se incrementan para que los nombres de archivo construidos secuencialmente denoten la pertenencia del nuevo cuadro a una instancia experimental diferente. Ello se aplica para todas las instancias pertenecientes a un experimento.

3.3.2.3. Visualización de imágenes

La visualización de los datos capturados, bien para iniciar el proceso de captura desde el DV de forma semiasistida, bien para observar el progreso del proceso de captura y almacenamiento, se lleva a cabo por medio de la mencionada interfaz gráfica de usuario SImageGUI. Ésta fue implementada usando la API Orientada a Objetos para el desarrollo de GUIs llamada wxWidgets. Esta selección se debió a las características de completitud, robustez, documentación suficiente y portabilidad del código entre plataformas de la citada interfaz de programación de aplicaciones. La librería wxWidgets

¹¹La especificación de este formato puede verse con mayor detalle en [53].



Figura 3.12: Captura de pantalla de la SImageGUI con imagen adquirida desde el magnetoscopio y, simultáneamente, con la ROI recortada según la selección del usuario en la primera.

se convirtió así en el puente que comunica la representación binaria en disco (formato PNG) de los cuadros (imágenes) de las secuencias, la representación en memoria de los datos de cada imagen (formato SImage) y los procesos de despliegue de la información visual según el estándar de cada plataforma, en este caso llevados a cabo por las clases `wxImage`, `wxScrollWnd` y `wxBitmap`. Una imagen representativa de la aplicación desarrollada en funcionamiento, con algunos de sus módulos conectados en tiempo de ejecución, se presenta en la figura 3.12

Capítulo 4

MEDIDAS UNIDIMENSIONALES BASADAS EN SEGUIMIENTO DE BORDES

4.1. Umbralización adaptada

Como se describió en la sección 1.1, el *frente de llama* es el límite exterior de la zona en la que se desarrolla una reacción de combustión. Es esta interfase la que se propaga sobre la superficie del combustible, a la distancia del límite de extinción¹ (*quenching*) a través de la fase gaseosa en la que se presenta la mezcla entre el comburente (oxígeno del aire) y el combustible vaporizado. Es de interés la determinación de la relación entre la estructura geométrica y física del frente de llama y las variables y parámetros físicos de relevancia durante el proceso de propagación.

Para la localización en cada cuadro de la secuencia de vídeo segmentada, tanto del frente de llama como del frente de precalentamiento (extremo de la zona termocapilar), se utilizó un método de umbralización cuyo umbral se estimó mediante parámetros estadísticos de cada secuencia de imágenes.

Aunque el perfil de temperaturas de la zona de precalentamiento crece suavemente a medida que se acerca a la llama, la rápida saturación en la escala de grises de la imagen de termografía producida por la zona reactiva contrasta fuertemente, permitiendo la determinación del frente de llama con bastante certidumbre.

Para la determinación del frente de llama en cada instante de una instancia experimental (es decir, sobre la ROI extraída de cada cuadro), se debe recorrer línea a línea la imagen segmentada de la superficie del canal, desde el extremo frío hacia la zona reactiva de la superficie del combustible. El punto determinado como coordenada del frente de llama es aquél en el que la intensidad del píxel sobre la línea toma el valor de la intensidad de saturación estimada.

Como se describió en el capítulo anterior, el rango de niveles de gris que puede ser utilizado con certeza en las imágenes digitalizadas va de 32 a 215; asumiendo nuevamente una distribución gaussiana para

¹La llama nunca entra realmente en contacto con la superficie de la fase condensada. Por el carácter de la reacción química que da origen a la combustión, existe un límite inferior (*lean limit*) y un límite superior (*rich limit*) para los que la ignición que da inicio a la combustión es posible. El exceso de concentración en la región inmediatamente superior a la interfase impide que el frente de llama tridimensional se acerque a ésta, manteniendo a la llama a una distancia determinada por la presión de vapor.

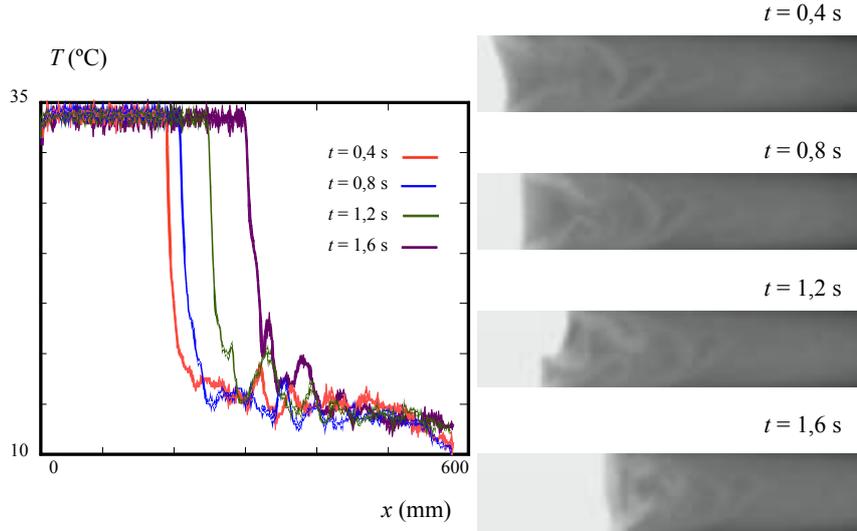


Figura 4.1: Perfiles de temperatura en el eje central del canal en una secuencia de vídeo representativa para diferentes instantes del proceso de propagación.

el ruido inherente a la asignación de niveles de gris por parte de la termocámara, tal como se hiciera para su calibración, se ha asumido que un nivel de gris superior a 212 en la imagen corresponde a la zona reactiva, al estimar el umbral óptimo \hat{n}_{flame} como el límite inferior del intervalo de confianza $n_{max} - 3\sigma_f$ —siendo σ_f la desviación estándar de la distribución de niveles de gris en la región saturada y $n_{max} = 215$. De forma análoga, para la segmentación de la zona termocapilar se utilizó este mismo método para la determinación del umbral óptimo \hat{n}_{hz} , debiéndose calcular previamente el valor medio de intensidad de la ROI correspondiente al cuadro inicial de la secuencia de cada instancia experimental, cuyo valor depende de la temperatura T_∞ impuesta para la misma:

$$\bar{n}^0 = \frac{1}{m \times n} \sum_i \sum_j n_{ij}^0$$

donde m es el número de filas y n el número de columnas de la imagen. Así, se tiene que

$$\hat{n}_{hz} = \bar{n}^0 + 3\sigma_c$$

con σ_c como la desviación típica de la distribución de niveles de gris en la zona del líquido a temperatura T_∞

Dadas las características de la señal de vídeo generada por la termocámara, las ROIs segmentadas bajo este modelo estadístico de determinación del umbral óptimo presentan un comportamiento homogéneo y altamente uniforme entre instancias experimentales e, incluso, entre experimentos, tal como se presenta en la figura 4.2. Esto garantiza la robustez de la umbralización implementada frente a los requerimientos de etapas posteriores del tratamiento y el análisis de las secuencias de vídeo, ahora almacenadas como archivos con series consecutivas de ROIs en formato PNG.

Para mejorar la estimación de la posición longitudinal del frente de llama en cada instante del proceso de propagación, se promedió la posición determinada mediante la umbralización descrita arriba en la vecindad de la fila central de la imagen (aproximación discreta al eje central longitudinal del canal). Los resultados experimentales presentados en este trabajo usan un valor medio de la posición del frente de llama calculado en las tres líneas centrales de la ROI correspondiente a cada instante de la

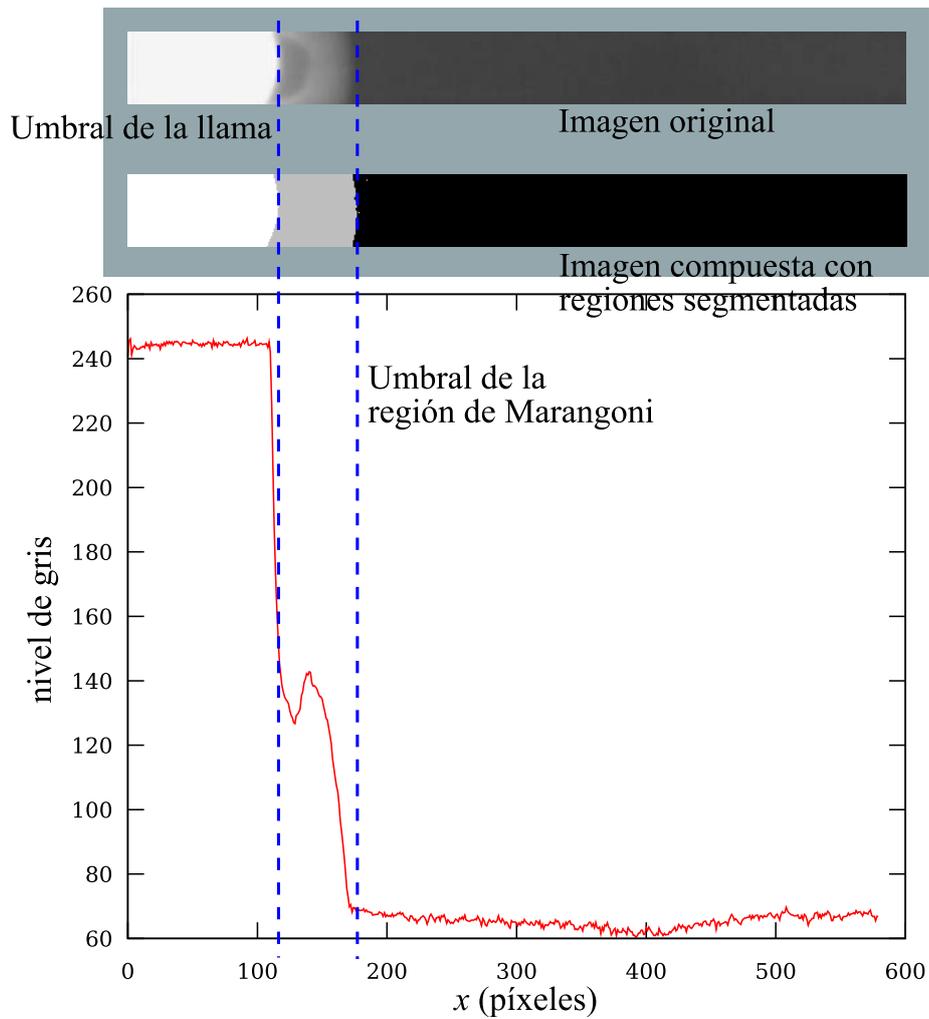


Figura 4.2: Validez de segmentación por umbral estimado con criterios estadísticos: imagen original (arriba - isopropanol, canal de 25 mm, $T_{\infty} = 1,0^{\circ}\text{C}$); combinación de las dos imágenes segmentadas, resultado de la adición de la segmentación de la zona reactiva y de la segmentación de la región de Marangoni (centro - $\mu = 65,41$, $\sigma_T = 1,998$); perfil de la fila central de la imagen en niveles de gris.

secuencia; la tasa de muestreo temporal, como se mencionó en la sección 3.2.2.1, es de 50 imágenes por segundo. La selección de las líneas centrales de la imagen provee una medida de la velocidad de bloque del frente de llama, más allá de las inestabilidades características de la propagación en zonas cercanas a las paredes del canal (experimentos previos mostraron que tales inestabilidades producen variaciones rápidas y desestructuradas de la velocidad en la fase lenta de las pulsaciones en el régimen pulsante, asociadas a la alta sensibilidad del fenómeno a las asimetrías e irregularidad de las condiciones iniciales y de frontera).

4.2. Imágenes «pseudostreak»: visualización de la evolución unidimensional de la zona reactiva

La elevada complejidad del fenómeno de la propagación de un frente de llama, en el caso del avance de dicho frente sobre un combustible líquido, ha llevado a los investigadores dedicados a su estudio y descripción a buscar formas de abordar el problema de manera simplificada y relativamente controlada [3, 7, 17]. Esto permite asegurar la toma de medidas fiables y suficientemente representativas de los parámetros físicos de interés.

Es ésta la aproximación que se persigue al tratar de reducir las contribuciones tridimensionales a la dinámica del sistema mediante la simplificación de la geometría del modelo empleado en estudios experimentales, restringiendo a dicha geometría la forma del dominio en el que se lleva a cabo una simulación numérica o, en trabajos experimentales, adaptando el montaje para limitar y controlar el comportamiento del fenómeno con base en las mismas simplificaciones. En este último caso, se apela al confinamiento del combustible líquido en un canal estrecho (sección 3.1.1), buscando que la simetría de esta configuración experimental, reforzada por la presencia de las paredes, limite las variaciones transversales en el movimiento de propagación de la llama.

De este modo, las medidas efectuadas sobre un experimento dispuesto de la forma descrita pueden, en principio, simplificarse y hacerse más sintéticas. Ello implica un incremento en la fiabilidad de la toma de datos, sujeto a la reducción de las potenciales perturbaciones e irregularidades introducidas en el fenómeno observado, causado, entre otras cosas, por el empleo del instrumental de medida.

La búsqueda de este tipo de soluciones «no-invasivas» pasa hoy en día, casi inevitablemente, por el empleo de la imagen digital como herramienta de observación y medición. La aproximación a la medida mediante vídeo digital en termografía –procesado y registrado sistemáticamente según el método del apartado 3.3.2– permite hacer un uso más detallado e intensivo de las observaciones realizadas mediante adquisición de datos de imagen estática y en movimiento (vídeo), que actualmente se realizan de forma digital, lo que a la vez aumenta la fiabilidad de las medidas, protege los datos adquiridos del deterioro físico (por almacenamiento y reproducción) de medios analógicos y facilita su empleo para la construcción de representaciones más sintéticas y explícitas de las variables interesantes para el estudio del fenómeno registrado en los medios. Esto último lleva naturalmente a pensar en la utilización, perfilada y extendida, de formas de registrar los experimentos realizados bajo la suposición, antes descrita, de la simetría del fenómeno de propagación de llamas sobre canales estrechos con combustible líquido. El uso de la técnica de *streak photograph* –adaptada por primera vez por Akita para su uso en el área [7] y mejorada por el grupo de la UNED en España para aprovechar la simetría axial del experimento [39]– resulta particularmente atractivo en términos de su extensión a señales de vídeo en termografía

Esta nueva extensión de la técnica de *streak photography* es el enfoque propuesto en esta sección, bajo

un método de representación de la evolución térmica del fenómeno en superficie mediante imágenes sintéticas, o *pseudostreak*, compuestas por la extracción de la fila central de la ROI para cada cuadro de una secuencia de vídeo correspondiente a una instancia experimental. Así, estructuras térmicas como la región termocapilar, invisibles en vídeo estándar, pueden ser observadas, analizadas cualitativamente y medidas. En este trabajo, una extensión de dicho método es propuesta y aplicada para la visualización de la evolución de las diferentes estructuras presentes en la superficie del líquido durante la propagación de la llama como para la medida objetiva y no-invasiva de la velocidad del frente de llama y el frente de avance (tip) de la región de Marangoni a lo largo del eje central del canal.

El método propuesto, implementado según el diagrama de la figura 4.3, hace uso de la umbralización estadística –presentada en el apartado 4.1– para «detectar» la aparición de la región de Marangoni en la ROI para un instante dado. Los parámetros estadísticos n^0 (la media muestral) y σ_c (la desviación típica) son calculados previamente, sobre la primera ROI de la secuencia, para una región limitada, seleccionada en el extremo de la imagen más alejado de la piscina donde se inicia la ignición. Ello asegura que dicha zona será la menos afectada por la presencia de la llama en los instantes inmediatamente siguientes al comienzo de la propagación sobre la superficie del canal (es decir, correspondientes a imágenes posteriores a la primera de la secuencia) y, por lo tanto, la intensidad de la selección extraída de esa primera ROI será la que corresponda a la representación en escala de grises de la temperatura T_∞ asignada por la termocámara y registrada por el magnetoscopio.

De este modo, la construcción de la imagen pseudostreak de la secuencia asociada a su instancia experimental correspondiente comenzará sólo cuando la región de Marangoni haya hecho su aparición en la superficie de la ROI, y se llevará a cabo extrayendo el promedio de las tres filas centrales de cada ROI, cargada consecutivamente, hasta que el frente de llama alcance el extremo final de la imagen para la ROI leída de disco (figura 1.6). Las ROIs correspondientes a instantes posteriores al cumplimiento de dicho criterio son omitidas. Las velocidades instantáneas de avance del frente de llama y de la zona de Marangoni pueden ser calculadas en el momento de la construcción de la imagen pseudostreak o con posterioridad, usando los mismos criterios estadísticos de la umbralización para determinar la posición de ambas estructuras en cada instante, cuyo valor está dado directamente por la frecuencia de muestreo propia del vídeo PAL desentrelazado, luego cada fila de la imagen pseudostreak corresponde a un instante separado del anterior en $1/50$ s); la posición de las estructuras visibles sobre el eje central del canal desde el inicio de la ROI está dada por la columna en la que éstas se encuentren, lo que permite entregar una posición relativa al extremo inicial de la imagen según la calibración espacial descrita en la sección 3.7.

Ejemplos de imágenes pseudostreak construidas usando este enfoque se presentan en la figura 4.4; en esta figura se detallan los bordes de la zona termocapilar y del frente de llama segmentados por los procedimientos anteriormente descritos.

4.3. Limitaciones de los enfoques unidimensionales

Las aproximaciones teóricas 2D (longitud del canal más profundidad) al estudio de la propagación de llamas sobre combustible líquido hacen uso de una suposición bastante fuerte que, como sucede en fenómenos de alta sensibilidad a las condiciones iniciales y a las perturbaciones del medio (como aquellos conducidos por reacciones de combustión, entre otros), suele violarse ante pequeñas irregularidades en la geometría o alteraciones en las condiciones en las que se desenvuelve el proceso.

Como se ha recalcado en secciones anteriores, dada la enorme complejidad de los mecanismos que rigen la propagación de frentes, los trabajos que abordan el estudio de la propagación de llamas sobre

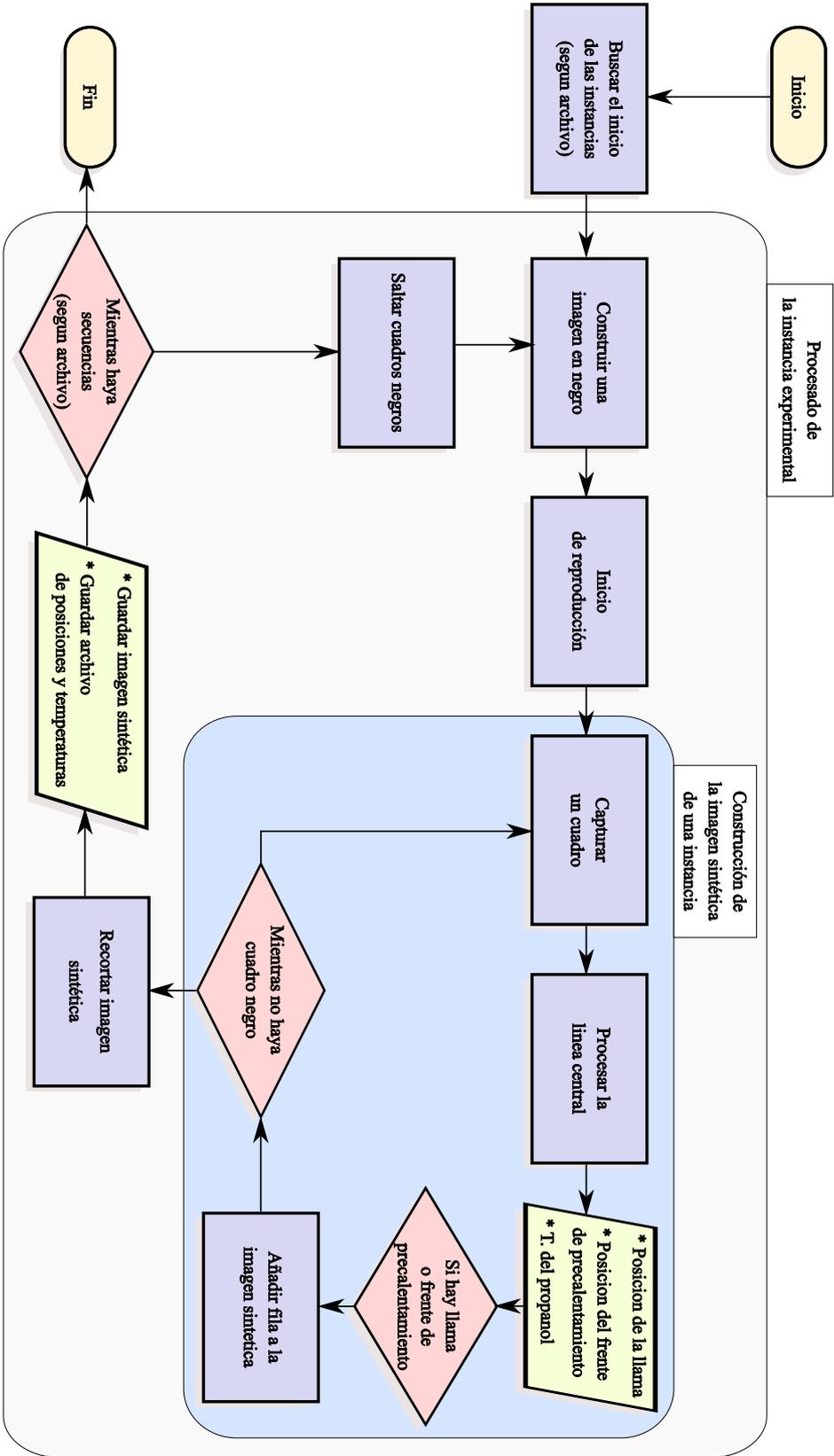


Figura 4.3: Diagrama de procesos y subprocesos empleados en la construcción de imágenes sintéticas.

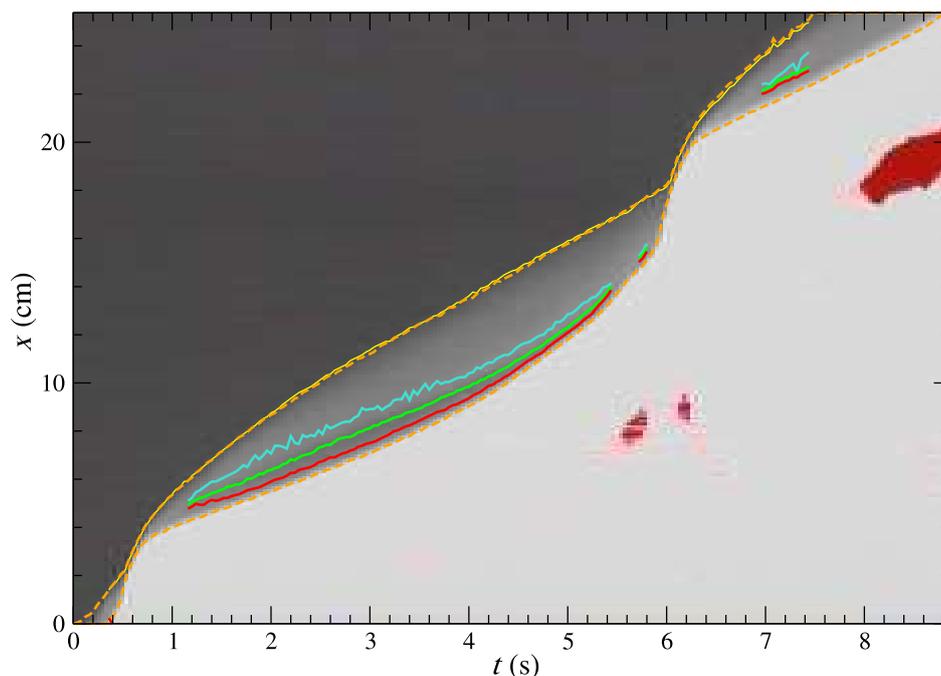


Figura 4.4: Ejemplo de utilización de una imagen *pseudostreak* para la detección y medida de diferentes estructuras térmicas en una instancia experimental con isopropanol a baja temperatura. Las curvas en naranja siguen el *tip* de la zona termocapilar y del frente de llama, mientras que las curvas en cian, verde y rojo demuestran que incluso estructuras sutiles como el anteriormente llamado «valle frío» de los experimentos en propanol puede ser detectado y segmentado.

combustibles usualmente simplifican la geometría de los modelos o la configuración experimental tratando de limitar el tamaño de la interfase, obviando las asimetrías e inestabilidades que se generan en la interfase que configura el frente de avance. Sin embargo, los resultados de los trabajos experimentales confirman la violación de estas hipótesis simplificadoras para ciertos valores de los parámetros experimentales.

Particularmente notoria es la influencia de las paredes del canal en el que se confina el combustible líquido en el comportamiento de los flujos de Marangoni generados por los elevados gradientes de temperatura producidos por el carácter altamente exotérmico de la combustión desarrollada en la zona reactiva. Antes que forzar a dichos flujos a comportarse de forma simétrica, las contribuciones tridimensionales a la formación de estructuras vorticiales en profundidad [39] (figura 1.8) y las pérdidas térmicas hacia las paredes termalizadas inducen contribuciones al movimiento del fluido en superficie que condicionan la interacción entre fases y, por ende, la propagación de la llama. Las asimetrías existentes en el frente de llama (figura 4.5) por la presencia de pequeñas variaciones en la temperatura de la superficie de la fase condensada y de las paredes del canal también introducen parámetros no controlables en las configuraciones experimentales y son, además, de difícil representación en los modelos teóricos.

Más incluso, según observaciones realizadas de forma puntual en varios trabajos experimentales [32, 38] (como puede observarse en la figura 1.22) y estudiadas en mayor detalle en este trabajo (como se verá en secciones subsiguientes), en la superficie de la fase condensada se desarrolla una serie de estructuras térmicas debidas a la transferencia convectiva –y, posiblemente, difusiva y radiativa. Estas estructuras determinan la dinámica de la interacción entre la fase condensada y la gaseosa, dado que condicionan la vaporización producida por el calor transmitido a la superficie del combustible. Igualmente, la fricción viscosa inherente da origen a corrientes, generalmente vorticiales, tanto en la fase condensada

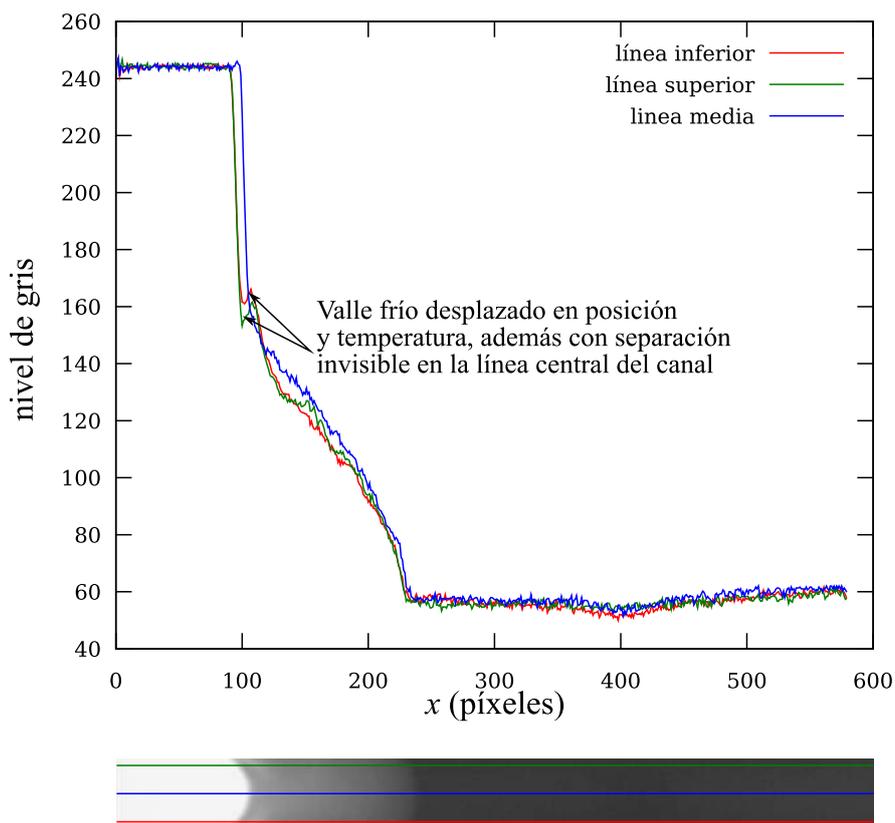


Figura 4.5: Ejemplos de perfiles de intensidad sobre líneas extraídas a diferentes distancias del canal cuando no hay simetría, para una imagen aparentemente asimétrica (iso-propanol).

como en la gaseosa.

La forma y comportamiento de dichas estructuras están determinados por la combinación de diferentes parámetros experimentales, siendo determinantes en la dinámica global del fenómeno de propagación de llamas sobre combustible líquido, pues transportan, en mayor proporción, el calor liberado por la zona reactiva, desde la vecindad del frente de avance de la llama hacia las zonas más distantes, por mecanismos convectivos, relacionados con las variaciones en la tensión superficial inducidas por los fuertes gradientes de temperatura (*efecto Marangoni*).

Dentro de lo observado en las secuencias de vídeo termográfico, se hizo evidente la existencia de estructuras térmicas más complejas que las descritas hasta el momento en el mapa de temperaturas (simplificadas en términos de la caída cuadrática del perfil de temperaturas y la existencia de un «valle frío» [12, 32, 40]), a la par que asimetrías en el frente de llama y en la zona termocapilar.

Capítulo 5

ESTUDIO DE FLUJOS A PARTIR DE TRATAMIENTO DE VÍDEO DIGITAL

5.1. Estimación de campos de velocidades

La estimación de movimientos en secuencias de vídeo es un campo de rápida expansión y desarrollo en los últimos años. Muchas herramientas matemáticas, desde la estadística (correlaciones) hasta el análisis funcional (cálculo variacional) han sido empleadas para abordar, en cada problema específico, la estimación del movimiento de un objeto o región (campo) durante el periodo en el que es registrado, en tiempo real o fuera de línea, en una secuencia de vídeo digital. Las aplicaciones asimismo han sido variadas y cada vez más diversas.

En el caso de interés para este trabajo, los modelos que se muestran más apropiados para el estudio de la dinámica de estructuras fluidas continuas son aquéllos que permiten la estimación de campos de velocidades en la superficie del vídeo digital mediante la implementación de sistemas inspirados en el transporte de cantidades físicas en fluidos. Estos métodos usan ecuaciones análogas a las del transporte para encontrar el campo de velocidades que lleva de cada cuadro del vídeo a su inmediato sucesor cumpliendo, tanto como sea posible, la ley de continuidad intrínseca a las ecuaciones de transporte. A continuación se introduce el método general empleado en este trabajo, a partir de los esquemas generales de solución propuestos en la literatura que le servirán de base.

5.1.1. Fundamentos físicos

La forma inmediata de determinar el valor del campo de velocidades para un fluido registrado en vídeo digital es modelar la propia dinámica del fluido para aplicarla a los datos discretos que lo representan. Aunque inicialmente esta aproximación directa parecería casi trivial, la complejidad proveniente de múltiples fuentes, como la discretización de los datos, el hecho de contar con una proyección 2D de un fenómeno 3D, las variables físicas no controladas u observables, el ruido de la adquisición, etc., hacen que el problema de calcular de forma exacta el campo de velocidades para un instante dado de una secuencia de vídeo sea imposible.

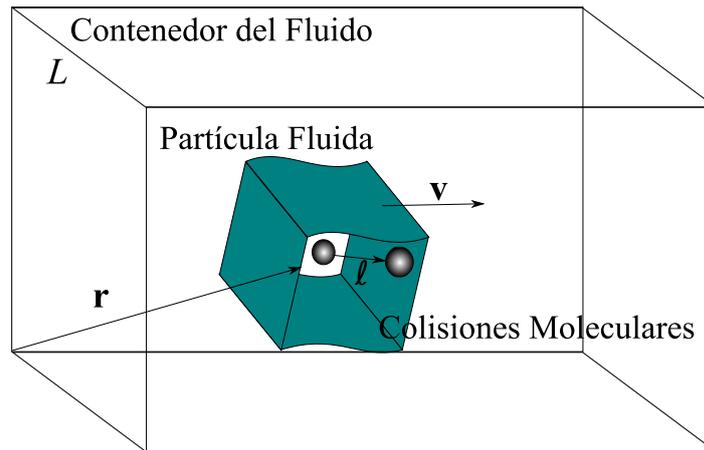


Figura 5.1: Hipótesis del continuo

Sin embargo, se puede llegar a alcanzar una estimación satisfactoria del campo de velocidades mediante las suposiciones y restricciones apropiadas en el modelado del problema, aceptando cierta incertidumbre en la estimación y tratando de minimizar el error en la misma. En el caso de flujos representados como distribuciones de intensidad luminosa en imágenes dinámicas (vídeo) que se desplazan con el tiempo, las ecuaciones de transporte son un firme punto de partida con raíces en la Dinámica de Fluidos, relacionada con los trabajos de investigación en fluidos abordados mediante la simulación numérica directa (DNS).

Uno de los supuestos fundamentales de la Física de Fluidos que permite el estudio matemático de la dinámica de la materia en fase fluida es la *Hipótesis del Continuo*:

Todas las propiedades físicas de un fluido (temperatura, densidad, presión, velocidad) están definidas de forma continua y, por lo tanto, toman valores para todo punto en el espacio en el que se encuentra el fluido.

Así, la estructura molecular (y, por lo tanto, discreta) del fluido es omitida. De este supuesto surge la abstracción de la *Partícula Fluida*, que es el mínimo elemento de materia dentro del que la hipótesis del continuo puede ser considerada válida. Esto sucede cuando el movimiento propio de las moléculas individuales dentro del fluido, denominado recorrido libre medio ℓ , es mucho menor que la longitud característica L del sistema físico al que pertenece el fluido. Esto equivale a decir que para el sistema en estudio, el valor del número de Knudsen —que es el cociente entre esas dos cantidades, $\text{Kn} \equiv \ell/L$ —, es mucho menor a la unidad, luego la hipótesis del continuo puede ser considerada válida.

Para establecer la dinámica del sistema fluido, es necesario estimar la variación de la velocidad de cada partícula fluida en el tiempo, de acuerdo a las interacciones internas y externas que afectan al sistema. El campo de velocidades se estima, entonces, siguiendo la velocidad en cada instante de cada partícula fluida. Así, la velocidad de una partícula fluida cuya posición varía a lo largo del tiempo, $\mathbf{r}(t)$ (bajo una aproximación Lagrangiana, como se presenta en la figura 5.1) varía a lo largo de su trayectoria según la expresión

$$\frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{r}(t=0) = \mathbf{r}_0$$

con $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$ en el caso bidimensional propio de este trabajo.

La tasa de cambio de la velocidad de cada partícula fluida puede ser estimada por la aplicación de la definición de derivada usando la expresión de la velocidad en la posición $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$:

$$\begin{aligned} \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r} + \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)dt, t + dt) - \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)}{dt} &= \left[\sum v_i(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \right] + \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ &= \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + (\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \end{aligned}$$

Entonces, usando notación de operadores, la variación de la velocidad de la partícula fluida a lo largo de su trayectoria es

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$$

Se define el operador $\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$, llamado usualmente «derivada material» o «derivada Lagrangiana». Siguiendo la segunda ley de Newton

$$m\mathbf{a} = \sum_i \mathbf{f}_i$$

se puede reescribir el problema en física de fluidos de la siguiente manera (para fluidos incompresibles)

$$\underbrace{\rho}_{\text{densidad de masa}} \underbrace{\frac{D}{Dt} \mathbf{v}}_{\text{aceleración}} = \underbrace{-\nabla p}_{\text{diferencia de presión}} + \underbrace{\mu \nabla^2 \mathbf{v}}_{\text{resistencia viscosa}}$$

lo que usualmente se expresa como como

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (5.1)$$

que es la ecuación de Navier-Stokes para el transporte de momento (para fluidos incompresibles sin fuerzas externas). La expresión 5.1 servirá de inspiración para modelos de transporte destinados a cuantificar la variación de variables observables en secuencias de vídeo digital.

5.1.2. Idea básica del flujo óptico

Una de las formas usuales de abordar el problema del seguimiento y medida de flujos en fluidos es la de apelar a la analogía entre las leyes de conservación expresadas por las ecuaciones de Navier-Stokes y ciertos supuestos aplicables al campo de intensidades en una imagen dinámica (vídeo). En el trabajo fundacional de Horn y Schunck [8], dicha suposición es la conservación global de la intensidad a lo largo de la secuencia de vídeo, que en el caso de este trabajo corresponde directamente a una conservación global de la temperatura observada por la termocámara¹. Así, sea $I(\mathbf{r}, t)$, $I: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ la representación funcional de un cuadro perteneciente a una secuencia de vídeo en escala de grises² en el tiempo t , donde \mathbf{r} es la posición en la superficie del cuadro; asumiendo que la intensidad total de la escena registrada en el vídeo es constante a lo largo del tiempo (es decir, que la derivada parcial de I con respecto a t se anule, $\frac{\partial I}{\partial t} = 0$ ³), una ecuación de «transporte de intensidad», inspirada en la

¹En efecto, la relación entre intensidad y temperatura, como se vio en el apartado 3.2.2.3, es totalmente lineal para efectos prácticos.

²De este punto en adelante, se asumirá siempre que la secuencia de vídeo utilizada está codificada en escala de grises de 8 bits, luego $I(\mathbf{r}, t)$ toma valores entre 0 y 255, tal como corresponde a la señal de vídeo entregada por la cámara termográfica utilizada para este trabajo.

³De aquí en adelante se usará con frecuencia la notación diferencial abreviada (en especial sobre campos escalares), para reducir el tamaño de las expresiones diferenciales, que puede hacerse bastante grande para expresiones correspon-

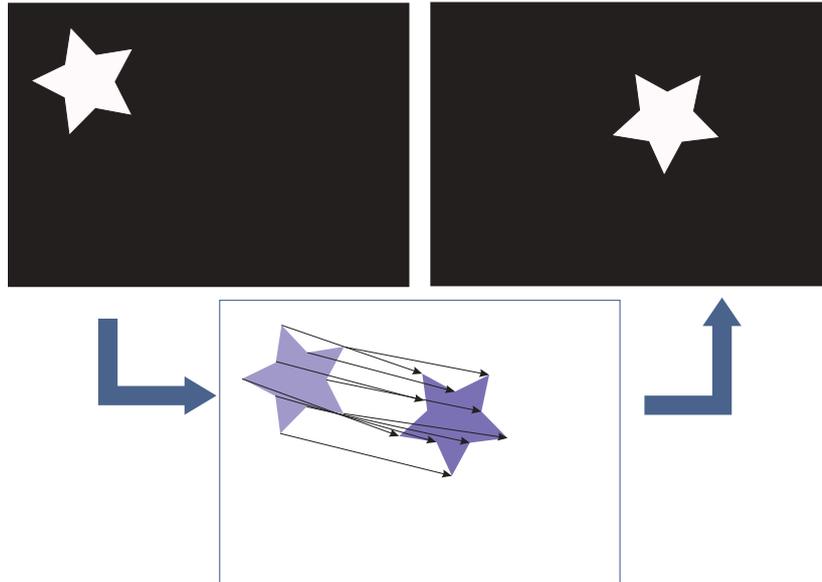


Figura 5.2: Explicación esquemática del transporte de intensidad mediante estimación de campos de movimiento.

ecuación de transporte de momento 5.1, puede ser expresada según la expresión propuesta por Horn y Schunck

$$\frac{\partial I}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) I = 0 \quad (5.2)$$

Esta expresión relaciona los campos de intensidad de cada cuadro a lo largo de la evolución de la secuencia de vídeo mediante un campo de velocidad \mathbf{v} , que traslada en el espacio el campo de intensidad «constante» sobre la superficie del cuadro, como se esquematiza en la figura 5.2. Sin embargo, hasta este punto, el problema está «mal condicionado», debido a que se cuenta con una única ecuación para dos variables desconocidas: las componentes horizontal y vertical de la velocidad u y v . En la literatura del área, a esta anomalía se la denomina «problema de apertura».

Más aún, la suposición de un campo global de intensidad constante es demasiado fuerte para problemas reales, en los que objetos aparecen o desaparecen del campo visible del vídeo, o bien cambian de tamaño en la proyección de la escena sobre dicho campo, por lo que raramente se cumple.

Estas circunstancias excluyentes con el caso ideal ($\frac{\partial I}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) I = 0$) implican una indeterminación en la solución del campo de velocidades para determinadas regiones del área visible en la secuencia de vídeo, generalmente debidas a la aparición o desaparición repentina de zonas de intensidad diferente a la existente en el campo de intensidades correspondiente al cuadro inmediatamente anterior. A este problema se le denomina «de oclusión» (figura 5.3).

El mal condicionamiento del problema, entonces, consiste tanto en la inexistencia de una solución única por contar con más incógnitas que ecuaciones y por la discontinuidad debida a la indeterminación de la solución en ciertas regiones por los artefactos resultantes de la proyección de la escena en la superficie bidimensional del vídeo digital (oclusión). Esto viola incluso la definición débil de los criterios de buen condicionamiento del problema en el sentido de Hadamard [54]: existencia, unicidad y continuidad

dientes a funcionales o a desarrollos espectrales; así, por ejemplo

$$I_t \equiv \frac{\partial I}{\partial t}$$

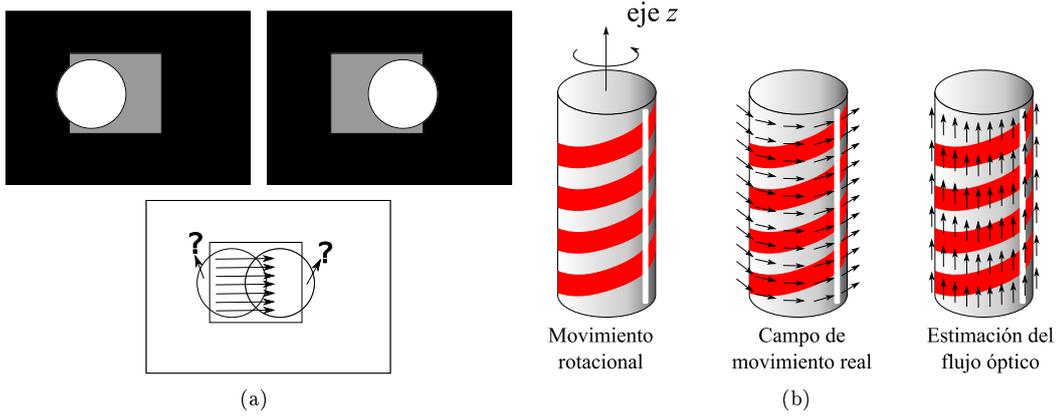


Figura 5.3: Problemas en la estimación del flujo óptico: (a) oclusión, (b) indeterminación tipo «apertura».

de la solución en el intervalo de interés. Algunas limitaciones de la estimación del flujo óptico sobre series de cuadros provenientes de una secuencia de vídeo digital tradicional (bidimensional, discreta) se pueden observar en la figura 5.3. Estas condiciones que imposibilitan la determinación directa del campo de velocidades pueden ser superadas mediante la incorporación al problema de restricciones que, si bien le son externas, permiten conservar en gran medida, o incluso conducir, el resultado de la estimación del campo de velocidades según conocimiento a priori de las características geométricas del mismo.

5.1.2.1. Aproximaciones locales

Una forma de usar la ecuación de transporte de intensidad 5.2 es aumentar el número de ecuaciones conservando el número de incógnitas. La aproximación de Lukas y Kanade [9] consiste en asumir una variación muy pequeña del valor de las componentes de la velocidad para un entorno dado alrededor de cada punto p_{ij} (nodo, píxel) en el que éstas son calculadas. Así, partiendo de la ecuación de transporte 5.2, se puede imponer que los valores locales de las componentes de la velocidad u y v son constantes para un entorno de un tamaño $N = n \times n$ alrededor del punto p_{ij} , planteándose el sistema sobredeterminado de N ecuaciones por dos variables $A \cdot \mathbf{v} = \mathbf{b}$ o, más detalladamente

$$\begin{bmatrix} I_x(p_{i-N/2,j-N/2}) & I_y(p_{i-N/2,j-N/2}) \\ I_x(p_{i-N/2,j-N/2+1}) & I_y(p_{i-N/2,j-N/2+1}) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(p_{ij}) & I_y(p_{ij}) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(p_{i+N/2,j+N/2}) & I_y(p_{i+N/2,j+N/2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_t(p_{i-N/2,j-N/2}) \\ I_t(p_{i-N/2,j-N/2+1}) \\ \vdots \\ I_t(p_{ij}) \\ \vdots \\ I_t(p_{i+N/2,j+N/2}) \end{bmatrix}$$

La sobredeterminación introduce un nuevo problema de condicionamiento del problema pues, al tener más ecuaciones que incógnitas, es muy probable que el sistema no sea compatible y, por ende, carezca de solución. Sin embargo, se puede encontrar una solución aproximada para las componentes espaciales de la velocidad mediante la minimización del error de éstas respecto a cada ecuación, luego el problema se puede plantear como

$$\min_{\mathbf{v}} \|A\mathbf{v} - \mathbf{b}\|^2$$

lo que equivale a la implementación de una solución en mínimos cuadrados

$$(A^T \cdot A) \mathbf{v} = A^T \cdot b$$

$$\begin{bmatrix} \sum_N (I_x)^2 & \sum_N I_x I_y \\ \sum_N I_x I_y & \sum_N (I_y)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum_N I_x I_t \\ \sum_N I_y I_t \end{bmatrix}$$

Esta expresión entrega una ecuación bien determinada para los valores de u y v en cada nodo de la imagen, exceptuando los bordes, en los que puede obviarse la estimación o bien pueden asumirse condiciones de contorno en espejo de ser necesario. Sin embargo, asumir una velocidad constante en un entorno de cada nodo del cuadro de la secuencia de vídeo puede introducir artefactos y sesgar el resultado, alejándolo de la solución real. Por otro lado, la estimación de la velocidad queda condicionada por el tamaño del entorno empleado para la construcción del sistema de ecuaciones

5.1.2.2. Estimación del flujo óptico como problema variacional

Una forma más elaborada desde el punto de vista matemático (y con mayor capacidad de representar la física subyacente en el fenómeno) consiste en resolver el problema de optimización mediante técnicas del análisis funcional, en particular, modelándolo como la minimización de un funcional definido en términos de las componentes de la velocidad mediante cálculo de variaciones.

El problema unidimensional más simple de minimización de funcionales se puede escribir de la siguiente manera:

$$\text{encontrar } A(u) = \min_u B(u)$$

$$\text{con } B(u) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, u(x), u'(x)) dx$$

$$\text{sujeto a } u(0) = a_0 \text{ y } u(1) = a_1$$

donde $F(x, y, z)$ ha de ser una función diferenciable al menos dos veces en el intervalo $[x_0, x_1]$. La ecuación de Euler-Lagrange [55, 57] (obtenida tras «variar» esta expresión) es

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u'} = 0 \quad (5.3)$$

y proporciona una ecuación en derivadas parciales que, cuando se soluciona sujeta a las condiciones de contorno, proporciona la función u .

En el caso de la estimación variacional del flujo óptico, Horn y Schunck [8] propusieron un funcional basado en la ecuación de conservación de la intensidad (expresión 5.2) consistente en la norma cuadrática de la ecuación de flujo óptico. Dado que esta expresión funcional, por su mal condicionamiento, está sujeta a los problemas de «apertura» y «oclusión» mencionados en el apartado 5.1.2, un término adicional denominado «regularizador»⁴ –denotado a partir de ahora como $R(\mathbf{v})$ – es necesario para permitir que el resultado de variar el funcional completo sea un sistema de dos ecuaciones acopladas consistentes, con variables independientes v_x y v_y respectivamente. Así, el problema del

⁴Un regularizador es un término complementario, generalmente un funcional en términos de las funciones incógnita, cuya introducción en el funcional del problema que se pretende resolver permite que el sistema resultante de la variación cumpla con los criterios de buen condicionamiento en el sentido de Hadamard mencionados en el apartado [apartado]. Para más detalles, referirse a [55].

flujo óptico, planteado en su versión variacional, se puede reescribir bajo la aproximación de Horn y Schunck como

$$\min_{\mathbf{v}} \iint_I [(I_t + \mathbf{v} \cdot \nabla I)^2 + R(\mathbf{v})] dx dy \quad (5.4)$$

donde

$$R(\mathbf{v}) = \lambda (|\nabla u|^2 + |\nabla v|^2)$$

Este modelo conduce a la obtención de un sistema consistente de ecuaciones al aplicar la derivada de Euler–Lagrange (o, de forma equivalente, derivando en el sentido de Gatéaux e igualando a cero) sin imponer parámetros externos al problema como el tamaño del entorno utilizado para sobredeterminar el sistema introducido por la aproximación de Lukas y Kanade (una comparación de los resultados de estos métodos se presenta en la figura 5.4). Además, el regularizador $R(\mathbf{v})$ puede ser modelado de maneras más próximas al comportamiento del sistema analizado. Esto hace que los modelos variacionales sean muy preferibles para la estimación de campos de velocidad en fluidos, al conservar las propiedades globales del campo de velocidades estimado.

5.2. Medida de flujos en fluidos mediante la estimación variacional del flujo óptico

Como ha sido mencionado en apartados anteriores, la estimación basada en modelos de conservación (en este caso de la intensidad) requiere buen condicionamiento del problema. Esto hace necesario que el esquema empleado para obtener la solución del problema sea capaz de garantizar existencia, unicidad y estabilidad, como se mencionó en el apartado 5.1.2.2. Cuando la secuencia de vídeo sobre la que se están realizando las medidas corresponde a representaciones de objetos rígidos en los que la preservación de los bordes no es relevante, métodos genéricos como el de Horn y Schunck, incluso métodos más simples basados en variaciones locales o en correlaciones por bloques, pueden ser suficientes para obtener una estimación satisfactoria.

Sin embargo, en el caso de campos de velocidad correspondientes a flujos en fluidos, se requiere una preservación más rigurosa de las características geométricas del campo resultante, producto de la dinámica intrínseca del fenómeno registrado en la secuencia de vídeo bajo observación. Más incluso, es deseable que el modelo matemático usado para estimar el campo de movimiento respete sus propiedades cinemáticas tanto como sea posible. Esto, en el caso del modelo de Horn y Schunck, puede ser violado por el regularizador $R(\mathbf{v}) = \lambda (|\nabla u|^2 + |\nabla v|^2)$ pues, al plantear la ecuación de Euler-Lagrange, aparece un término Laplaciano a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales obtenidas, lo que equivale a aplicar una restricción de suavidad al sistema.

5.2.1. Regularizadores con sentido físico

Desde la perspectiva de los splines vectoriales, Suter [18] propuso un regularizador inspirado en la física de fluidos. Esta aproximación, bastante apropiada para el estudio de flujos, consiste en la regularización mediante la expresión no-lineal de segundo orden

$$R(\mathbf{v}) = \lambda (|\nabla \cdot \mathbf{v}|^2 + |\nabla \times \mathbf{v}|^2) \quad (5.5)$$

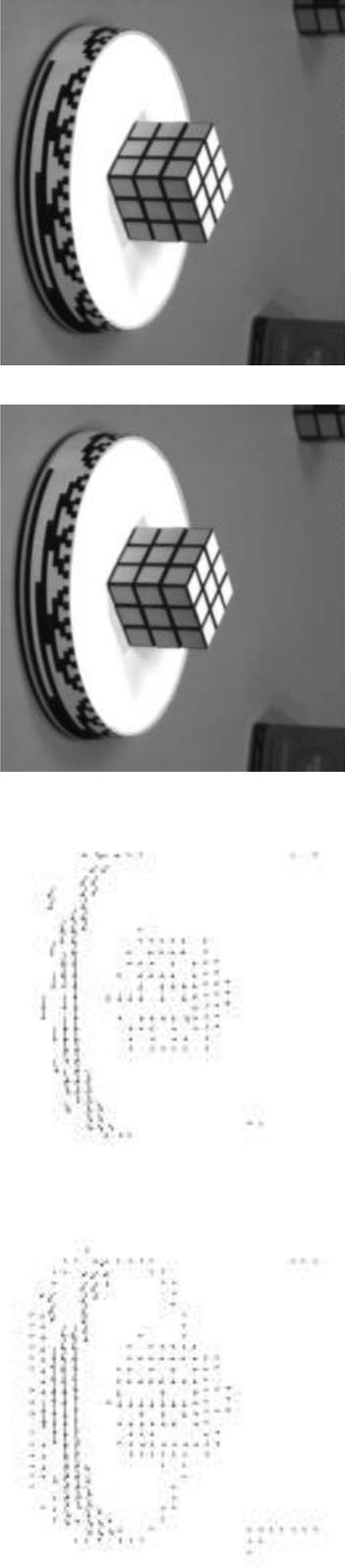


Figura 5.4: Estimación del flujo óptico para secuencias tipo (cubo de Rubik, recuadros de la izquierda), comparación entre las técnicas de Lucas-Kanade y de Horn-Schunck, respectivamente de izquierda a derecha. Resultados presentados en el estudio del desempeño de diferentes técnicas de estimación desarrollado por Barron et al. [14].

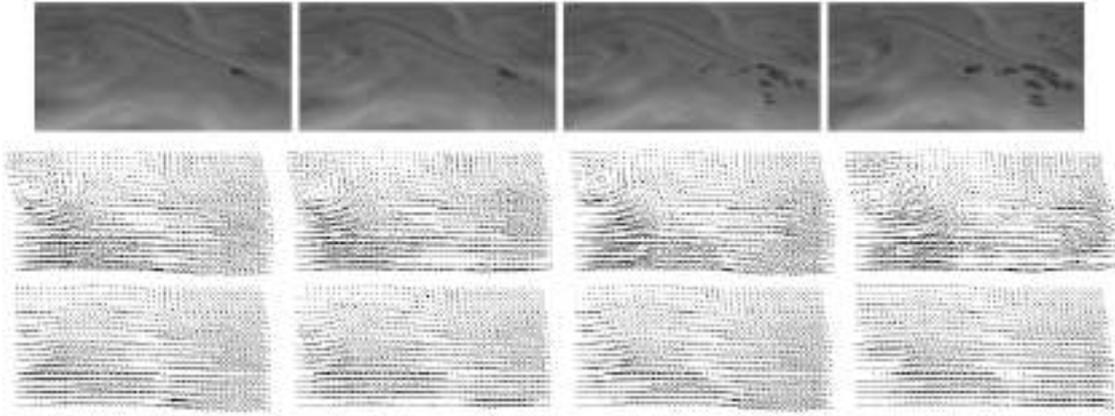


Figura 5.5: *Reprint* de la estimación de flujos en fluidos para una secuencia de vídeo meteorológico del satélite WP MeteoSat (imágenes superiores). En su trabajo, Corpetti et al. [37] comparan el resultado de la estimación mediante la regularización especializada propuesta (centro) y una regularización genérica tipo Horn–Schunck (abajo).

Esta expresión regulariza el funcional de conservación de la intensidad 5.4. Además, la expresión (5.5) introduce contribuciones provenientes de la divergencia (fuentes o sumideros de fluido ortogonales a la superficie de la imagen) y el rotacional (vorticidades) del campo de velocidades estimado, dando al modelo capacidad de representar condiciones reales, especialmente aquellas convenientes para el seguimiento de movimiento fluido.

Sin embargo, aunque el regularizador de Suter posee propiedades matemáticas (geométricas) interesantes e involucra dos propiedades importantes de la física subyacente del fenómeno, por tratarse de una expresión de orden dos no es posible aplicar la ecuación de Euler–Lagrange y no es usado comúnmente por las dificultades matemáticas y computacionales inherentes al tratamiento de sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no–lineales de orden superior.

5.2.2. Optimización matemática y numérica del regularizador

Corpetti et al. [37] reinterpretaban la aproximación de Suter para plantear un regularizador especializado de segundo orden que preserve las propiedades geométricas de aquel mediante la introducción de los campos de estimación ξ_d y ξ_r , para la divergencia y el rotacional respectivamente. De este modo, la minimización del funcional regularizado provee estimaciones para los campos ξ_d y ξ_r como parte de la solución

$$R(\mathbf{v}) = |\nabla \cdot \mathbf{v} - \xi_d|^2 + \lambda f(|\nabla \xi_d|) + \|\nabla \times \mathbf{v} - \xi_r\|^2 + \lambda f(|\nabla \xi_r|) \quad (5.6)$$

donde, λ es un parámetro arbitrario que pondera la contribución de la función de penalización f , la que, a su vez, trata con la violación de la hipótesis de intensidad constante. Esto provee, a su vez, regularización para los términos $|\nabla \xi_d|$ y $|\nabla \xi_r|$. Los resultados de esta técnica, aplicada a imágenes meteorológicas y de experimentos en fluidos [37, 50], se pueden observar en la figura 5.5.

Una formulación aplicada a los datos de videotermografía infrarroja debería tener en cuenta la continuidad (y relativa suavidad) de los fenómenos de inmersión y de las vorticidades en la superficie del líquido. El término de regularización, propuesto para la solución de los campos de velocidad de interés en este trabajo, se puede escribir como:

$$R(\mathbf{v}) = \lambda \left(|\nabla \cdot \mathbf{v} - \xi_d|^2 + \|\nabla \times \mathbf{v} - \xi_r\|^2 \right) + G(\xi_d, \xi_r) \quad (5.7)$$

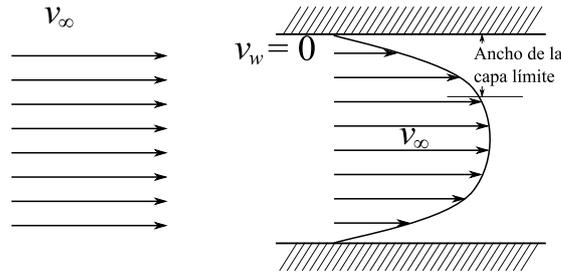


Figura 5.6: Comparación entre movimiento fluido libre (ideal) a la izquierda y el perfil de velocidades real que se desarrolla bajo fricción viscosa, a la derecha. La velocidad se anula en las coordenadas de la interfaz entre pared y fluido, lo que implica condiciones de Dirichlet. Una capa límite viscosa se produce en el entorno de las paredes del contenedor, mientras que, para canales suficientemente anchos, la velocidad del centro del canal (vértice del perfil parabólico) equivaldría a la velocidad promedio del movimiento en condiciones libres, v_∞ , lo que indica la existencia de condiciones de Von Neumann.

donde

$$G(\xi_d, \xi_r) = \gamma \left(|\nabla \xi_d|^2 + |\nabla \xi_r|^2 \right)$$

con el coeficiente γ como parámetro heurístico para ponderar la contribución de la regularización de ξ_d y ξ_r .

5.2.3. Establecimiento de condiciones de contorno

Para problemas relacionados con movimiento de fluidos, en particular a lo largo de recipientes con una geometría específica, condiciones iniciales y de contorno realistas son necesarias para que la estimación de los campos de velocidad (y los demás emergentes del proceso de modelización del problema) se aproxime tanto como sea posible al valor real intrínseco a los datos provenientes de la adquisición del fenómeno en vídeo. Trabajos como el de [48] tratan con este tipo de problemas, ofreciendo una metodología apropiada para el establecimiento de dichas condiciones de contorno.

En este trabajo, dada la geometría del canal en el que está contenido el combustible líquido y, por ende, en el que se desarrollarán los movimientos fluidos producto de los efectos termocapilares (o «de Marangoni»), las condiciones tipo Dirichlet permitirán imponer las condiciones de no deslizamiento en el entorno de las paredes del canal debidas a la fricción viscosa entre las partículas fluidas del combustible y el metal que constituye dichas paredes. Las condiciones de Von Neuman o de contorno libre son establecidas para los extremos del canal, lo es consistente con el hecho de que los bordes izquierdo y derecho de los cuadros de la secuencia de vídeo segmentada a la ROI se deben a los límites del campo de visión de la termocámara y, por lo tanto, no corresponden a una barrera física en el dominio del problema (ver figura 5.6).

5.2.4. Modelo de Transporte de energía por convección en superficie

En imágenes de termografía, la cantidad observada y, en el modelo de conservación, transportada sobre la superficie del vídeo digital, es el calor (temperatura) en la superficie del combustible. Esto, en primer lugar, hace pensar en la utilización de una notación apropiada que resalte el fenómeno que está detrás de las medidas realizadas mediante videotermografía digital. Así, de aquí en adelante, las ecuaciones del flujo óptico estarán planteadas en función de T en lugar de I .

Un primer refinamiento para trabajar con datos referidos a la temperatura del sistema es la incorporación de términos que contengan las contribuciones debidas a la difusión local del calor, $-\alpha \nabla^2 T$, y

las pérdidas térmicas desde el fluido hacia las paredes del canal, $\Phi(x, T)$. Estas pérdidas pueden ser introducidas mediante un modelo de Fourier del tipo

$$\Phi(x, T) \equiv \alpha \frac{T - T_\infty}{\bar{\delta}_z^2}$$

en donde α es la difusividad térmica, T el valor de la temperatura en el punto y $\bar{\delta}_z$ la estimación de la profundidad media de la capa límite térmica en la dirección perpendicular a la superficie del combustible líquido.

Así, la ecuación de transporte de calor especializado para medida en imágenes de termografía se puede expresar como

$$T_t + \mathbf{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T + \Phi(x, T) = 0$$

Luego, el problema de la estimación del flujo óptico para este sistema, utilizando un esquema tipo Horn–Schunck con la regularización propuesta en este trabajo, según la expresión 5.7, resulta ser

$$\begin{aligned} \min_I \iint_I & \left[(T_t + \mathbf{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T + \Phi)^2 + \lambda \left(|\nabla \cdot \mathbf{v} - \xi_d|^2 + \|\nabla \times \mathbf{v} - \xi_r\|^2 \right) \right. \\ & \left. + \gamma \left(|\nabla \xi_d|^2 + |\nabla \xi_r|^2 \right) \right] dx dy \end{aligned} \quad (5.8)$$

Para la obtener un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales consistente, bien condicionado y susceptible de ser resuelto numéricamente, se derivó la integral de esta expresión en sentido de Gatéaux (equivalente a aplicar a sus términos la ecuación de Euler–Lagrange). El desarrollo completo para cada función incógnita del problema, que se presenta en el apéndice D, entrega el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x - \lambda \left(\nabla^2 u - \frac{\partial \xi_d}{\partial x} + \frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.9)$$

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_y - \lambda \left(\nabla^2 v - \frac{\partial \xi_d}{\partial y} - \frac{\partial \xi_r}{\partial x} \right) = 0 \quad (5.10)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right) - \gamma \nabla^2 \xi_d = 0 \quad (5.11)$$

$$\lambda \left(-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \xi_r \right) - \gamma \nabla^2 \xi_r = 0 \quad (5.12)$$

cuya solución numérica se presenta en el apartado 7.3.1. En los resultados obtenidos pudo observarse una aportación muy pequeña, prácticamente despreciable, del término Φ .

Este modelo se probó con los datos adquiridos para diferentes experimentos con iso–propanol y n–propanol. Si bien en los regímenes uniformes no se observó una región de Marangoni, los resultados en el régimen de propagación pulsante pueden ser particularmente interesantes para futuros trabajos en investigación experimental y teórica, tanto para la propia naturaleza de los flujos de Marangoni en combustibles líquidos como para la determinación de los mecanismos que hacen posible la existencia de diferentes regímenes para la propagación de llamas sobre combustible líquido, particularmente diferentes a la propagación en sólidos (figura 1.2). Los resultados obtenidos mediante esta aproximación se presentan y discuten en el capítulo 7, siendo prioritario resaltar que por valores de las variables y los tiempos característicos de cada proceso (propagación, eyección de corrientes de Marangoni, difusión

térmica, conducción), las contribuciones de los términos de difusión y pérdidas térmicas no resultaron apreciables, luego se omitirán en las secciones subsiguientes.

5.3. Estimación del flujo óptico multirresolución

Dada la naturaleza discreta del vídeo digital y las limitaciones inherentes a los métodos numéricos empleados para resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (casi siempre imposibles de resolver de forma analítica, más todavía para funciones empíricas provenientes de los datos experimentales como en [8, 33]), las medidas sobre datos reales son comúnmente inexactas [14]. Se han realizado múltiples intentos, desde diversos enfoques, para perfeccionar las estimaciones: combinaciones de contribuciones locales y globales [46], regularización especializada [18, 37, 43, 52], esquemas multirresolución [28, 35, 37, 43, 44], modelos generales adaptados a geometrías particulares de problemas determinados [49], etc.

En este apartado, se propone un método para mejorar la precisión de la estimación del flujo óptico (según el modelo propuesto en la expresión 5.7) mediante un esquema multirresolución adaptado a las medidas de flujos continuos en fluidos, mediante la solución del sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que resulta tras la proyección del funcional del flujo óptico propuesto sobre bases de funciones de scaling y de wavelets.

Los modelos generales para la estimación del flujo óptico se enfocan en desplazamientos de grandes «volúmenes» (regiones) relacionados con cambios de intensidad. Sin embargo, cambios sutiles que pueden ayudar a seguir características importantes del fenómeno, pueden permanecer ocultos en tales aproximaciones. Asimismo, cambios a gran escala (debidos a variaciones causadas por altas velocidades) pueden bien ser omitidas por el carácter local de los operadores diferenciales, bien producir inestabilidades numéricas por su cercanía a la discontinuidad respecto a valores bajos de la velocidad (tipo Gibbs), alterando la validez de la solución e, incluso, afectando la estabilidad del sistema. Ante estas limitaciones, un modelo multirresolución puede ser útil, al contribuir a la medición de esos pequeños y grandes cambios, dado que el sistema de ecuaciones es más fácil de resolver consistentemente mediante la proyección de cambios de baja y alta frecuencia en la base multirresolución.

En los apartados subsiguientes se propone detalladamente un esquema de solución multirresolución para el modelo de conservación de la temperatura de la expresión (5.7). Una base de wavelets de soporte compacto⁵ es requerida para este tipo de análisis multirresolución, lo que es cumplido consistentemente por cualquier miembro de la familia de funciones de Daubechies [24]. Dado que, para este problema, la mayor parte de las discontinuidades puede ser tratada por una aproximación polinomial de segundo orden, se ha escogido una base D6.

5.3.1. Introducción a la multirresolución mediante «wavelets» (ondículas)

La mayoría de los procesos en mecánica de fluidos y combustión se muestran a distintas escalas temporales y espaciales, como ejemplo característico aquellos asociados a la presencia de la turbulencia. Entonces, estudios como el seguimiento de irregularidades del flujo, de singularidades o cambios en las fronteras requieren un procedimiento de resolución que pueda resolver estas distintas escalas de forma eficiente. Las wavelets (ondículas) tienen la ventaja de expresar la solución al problema (en este caso, el flujo óptico que minimiza un funcional) desde la escala más fina a la más gruesa con un esfuerzo

⁵Más detalles en [24].

mínimo, puesto que en su propio germen contienen propiedades de análisis en multirresolución. En esta sección se presenta el algoritmo para la resolución de la minimización de un funcional E análogo al que se busca minimizar según la expresión 5.8, utilizando una discretización del tipo Wavelet-Galerkin. Utilizando distintas escalas de resolución y los valores absolutos de los coeficientes wavelets como estimaciones de error, el algoritmo puede realizar el seguimiento de las irregularidades y frentes en movimiento en las regiones de interés. Dado que la imagen digital tiene una dimensión finita el análisis en multirresolución dependerá críticamente de este número finito de escalas abordables matemáticamente, resultando entonces intrínsecamente dependiente del proceso de adquisición.

Mientras que el método clásico de elementos finitos utiliza funciones de ensayo continuas a trozos y no nulas sólo en sucesivos intervalos acotados, los métodos espectrales, en general, emplean funciones infinitamente derivables y no nulas en el dominio completo de integración. Entre los dos, los métodos espectrales se ven favorecidos por su mayor tasa de convergencia, aunque su limitación es la menor resolución espacial de las soluciones, puesto que las funciones base no están localizadas espacialmente. La idea básica que subyace en la descomposición wavelet es la representación de una función como una combinación lineal de funciones que están localizadas (acotadas) tanto espacialmente como en escala.

5.3.2. Análisis wavelet

Las wavelets (generalmente notadas por ψ) son funciones generadas desde una única función llamada la «wavelet madre», mediante operaciones sencillas de escalamiento y translación. Un conjunto de funciones autosimilares trasladadas y dilatadas constituye una base, la que puede ser usada para el análisis funcional a través de la relación:

$$\psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{x-b}{a} \right)$$

donde b es el parámetro de translación y a es la dilatación o parámetro de escala. Mediante translación por un factor de 2^n y dilatación por un factor de $k2^{-n}$, un *frame* («marco») correspondiente a un nivel de resolución n es obtenido:

$$\psi_{n,k}(x) = 2^{n/2} \psi(2^n x - k) \quad (2)$$

Por lo tanto, variando k la función ψ es desplazada en el eje x y variando n la amplitud de la función es expandida o comprimida. En el trabajo fundacional de Daubechies [24], se construye una familia de wavelets ortonormales de soporte compacto⁶. Cuanto más pequeño es el intervalo, mayor es la localización espacial de la función. Asimismo, una base de funciones wavelet es ortonormal si cualesquiera dos funciones de la base satisfacen la condición de ortonormalización

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{n,k}(x) \psi_{m,l}(x) dx = \delta_{nm} \delta_{kl}$$

donde δ es la función delta de Kronecker. La familia de wavelets de Daubechies incluye funciones que van desde alta localización espacial hasta alta suavidad. Cada familia de wavelets queda unívocamente definida por una función escala, mediante un conjunto de L coeficientes de filtro (donde L es un entero impar) de la forma $p(k)$, con $k = 0, 1, \dots, L-1$, a través de la relación de dos escalas:

⁶Una función es considerada de soporte compacto cuando su valor es diferente de cero solamente para un intervalo finito de su dominio. Soporte es el conjunto de puntos en los que la función toma valores no nulos; compacto, en la recta real, significa cerrado y acotado, luego un soporte compacto está formado por un número finito de intervalos cerrados.

$$\phi(x) = \sum_{k=0}^{L-1} p(k)\phi(2x - k)$$

y tiene soporte compacto si y solo si más de un coeficiente $p(k)$ es diferente de cero. Con base en la función de escala $\phi(x)$, una base puede ser obtenida dilatando y trasladando una única función $\psi(x)$ («wavelet madre»), la que es definida como:

$$\psi(x) = \sum_{k=2-L}^1 q(k)\phi(2x - k)$$

Dado que las wavelets son ortonormales, no sólo entre sí, sino respecto a las funciones de escala, los coeficientes de la función de escala y de la wavelet madre para la ecuación de dos escalas están relacionados por la expresión:

$$q(k) = (-1)^k p(1 - k)$$

Como se ha comentado, las wavelets que aquí se utilizan son de soporte compacto y por tanto, tienen la gran ventaja de aunar las bondades de ambos métodos (elementos finitos y espectral), una mayor localización y una mejor tasa de convergencia en los cálculos numéricos. Comparativamente, la transformada de Fourier permite resolver en el espacio de frecuencias una función dependiente del tiempo, pero no da información sobre las frecuencias en el dominio temporal, es decir, qué frecuencias se producen en qué tiempo. La transformada wavelet va un paso más allá, utilizando ventanas temporales variables para diferentes frecuencias, lo que le permite analizar funciones temporales a distintas escalas.

5.3.3. Análisis wavelet multirresolución

La aproximación numérica a una función determinada puede hacerse a diferentes niveles de resolución. El análisis en multirresolución es un método que permite el flujo de información de un nivel de resolución a su inmediato superior, y en secuencia, de la resolución más gruesa a la más fina. Matemáticamente, permite extraer un nivel de detalle arbitrario de una solución numérica a una problema planteado (siempre y cuando no exista una inherente limitación como el proceso de adquisición comentado anteriormente).

Dados V_j and W_j los subespacios que componen la combinación lineal de los elementos de la base para las funciones de escala y las wavelets, respectivamente, al nivel de resolución j . Para sistemas wavelets ortogonales, como las wavelets de Daubechies, existe un subespacio W_j que es un complemento ortogonal de V_j de tal modo que

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j$$

donde \oplus denota la suma ortogonal directa. Aplicándolo recursivamente desde el nivel más grueso hasta el más fino, se tiene que

$$V_{j+1} = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \cdots \oplus W_j$$

Por lo tanto, cualquier función puede ser aproximada a un nivel mayor de resolución ($n + 1$) desde la aproximación a la resolución más baja (n) y la señal complementaria a ese mismo nivel de resolución baja n . Consecuentemente, $f(x)$ se representa al nivel de resolución n como:

$$\sum_k a_{n,k} \phi_{n,k}(x) = \sum_k a_{n-1,k} \phi_{n-1,k}(x) + \sum_k b_{n-1,k} \psi_{n-1,k}(x) \quad (5.13)$$

Aplicando la relación a dos escalas y funciones wavelet al lado derecho de la ecuación 5.13, Mallat [10] desarrolló el algoritmo de reconstrucción dado por la relación:

$$a_{n+1,l} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k [p(l-2k)a_{n,k} + q(l-2k)b_{n,k}]$$

donde $p(k)$ y $q(k)$ son los coeficientes de filtro. Así, las wavelets automáticamente proveen una organización jerárquica de bases que puede ser utilizada para plantear una metodología adaptativa. Usando esta propiedad, se pueden obtener ahorros de tiempo de cómputo significativos dado que el esfuerzo para expresar una función a la resolución $j+1$ es reemplazada por duplicar el esfuerzo de expresar la solución a la resolución j .

5.3.4. Esquema de solución multirresolución

Para que el algoritmo numérico sea capaz de resolver todas las escalas que aparecen en la solución y, a pesar de ello, ser eficiente en términos de reducir el número de incógnitas, la base de las wavelets activas debe adaptarse dinámicamente en el tiempo de integración, para reflejar los cambios locales en la solución. Para capturar los efectos locales, el dominio espacial de interés ha de ser identificado de tal forma que el refinamiento necesario sea llevado a cabo solamente en ese dominio parcial. Además, para problemas acoplados de gran escala, la discretización espacial para cada ecuación diferencial en el modelo (aun en el mismo dominio) puede ser optimizada en términos de la resolución usada. Típicamente, los componentes de alta frecuencia de la solución son significativos en regiones donde se observan gradientes pronunciados. Por lo tanto, la pendiente de la solución inicial puede ser usada como medida y criterio de localización del dominio de interés.

Es importante notar que la misma información puede ser obtenida de los valores absolutos de los coeficientes de las funciones de scaling. De forma alternativa, el residuo (medida de la variación respecto a la solución real) puede ser usado para determinar el dominio donde el error se hace significativo. Así, las wavelets hacen posible intercambiar información entre los diferentes niveles de resolución a través del algoritmo de reconstrucción de Mallat, antes citado; la solución a un nivel de resolución mayor es conseguida expandiéndola en términos de las funciones de la base de scaling y, entonces, agregar recursivamente estructuras más y más finas en el dominio de interés al expandirlas en las funciones de la base wavelet, complementarias con las primeras, a resoluciones más altas. Esta aproximación wavelet multinivel permite refinamientos locales hasta una escala arbitraria más pequeña sin un incremento drástico en el número de wavelets usadas para expresar la solución.

Suelen usarse dos estrategias para establecer un criterio de parada del algoritmo. La primera consiste en usar el residuo, definido como un «resto» del operador aplicado al perfil de solución actual, como una medida del error, reduciéndose por debajo de un umbral arbitrario en el dominio completo tras usar el análisis multirresolución. La segunda usa el valor absoluto de los coeficientes de las funciones wavelet como medida para determinar el dominio con cambios nítidos; iteraciones sucesivas resultan en valores más pequeños para esos coeficientes, y las iteraciones son terminadas cuando los valores absolutos de los coeficientes caen por debajo de un umbral tolerable establecido a priori. Aunque ambos criterios presentan resultados similares, no se ha establecido una clara correlación entre los valores del residuo y de los coeficientes de las funciones wavelet.

5.3.4.1. Procedimiento

El procedimiento básico, empleado para la solución de prácticamente cualquier sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales mediante esquemas multirresolución [41], se presenta de forma esquemática en el algoritmo 1.

Algoritmo 1 Solución del sistema de ecuaciones diferenciales en multirresolución bajo el esquema wavelet.

1. Se define el campo óptimo como la suma de las contribuciones de las funciones de escala j – campos promedio $\bar{u}, \bar{v}, \bar{\xi}_d, \bar{\xi}_r$.
 - a) Se introduce la descomposición espectral en funciones de escala de las funciones definidas sobre cada nodo del dominio de integración (intensidad, velocidad, campos de estimación de la divergencia y rotacional, etc.) en el funcional de flujo óptico regularizado.
 - b) Integrar en la escala j el funcional, término a término, teniendo en cuenta las propiedades de normalización de las funciones de escala. El resultado de la integración está dada en función de los coeficientes de conexión y los coeficientes de colocación de la descomposición espectral.
 - c) La optimización del funcional se consigue aplicando la condición de minimización respecto a cada uno de los coeficientes de colocación.
 - d) Se emplea un esquema SOR para la resolución del sistema de ecuaciones resultante, obteniéndose los coeficientes de colocación óptimos en cada punto.
 2. Se agrega al campo óptimo la contribución de las funciones wavelet para la escala j – campos promedio $\delta u, \delta v, \delta \xi_d, \delta \xi_r$
 - a) Se introduce la descomposición espectral en funciones wavelet de las funciones definidas sobre cada nodo del dominio de integración (intensidad, velocidad, campos de estimación de la divergencia y rotacional, etc.) en el funcional residual del flujo óptico regularizado – en la escala más gruesa, por definición, no existe contribución wavelet.
 - b) El valor óptimo para funcional residual se determina integrando la proyección de los campos residuales sobre la base wavelet. El funcional residual se define como la parte del funcional E no resuelta en el espacio de las funciones de escala. El resultado de la integración está dada en función de los coeficientes de conexión y los coeficientes de colocación de la descomposición espectral.
 - c) Se emplea un esquema SOR para la resolución del sistema de ecuaciones resultante, obteniéndose los coeficientes de colocación óptimos en cada punto.
 3. Se pasa a la siguiente escala, $j + 1$. El campo en esta escala, que se llamará «campo promocionado», es fruto de la aplicación del algoritmo de Mallat usando los coeficientes de colocación wavelet y de escala, referidos a la escala anterior, j , y es calculado tal como se presenta en los pasos 1 y 2.
 4. Se verifica si el error, definido bien como el valor absoluto de los coeficientes wavelet o como el valor global del residuo, es mayor a un umbral preestablecido. En tal caso, se vuelve al paso 2, de lo contrario, se reporta el resultado.
-

La adaptación del dominio se lleva a cabo en cada paso de tiempo de la integración, para posibilitar la captura de los dominios espaciales cambiantes. La expresión de los términos resultantes de proyectar sobre elementos de las bases de funciones de scaling y wavelets puede resultar bastante larga y la nomenclatura de los índices, confusa. Por ello, se introduce el uso de coeficientes de conexión (tal como se puede ver minuciosamente en [13, 29]), los que son explicados en detalle en el apéndice E, permitiendo una notación sintética pero rigurosa a la hora de escribir dichos términos.

5.3.4.2. Desarrollo espectral de los campos mediante funciones de *scaling*

Partiendo del funcional para la determinación del flujo optico

$$E = \int F(x, y) dx dy \quad (5.14)$$

donde

$$F(x, y) = (T_t + T_x u + T_y v)^2 + \lambda |\nabla \cdot \mathbf{v} - \xi_d|^2 + \lambda \|\nabla \times \mathbf{v} - \xi_r\|^2 + \gamma |\nabla \xi_d|^2 + \gamma |\nabla \xi_r|^2$$

se puede obtener una expresión completamente desarrollada.

Anteriormente, Li-Fen et al. [35], presentaron una solución de una versión simplificada de este problema, sin multirresolución, proyectando el funcional sobre una base de funciones de *scaling* tipo 6-Daubechies de acuerdo al método Wavelet-Galerkin. Éste es el enfoque que se utiliza a continuación. Desarrollando cada función en funciones de escala que forman una base completa del espacio funcional bidimensional, los campos se pueden expresar como (paso 1(a) del algoritmo 1):

$$u(x, y) = \sum_m \sum_n u_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

$$v(x, y) = \sum_m \sum_n v_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

$$\xi_d(x, y) = \sum_m \sum_n \xi_{d,mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

$$\xi_r(x, y) = \sum_m \sum_n \xi_{r,mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

donde m transcurre por las filas de la imagen, de arriba abajo, y n por las columnas, de izquierda a derecha. Las derivadas son de la forma

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \sum_m \sum_n u_{mn} \phi_m(y) \phi'_n(x) \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \sum_m \sum_n u_{mn} \phi'_m(y) \phi_n(x) \quad (5.16)$$

etc., así como las funciones derivadas de la imagen⁷

$$T_x^2(x, y) = \sum_m \sum_n a_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

$$T_y^2(x, y) = \sum_m \sum_n b_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

$$T_t^2(x, y) = \sum_m \sum_n c_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

$$T_x T_y(x, y) = \sum_m \sum_n d_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

$$T_t T_x(x, y) = \sum_m \sum_n e_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

⁷No sobra recalcar que la notación en estas expresiones indica la expresión de las *derivadas del campo de intensidades* (I) en su expansión en la base de funciones de *scaling* ϕ , luego no se indica una derivación de la expansión de la imagen en base de funciones ϕ posterior a la proyección.

$$T_t T_y(x, y) = \sum_m \sum_n f_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

5.3.4.3. Condición de minimización del funcional

Tras el desarrollo espectral, la minimización del funcional se consigue derivando la expresión resultante respecto a los coeficientes del campo e igualando cada expresión diferencial a cero. Con esto, en lugar de tener una ecuación diferencial para la función de campo desconocida, se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas para los coeficientes por determinar. En el caso de las wavelets, el uso de esta metodología es posible, como se verá más adelante, por la simplificación operacional introducida mediante los *coeficientes de conexión*⁸.

Dada la complejidad del funcional E , se desarrolla en detalle sólo el cálculo de la componente u de la velocidad. Con argumentos de simetría, es inmediato el cálculo de los demás coeficientes, tanto del campo de velocidad como de los campos ξ_d y ξ_r .

Introduciendo todos los términos de las ecuaciones correspondientes a los desarrollos espectrales en la integral funcional E se llega a su expresión completamente expandida en términos de funciones de escala; por ejemplo, para el primer sumando de E , se obtiene

$$\sum_m \sum_n \sum_p \sum_q \sum_k \sum_l a_{mn} u_{pq} u_{kl} \int \phi_n(x) \phi_q(x) \phi_l(x) dx \int \phi_p(y) \phi_m(y) \phi_k(y) dy$$

Esta expresión se simplifica mediante el uso de los coeficientes de conexión de segundo orden, luego el primer sumando en E se escribe

$$\sum_m \sum_n \sum_p \sum_q \sum_k \sum_l a_{mn} u_{pq} u_{kl} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} \Lambda_{p-m, k-m}^{000}$$

Al aplicar este procedimiento sobre todos los terminos del funcional, se completa el paso 1(b) del algoritmo 1. En este desarrollo espectral, la condición de minimización del funcional cuadrático definido positivo E es suficiente exigir la anulación de su derivada respecto a cada componente; en particular, para la componente horizontal de la velocidad, se tiene que

$$\frac{\partial E}{\partial u_{pq}} \equiv 0 \quad (5.17)$$

lo que corresponde al paso 1(c) del algoritmo 1 para el análisis de función de escala.

Ecuaciones análogas se obtienen para cada uno de los otros campos (v, ξ_d, ξ_r). La contribución de ese primer sumando a la ecuación 5.17 es

$$\sum_k \sum_l \left(\sum_m \sum_n a_{mn} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} \right) u_{kl}$$

y es lineal en el campo u . De la misma forma, se opera con los restantes términos en la expresión 7.1.

Las demás contribuciones a $\frac{\partial E}{\partial u_{pq}}$ se sintetizan en la tabla 5.1.

⁸La expresión general de los coeficientes de conexión de segundo orden es

$$\Lambda_{ij}^{d_1 d_2 d_3} \equiv \int \phi^{d_1}(x) \phi_i^{d_2}(x) \phi_j^{d_3}(x) dx$$

donde d_k representa el orden de la derivada, y $\phi_i(x) \equiv \phi(x-i)$. Véase el apéndice E para más detalles sobre coeficientes de conexión a otros órdenes y para diferentes combinaciones de funciones de escala y wavelets.

Término	Contribución a $\frac{\partial E}{\partial u_{pq}}$
$\int T_x^2 u^2 dx dy$	$\sum_k \sum_l \left(\sum_m \sum_n a_{mn} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} \right) u_{kl}$
$\int 2T_x T_y uv dx dy$	$2 \sum_k \sum_l \left(\sum_m \sum_n d_{mn} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} \right) v_{kl}$
$\int 2T_t T_x u dx dy$	$2 \sum_m \sum_n e_{mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{00}$
$\lambda \int u_x^2 dx dy$	$\lambda \sum_m \sum_n u_{mn} \Lambda_{q-n}^{11} \Lambda_{p-m}^{00}$
$\int 2\lambda u_x v_y dx dy$	$2\lambda \sum_m \sum_n v_{mn} \Lambda_{m-p}^{01} \Lambda_{q-n}^{01}$
$\int (-2\lambda u_x \xi_d) dx dy$	$-2\lambda \sum_m \sum_n \xi_{d, mn} \Lambda_{q-n}^{01} \Lambda_{p-m}^{00}$
$\int \lambda u_y^2 dx dy$	$\lambda \sum_m \sum_n u_{mn} \Lambda_{q-n}^{00} \Lambda_{p-m}^{11}$
$\int (-2\lambda v_x u_y) dx dy$	$-2\lambda \sum_m \sum_n v_{mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{01}$
$\int 2\lambda u_y \xi_r dx dy$	$2\lambda \sum_m \sum_n \xi_{r, mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{00}$

Tabla 5.1: Contribuciones a la estimación por optimización de la componente horizontal de la velocidad, u

Los términos restantes no dependen del campo de velocidad u y, por lo tanto, no dan contribución a la condición de minimización respecto a u . Agrupando los términos, el sistema de ecuaciones a resolver para determinar el campo u resulta ser

$$\begin{aligned}
& \sum_k \sum_l \left(\sum_m \sum_n a_{mn} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} + \lambda (\Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{11} + \Lambda_{p-k}^{11} \Lambda_{q-l}^{00}) \right) u_{kl} \\
& + 2 \sum_k \sum_l \left(\sum_m \sum_n d_{mn} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} + \lambda (\Lambda_{k-p}^{01} \Lambda_{q-l}^{01} - \Lambda_{p-k}^{01} \Lambda_{l-q}^{01}) \right) v_{kl} \\
& + 2 \sum_m \sum_n e_{mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{00} - 2\lambda \sum_m \sum_n \xi_{d, mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{01} + 2\lambda \sum_m \sum_n \xi_{r, mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{00} = 0 \quad (5.18)
\end{aligned}$$

De forma análoga, teniendo en cuenta las simetrías $u \Leftrightarrow v$, $e \Leftrightarrow f$, $a \Leftrightarrow b$, $\xi_d \Leftrightarrow \xi_r$, $u_x \Leftrightarrow v_x$ y $u_y \Leftrightarrow -v_y$, se puede escribir directamente el sistema de ecuaciones para el campo v , en la forma

$$\begin{aligned}
& \sum_k \sum_l \left(\sum_m \sum_n b_{mn} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} + \lambda (\Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{11} + \Lambda_{q-l}^{00} \Lambda_{p-k}^{11}) \right) v_{kl} \\
& + 2 \sum_k \sum_l \left(\sum_m \sum_n d_{mn} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} - \lambda (\Lambda_{k-p}^{01} \Lambda_{q-l}^{01} - \Lambda_{p-k}^{01} \Lambda_{l-q}^{01}) \right) u_{kl} \\
& + 2 \sum_m \sum_n f_{mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{00} - 2\lambda \sum_m \sum_n \xi_{r, mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{01} - 2\lambda \sum_m \sum_n \xi_{d, mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{00} = 0 \quad (5.19)
\end{aligned}$$

Finalmente, se determina el sistema de ecuaciones para los campos de estimación ξ_d y ξ_r . El integrando a evaluar en este paso puede definirse como

$$e_\xi(x, y) \equiv \lambda \xi_d^2 + \lambda \xi_r^2 + 2\lambda (u_y - v_x) \xi_r - 2\lambda (u_x + v_y) \xi_d + \gamma (\xi_{dx}^2 + \xi_{dy}^2 + \xi_{rx}^2 + \xi_{ry}^2)$$

Por analogía con el caso de u y v , se tiene que

$$\sum_k \sum_l (\lambda \Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{00} + \gamma (\Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{11} + \Lambda_{q-l}^{00} \Lambda_{p-k}^{11})) \xi_{d, kl} - 2\lambda \sum_m \sum_n (u_{mn} \Lambda_{m-p}^{00} \Lambda_{n-q}^{01} + v_{mn} \Lambda_{m-p}^{01} \Lambda_{n-q}^{00}) = 0 \quad (5.20)$$

$$\sum_k \sum_l (\lambda \Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{00} + \gamma (\Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{11} + \Lambda_{q-l}^{00} \Lambda_{p-k}^{11})) \xi_{r, kl} + 2\lambda \sum_m \sum_n (u_{mn} \Lambda_{m-p}^{01} \Lambda_{n-q}^{00} - v_{mn} \Lambda_{m-p}^{00} \Lambda_{n-q}^{01}) = 0 \quad (5.21)$$

Los cuatro sistemas de ecuaciones (expresiones 5.18, 5.19, 5.20 y 5.21) se resuelven por iteración, ajustando las condiciones frontera necesarias, para los campos (u, v, ξ_d, ξ_r) , completándose así el paso

1(c) del algoritmo 1. Dado el esquema espectral que se desea implementar, las condiciones frontera deben establecerse para un conjunto de valores frontera $(u_{mn}, v_{mn}, \xi_{d,mn}, \xi_{r,mn})$ apropiado; tratándose de un desarrollo espectral, las condiciones de frontera no serán impuestas sobre las variables y sus derivadas sino que se adaptarán para estar definidas sobre los coeficientes de los campos.

5.3.4.4. Determinación de campos promedio

Para calcular los campos promedio $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{\xi}_d, \bar{\xi}_r)$ correspondiente al paso 1(d) del algoritmo, completándose así el paso 1(c) del algoritmo 1— los siguientes tensores de 2º y 4º órdenes son definidos respectivamente

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ Du \\ Dv \end{pmatrix}_{kl}^{pq} \equiv \sum_m \sum_n \begin{pmatrix} a_{mn} \\ b_{mn} \\ d_{mn} \\ d_{mn} \end{pmatrix} \Lambda_{p-m, k-m}^{000} \Lambda_{q-n, l-n}^{000} + \lambda \begin{pmatrix} \Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{11} + \Lambda_{p-k}^{11} \Lambda_{q-l}^{00} \\ \Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{11} + \Lambda_{q-l}^{00} \Lambda_{p-k}^{11} \\ \Lambda_{p-k}^{01} \Lambda_{q-l}^{01} - \Lambda_{k-p}^{01} \Lambda_{q-l}^{01} \\ \Lambda_{k-p}^{01} \Lambda_{q-l}^{01} - \Lambda_{p-k}^{01} \Lambda_{l-q}^{01} \end{pmatrix}$$

$$E^{pq} = \sum_m \sum_n e_{mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{00} \quad F^{pq} \equiv \sum_m \sum_n f_{mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{00}$$

$$\xi_{kl}^{pq} \equiv \frac{\lambda \Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{00} + \gamma \left(\Lambda_{p-k}^{00} \Lambda_{q-l}^{11} + \Lambda_{q-l}^{00} \Lambda_{p-k}^{11} \right)}{\lambda \Lambda_0^{00} \Lambda_0^{00} + 2\gamma \Lambda_0^{00} \Lambda_0^{11}}$$

así como los siguientes campos tensoriales de 2º orden dependientes de u_{mn}, v_{mn} para los campos de estimación de la divergencia y el rotacional:

$$\begin{aligned} \xi_{uv}^{pq} &\equiv \lambda \sum_m \sum_n \left(\frac{u_{mn} \Lambda_{m-p}^{00} \Lambda_{n-q}^{01} + v_{mn} \Lambda_{m-p}^{01} \Lambda_{n-q}^{00}}{\lambda \Lambda_0^{00} \Lambda_0^{00} + 2\gamma \Lambda_0^{00} \Lambda_0^{11}} \right) \\ \xi_{vu}^{pq} &\equiv \lambda \sum_m \sum_n \left(\frac{v_{mn} \Lambda_{m-p}^{00} \Lambda_{n-q}^{01} - u_{mn} \Lambda_{m-p}^{01} \Lambda_{n-q}^{00}}{\lambda \Lambda_0^{00} \Lambda_0^{00} + 2\gamma \Lambda_0^{00} \Lambda_0^{11}} \right) \end{aligned}$$

Ahora, usando un método iterativo para resolver los campos \bar{u} y \bar{v} , se obtienen dos ecuaciones lineales

$$A_{pq} u_{pq} + D_{pq} v_{pq} = F_{pq}$$

$$D_{pq} u_{pq} + B_{pq} v_{pq} = G_{pq}$$

donde se ha simplificado la notación de tal forma que $A_{pq} \equiv A_{pq}^{pq}$, $B_{pq} \equiv B_{pq}^{pq}$ y $D_{pq} \equiv D_{pq}^{pq}$. Aquí, se tiene que

$$F_{pq} \equiv - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} A_{kl}^{pq} u_{kl} - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} D v_{kl}^{pq} v_{kl} - E^{pq} + \lambda \sum_m \sum_n \xi_{d,mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{01} - \lambda \sum_m \sum_n \xi_{r,mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{00}$$

y, de forma análoga, para el campo medio \bar{v}

$$G_{pq} \equiv - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} B_{kl}^{pq} v_{kl} - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} D u_{kl}^{pq} u_{kl} - F^{pq} + \lambda \sum_m \sum_n \xi_{r,mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{01} + \lambda \sum_m \sum_n \xi_{d,mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{00}$$

Para los campos de estimación $\bar{\xi}_d, \bar{\xi}_r$, se obtiene de forma simultánea

$$\begin{aligned}\bar{\xi}_{d,pq} &= - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} \xi_{kl}^{pq} \xi_{d,kl} + \xi_{uv}^{pq} \\ \bar{\xi}_{r,pq} &= - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} \xi_{kl}^{pq} \xi_{r,kl} + \xi_{vu}^{pq}\end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones completo, cuyas variables son evaluadas en cada nodo de la malla correspondiente (p, q) , es resuelto por un método iterativo de sobrerrelajación (SOR) según el esquema

$$\begin{aligned}u_{pq}^{(n+1)} &= \frac{1}{A_{pq}} \left(F_{pq} - D_{pq} v_{pq}^{(n)} \right) \\ v_{pq}^{(n+1)} &= \frac{1}{B_{pq}} \left(G_{pq} - D_{pq} u_{pq}^{(n)} \right) \\ \xi_{d,pq}^{(n+1)} &= - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} \xi_{kl}^{pq} \xi_{d,kl}^{(n)} + \xi_{uv}^{pq} \\ \xi_{r,pq}^{(n+1)} &= - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} \xi_{kl}^{pq} \xi_{r,kl}^{(n)} + \xi_{vu}^{pq}\end{aligned}$$

fórmulas dotadas de alta simetría que puede aprovecharse en la implementación numérica.

5.3.4.5. Implementación de la multirresolución

Para una única resolución, la ecuación general ha sido

$$\frac{\partial E}{\partial z_{mn}} = 0$$

para cada campo z que se desarrollaba en su dominio espectral. Con esto se determina, en cada nivel de resolución, un campo promedio suavizado que satisface la condición de flujo óptico, al que se denotará por

$$\bar{u} = \sum_m \sum_n \bar{u}_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

Este campo \bar{u} solución del problema de flujo óptico lleva implícito un campo medio u , tal como se presentó en el apartado anterior. Para añadir la contribución del espacio de las wavelets a esa misma resolución, se estima el campo residual δu

$$\delta u = \sum_m \sum_n u_{mn} \psi_m(y) \psi_n(x)$$

lo que implementa el paso 2(a) del algoritmo 1.

La opción más sencilla y directa para determinar δu en el siguiente nivel de resolución $J + 1$ consiste en determinar \bar{u} y δu en la resolución J y, por la reconstrucción de Mallat (ver apartado 5.3.4.7), determinar el campo “promocionado”, al que se denotará con u_P , en función de las funciones de escala ϕ para la resolución $J + 1$. Por otro lado, para $J + 1$ el resultado anterior permite determinar el campo medio \bar{u} , solución de flujo óptico para la componente u de la velocidad, en esa resolución. La diferencia $\bar{u} - u_P$ es la aportación al campo que no es generada por la estimación simple del flujo óptico al nivel de resolución J , ni heredada de la estimación para la resolución anterior $J + 1$ y, por lo tanto, la que

debe ser desarrollada en el nivel $J + 1$ de forma espectral, mediante wavelets. El integrando

$$\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)_{u=\bar{u}-u_P} \quad (5.22)$$

da cuenta de esa contribución no resuelta (asimilable a una medida del error espectral) en el nivel $J + 1$; así, la integral en el dominio de la imagen

$$\int \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)_{u=\bar{u}-u_P} \psi(x)\psi(y)dx dy$$

es el «funcional residual» mencionado en el paso 2(b) del algoritmo 1, y permite resolver esta contribución en el espacio wavelet. Además, dicha solución se corresponde a una estimación del flujo óptico para el espacio residual. El funcional que modela el flujo óptico en el espacio wavelet se puede expresar, de forma sintética, como

$$\int \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)_{u=\delta u} \psi(x)\psi(y)dx dy$$

y en éste sólo deben incluirse los términos lineales en δu , puesto que la contribución de los términos constantes (no dependientes de los campos) se anula idénticamente con $u = \bar{u} - u_P$ por la propia linealidad del operador de la expresión 5.22. Por lo tanto, el campo residual δu debe satisfacer la ecuación

$$\int \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)_{u=\bar{u}-u_P} \psi(x)\psi(y)dx dy = \int \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)_{u=\delta u} \psi(x)\psi(y)dx dy \quad (5.23)$$

con ecuaciones análogas para los demás campos ($\delta v, \delta \xi_d, \delta \xi_r$), implementándose así el paso 2(b) del algoritmo 1.

Para obtener la componente espectral (multirresolución) de la aproximación mediante wavelets es necesario introducir la proyección ($\delta u, \delta v, \delta \xi_d, \delta \xi_r$) de cada campo (u, v, ξ_d, ξ_r) al espacio de funciones wavelet; por ejemplo, para la primera componente de la velocidad, se tiene que

$$\delta u = \sum_m \sum_n \hat{u}_{mn} \psi_m(y) \psi_n(x)$$

La contribución de los lados izquierdos de las ecuaciones obtenidas a partir de la expresión (5.23) son versiones wavelet de aquellas escritas para el campo medio \bar{u} , usando funciones $\psi(x)$ de la base wavelet en vez de funciones de escala $\phi(x)$. Es necesario, entonces, introducir los coeficientes de conexión mixtos de primero y segundo orden

$$\Omega_j^{00} \equiv \int \psi(x) \phi_j(x) dx \equiv 0$$

$$\Omega_{ij}^{000} \equiv \int \psi(x) \phi_i(x) \phi_j(x) dx$$

$$\Omega_j^{01} \equiv \int \psi(x) \phi_j'(x) dx \equiv 0$$

Por las propiedades de ortogonalidad entre las funciones de escala y las wavelet, el primer y tercer coeficientes se hacen idénticamente nulos. De la misma forma, para el lado derecho de la expresión (5.23) se utilizan coeficientes de conexión mixtos para expresar las ecuaciones que contienen productos y derivadas de funciones wavelet, así

$$\begin{aligned}\Pi_{ij}^{000} &\equiv \int \phi(x)\psi_i(x)\psi_j(x)dx & \Phi_j^{00} &\equiv \int \psi(x)\psi_j(x)dx \\ \Phi_j^{01} &\equiv \int \psi(x)\psi'_j(x)dx & \Phi_j^{11} &\equiv \int \psi'(x)\psi'_j(x)dx\end{aligned}$$

Estos coeficientes tienen, respectivamente, el mismo comportamiento simétrico que los coeficientes de conexión básicos Λ^{000} , Λ^{00} , Λ^{01} y Λ^{11} en ij y en i .

5.3.4.6. Determinación de campos residuales

Para calcular el campo residual δu , es conveniente introducir, por claridad de la notación, los siguientes tensores de segundo y cuarto orden (de ahora en adelante, el prefijo R indica el componente residual):

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} RA \\ RB \\ RDu \\ RDv \end{pmatrix}_{kl}^{pq} &\equiv \sum_m \sum_n \begin{pmatrix} a_{mn} \\ b_{mn} \\ d_{mn} \\ d_{mn} \end{pmatrix} \Pi_{p-m,k-m}^{000} \Pi_{q-n,l-n}^{000} + \lambda \begin{pmatrix} \Phi_{p-k}^{00} \Phi_{q-l}^{11} + \Phi_{p-k}^{11} \Phi_{q-l}^{00} \\ \Phi_{p-k}^{00} \Phi_{q-l}^{11} + \Phi_{q-l}^{00} \Phi_{p-k}^{11} \\ \Phi_{p-k}^{01} \Phi_{q-l}^{01} - \Phi_{k-p}^{01} \Phi_{q-l}^{01} \\ \Phi_{k-p}^{01} \Phi_{q-l}^{01} - \Phi_{p-k}^{01} \Phi_{l-q}^{01} \end{pmatrix} \\ RD^{pq} &\equiv \sum_m \sum_n d_{mn} \Pi_{p-m,p-m}^{000} \Pi_{q-n,q-n}^{000} \\ R\xi_{kl}^{pq} &\equiv \frac{\lambda \Phi_{p-k}^{00} \Phi_{q-l}^{00} + \gamma (\Phi_{p-k}^{00} \Phi_{q-l}^{11} + \Phi_{q-l}^{00} \Phi_{p-k}^{11})}{\lambda \Phi_0^{00} \Phi_0^{00} + 2\gamma \Phi_0^{00} \Phi_0^{11}} \\ \begin{pmatrix} \Omega A \\ \Omega B \\ \Omega D \end{pmatrix}_{kl}^{pq} &= \sum_m \sum_n \begin{pmatrix} a_{mn} \\ b_{mn} \\ d_{mn} \end{pmatrix} \Omega_{p-m,k-m}^{000} \Omega_{q-n,l-n}^{000}\end{aligned}$$

y, para los campos residuales $\delta u, \delta v, \delta \xi_d, \delta \xi_r$, se definen los siguientes campos tensoriales de segundo orden, dependientes de δu_{mn} y δv_{mn} :

$$\begin{aligned}R\xi_{uv}^{pq} &\equiv \lambda \sum_m \sum_n \left(\frac{\delta u_{mn} \Phi_{m-p}^{00} \Phi_{n-q}^{01} + \delta v_{mn} \Phi_{m-p}^{01} \Phi_{n-q}^{00}}{\lambda \Phi_0^{00} \Phi_0^{00} + 2\gamma \Phi_0^{00} \Phi_0^{11}} \right) \\ R\xi_{vu}^{pq} &\equiv \lambda \sum_m \sum_n \left(\frac{\delta v_{mn} \Phi_{m-p}^{00} \Phi_{n-q}^{01} - \delta u_{mn} \Phi_{m-p}^{01} \Phi_{n-q}^{00}}{\lambda \Phi_0^{00} \Phi_0^{00} + 2\gamma \Phi_0^{00} \Phi_0^{11}} \right)\end{aligned}$$

Así, se obtienen dos sistemas de ecuaciones que relacionan las componentes de los campos residuales definidos en la ecuación (5.23):

$$\begin{aligned}RA^{pq} \delta u_{pq} + RD^{pq} \delta v_{pq} &= RF^{pq} \\ RD^{pq} \delta u_{pq} + RB^{pq} \delta v_{pq} &= RG^{pq}\end{aligned}$$

donde los índices p, q recorren el dominio de la imagen por columnas y filas respectivamente. Aquí, se introducen los operadores de campo

$$RF^{pq} \equiv \sum_k \sum_l \Omega A_{kl}^{pq} (\bar{u}_{kl} - u_{P,kl}) + \sum_k \sum_l \Omega D_{kl}^{pq} (\bar{v}_{kl} - v_{P,kl}) - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} RA_{kl}^{pq} \delta u_{kl} - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} RDv_{kl}^{pq} \delta v_{kl}$$

$$RG^{pq} \equiv \sum_k \sum_l \Omega B_{kl}^{pq} (\bar{v}_{kl} - v_{P,kl}) + \sum_k \sum_l \Omega D_{kl}^{pq} (\bar{u}_{kl} - u_{P,kl}) - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} RD u_{kl}^{pq} \delta u_{kl} - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} RB_{kl}^{pq} \delta v_{kl}$$

En analogía con los campos medios, las estimaciones sobre los campos residuales en cada nodo de la malla correspondiente a la imagen se pueden escribir como

$$\begin{aligned} \delta \xi_{d,pq} &= - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} R \xi_{kl}^{pq} \delta \xi_{d,kl} + R \xi_{uv}^{pq} \\ \delta \xi_{r,pq} &= - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} R \xi_{kl}^{pq} \delta \xi_{r,kl} + R \xi_{vu}^{pq} \end{aligned}$$

De nuevo, análogamente al análisis del campo medio, para obtener el campo residual (tanto en flujo óptico, como en estimación), estos cuatro sistemas de ecuaciones se resuelven por un método iterativo de sobrerrelajación, ajustando las condiciones frontera necesarias, para los campos $(\delta u, \delta v, \delta \xi_d, \delta \xi_r)$, llevándose a cabo el paso 2(c) del algoritmo 1. Dado el esquema espectral que se desea implementar, las condiciones frontera deben establecerse para un conjunto de valores frontera $(\delta u_{mn}, \delta v_{mn}, \delta \xi_{d,mn}, \delta \xi_{r,mn})$ apropiado.

5.3.4.7. Determinación del campo promocionado

Habiéndose obtenido \bar{u} y δu en la resolución J , la reconstrucción de Mallat permite calcular el campo “promocionado” u_P en función de las funciones de escala ϕ para la resolución $J + 1$. Según [41], cualquier función puede aproximarse en el nivel de resolución $J + 1$, a partir de la aproximación en la resolución inferior J , más la señal complementaria en esa resolución inferior. Es decir,

$$f(x) = \sum_k a_{J+1,k} \phi_{J+1,k}(x) = \sum_k a_{J,k} \phi_{J,k}(x) + \sum_k b_{J,k} \psi_{J,k}(x)$$

donde

$$\phi_{J,k}(x) = 2^{J/2} \phi(2^J x - k)$$

El algoritmo de reconstrucción de Mallat permite pasar del nivel J al nivel $J + 1$, obteniéndose

$$a_{J+1,l} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k p(l-k) a_{J,k} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k q(l-k) b_{J,k}$$

donde

$$q(k) = (-1)^k p(1-k)$$

Por ejemplo, si $J = 0$ es el nivel de resolución más fino, cuando se evalúa pixel a pixel, en el nivel de resolución $J < 0$, la separación es de 2^{-J} pixeles. Por lo tanto, el índice k y el índice l recorren los valores $l = 0, 1 \cdot 2^{-(J+1)}, 2 \cdot 2^{-(J+1)}, 3 \cdot 2^{-(J+1)}, \dots$, y se han extendido los coeficientes $a_{J,k}, b_{J,k}$ del nivel J hacia el nivel $J + 1$. Es decir, $a_{J,k} = a_{J,k}$ en los puntos del nivel J , y $a_{J,k} \equiv 0$ en los puntos adicionales del nivel $J + 1$.

Aplicando este algoritmo, de aquí, se obtiene el esquema de reconstrucción de los campos (u, v, ξ_d, ξ_r)

$$\bar{u}_{mn}^{J+1} = \frac{1}{2} \sum_k \sum_l p(m-2k) p(n-2l) \bar{u}_{kl}^J + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l (-1)^{m-2k+n-2l} p(1-m+2k) p(1-n+2l) \delta u_{kl}^J \quad (5.24)$$

El algoritmo funciona de la manera siguiente. Partiendo de un campo definido en la escala más gruesa J , se promueve este campo a la escala más fina $J + 1$, (sobre puntos idénticos en ambas escalas, el

campo no se ve modificado), y en los puntos intermedios en $J + 1$, se hace, inicialmente, $u_{mn} \equiv 0$. Una vez aplicado este filtro para pasar de J a $J + 1$, ya se puede aplicar directamente el esquema de reconstrucción dado por la expresión en (5.24).

5.4. Validación de las estimaciones

El flujo óptico es, por definición, el campo vectorial de desplazamientos que llevan la intensidad de un cuadro en una secuencia de vídeo a su inmediato sucesor. En un caso ideal, abstracto, este campo vectorial establecería correspondencia uno a uno entre los nodos (píxeles) de la imagen inicial y los de la imagen final, estableciéndose una aplicación biyectiva⁹. Sin embargo, dadas las limitaciones del modelo para resolver casos reales (apertura, oclusión, discontinuidad y artefactos propios de la discretización, incertidumbre propia de la optimización) tal correspondencia nunca llega a alcanzarse, aun a pesar de la imposición de términos de regularización.

De hecho, la existencia de bordes (dominio finito) y la necesidad condiciones de contorno libres o convectivas impiden que la intensidad de todos los píxeles de la imagen de destino provenga de la correspondiente a algún píxel de la imagen de origen, lo que impide la sobreyectividad. Por otro lado, la introducción al sistema de condiciones de no penetración y de no deslizamiento en las interfaces pueden forzar a que, por la discretización, dos o más píxeles de la imagen de origen incidan sobre el mismo píxel de la imagen de destino, violando la inyectividad del caso ideal.

De ello y de las contribuciones no controladas por ruido, se infiere que siempre existirá un cierto valor para el error de la estimación. Existen diversas formas de cuantificar la exactitud (o, equivalentemente, el error) de una estimación de flujo óptico entre dos imágenes. Barron et al. [14] establecieron criterios basados en la desviación angular media de los vectores. Previamente, Tekalp [59] había introducido una estimación basada en la diferencia cuadrática media entre los valores de intensidad de la imagen final (original) y transformada (inicial, desplazada según el campo de movimiento estimado con la técnica de flujo óptico). Esto debe tener en cuenta que el instante de tiempo en el que se asume que está dado el campo de desplazamientos; por convención, según la aproximación numérica de las derivadas presentada en el apéndice D, este instante corresponde a $t + \frac{1}{2}\delta t$, donde δt es el tiempo de muestreo de la secuencia de vídeo). Por lo tanto, es necesario hacer una serie de interpolaciones espacio-temporales que permitirán comparar de forma válida (generalmente una sustracción píxel a píxel) las imágenes.

El error así planteado –que será usado en el capítulo 7 para evaluar los resultados de las técnicas propuestas en este capítulo– se puede escribir como

$$\varepsilon_{\hat{I}} \equiv \iint_{\Omega} \|\bar{I}(\mathbf{r}, t + \delta t) - I(\mathbf{r} + \mathbf{v}\delta t, t)\|^2 dx dy \quad (5.25)$$

donde $\bar{I}(\mathbf{r}, t + \delta t)$ es la imagen en el instante de tiempo $t + \delta t$ y $I(\mathbf{r} + \mathbf{v}\delta t, t)$ es la imagen calculada por desplazamiento de la inicial, $I(\mathbf{r}, t)$, en una cantidad proporcional al campo de velocidades estimado en cada punto.

⁹En un caso continuo y bien condicionado, la aplicación de desplazamiento sería biyectiva (sobreyectiva: todos los píxeles de la imagen de destino deben proceder de alguno de la imagen de origen; inyectiva: no puede haber dos puntos de la imagen de origen que lleven al mismo punto en la de destino)

5.4.1. Interpretación física de los parámetros heurísticos (λ y γ)

Como ya se ha recalado, la restricción de flujo óptico $I_t + \mathbf{v} \cdot \nabla I = 0$ está mal condicionada por tener una sola ecuación para dos incógnitas, las componentes u y v de \mathbf{v} , luego tiene infinitas soluciones para \mathbf{v} . Para reducir el número de soluciones, se imponen condiciones de regularización sobre la solución. El minimizar la solución imponiendo a la vez un regularizador introduce una longitud sobre la que la solución es suave. Dicha longitud depende de los parámetros heurísticos que ponderan la contribución de los términos del regularizador, análogos a multiplicadores de Lagrange.

El efecto de introducir estas nuevas restricciones, externas al problema, es similar a la adición de una *viscosidad numérica*, que induce la aparición de capas límites artificiales entre regiones de comportamiento dispar. Este efecto permite acoplar la solución de flujo óptico a condiciones de contorno conocidas o asumidas como hipótesis del problema. Desde el punto de vista numérico, esto permite implementar una solución iterativa del problema al hacerse numéricamente estable (se resuelve autoconsistentemente), al costo de alterar la estructura original de los datos, particularmente la diferenciación de objetos o estructuras propia de los bordes presentes en los cuadros de la secuencia de vídeo (problemas de oclusión). Afortunadamente, esta desventaja es menos importante en el caso de estimación de flujos en fluidos, donde los bordes más marcados son aquéllos sobre los que se imponen condiciones de no penetración o de no deslizamiento.

5.4.2. Relación entre error y parámetros heurísticos

Para una secuencia de vídeo típica, se puede analizar la variación del residuo de la restricción de flujo óptico ($\int_{\Omega} (I_t + \mathbf{v} \cdot \nabla I)^2 dx dy$, normalizado al área de la imagen) en función del valor de los coeficientes heurísticos que controlan el peso de la contribución de los términos de regularización. Esto puede servir como criterio de bondad de la estimación. Inicialmente, es de esperar que dicho residuo disminuya a medida que estos coeficientes se hacen más pequeños, hasta alcanzar un mínimo a partir del cual vuelve a crecer o, incluso, hacerse imposible la convergencia del algoritmo. También se puede comparar la variación del residuo del funcional a minimizar (normalizado al área de la imagen) en función de los coeficientes. De lo anterior, se espera que, a partir de cierto valor, el residuo disminuya conforme aumentan los multiplicadores, pues el problema de minimización de los regularizadores tiene solución exacta.

Sin embargo, los problemas de convergencia del método iterativo pueden llevar a falsas soluciones producto de la caída de la solución en un paso de la iteración en un mínimo local. Ello indica que, para garantizar una determinación válida de la solución del problema, se debe tener un buen punto de partida para comenzar la iteración (valor inicial del campo de velocidades en cada punto del dominio de integración) y un buen criterio de parada (módulo de la variación del campo estimado de una iteración a la siguiente, o bien un número máximo de iteraciones).

Parte III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Capítulo 6

ANÁLISIS UNIDIMENSIONAL – CARACTERIZACIÓN CINEMÁTICA DE LA PROPAGACIÓN

6.1. Objetivo

La descripción cinemática del fenómeno de propagación de llamas sobre canales de combustible líquido, es decir, la medida de la velocidad de propagación del frente de llama, es un aspecto fundamental del análisis del problema, con la ventaja descrita anteriormente de simplificar la geometría del fenómeno y aprovechar las simetrías introducidas por la acotación experimental de los parámetros. Si bien diversos grupos han redundado en estudios teóricos y experimentales mediante diferentes aproximaciones, supuestos y configuraciones experimentales, el consenso sobre los mecanismos que rigen la propagación de la llama a lo largo del gas presente sobre la fase condensada es precario, en particular en el interesante caso del régimen de propagación pulsante, en el que los fenómenos que ocurren simultáneamente en las fases gaseosa y condensada (y en su interfase) parecen jugar un papel fundamental.

La búsqueda de regularidades mediante la variación de los parámetros experimentales es, pues, un objetivo aun por alcanzar en esta área de investigación en física de fluidos y combustión. En este capítulo se presentarán los resultados obtenidos al aplicar el método automático de adquisición de datos y medida de la velocidad promedio de las regiones presentes durante el fenómeno de propagación usando las ventajas que provee la medida sobre secuencias de vídeo termográfico, con el objeto de contribuir con datos precisos al conocimiento actual sobre las causas de la aparición de diferentes regímenes de propagación.

6.2. Método

Como se mencionó en la sección 1.3.1, las hipótesis de simetría han sido ampliamente usadas para simplificar la geometría del sistema. Ello permite, desde el punto de vista teórico o de experimentación numérica, concentrar la atención de los estudios en los mecanismos fundamentales de propagación,

simplificando los modelos empleados para la representación del fenómeno y, así, evitando las complicaciones propias del manejo algebraico al tener que representar las interacciones en todas las dimensiones espaciales.

Desde el punto de vista experimental, tal simplificación permitiría, en principio, obviar las perturbaciones introducidas por la alta sensibilidad del proceso a irregularidades en las condiciones iniciales y a variaciones de las condiciones ambientales. Para determinar las variables relevantes al estudio de la propagación de estructuras sobre la superficie del combustible, bastaría con observar su valor en una región aproximadamente equivalente al eje central longitudinal del canal, aceptando que en este punto el valor de cada variable (perfil de temperaturas, posición de la llama, *tip* de la zona de Marangoni, etc.) es representativo de todos los demás valores que podría tomar dicha variable sobre la superficie del fluido.

Así pues, un primer estudio de la dinámica de la propagación de la llama y de las estructuras térmicas presentes en la superficie del combustible sobre el que se propaga puede hacerse bajo dicho supuesto, tal como se ha realizado en estudios experimentales y numéricos previos[3, 7, 38, 36, 42] del frente de llama, tal como es observado en espectro visible.

6.2.1. Reactivos utilizados

El rango de posibles combustibles líquidos a ser utilizados en el experimento de propagación de llamas sobre canales estrechos, bajo la hipótesis de simetría, es enorme. Sin embargo, el interés fundamental desde el punto de vista físico se centra en las regularidades encontradas de forma general y las particularidades presentes en el fenómeno bajo estudio ante variaciones controladas de la configuración experimental.

Observaciones anteriores –no registradas de forma sistemática ni estudiadas de forma comparativa hasta el momento– muestran una alta variabilidad entre combustibles de diferente configuración química, generalmente relacionadas con la densidad, la viscosidad, la presión de vapor y, por lo tanto y de forma indirecta, con el peso molecular del combustible empleado. Sin embargo, durante las primeras fases de las tareas experimentales llevadas a cabo para este trabajo, se encontró una interesante y marcada diferencia entre los comportamientos exhibidos por dos compuestos con valores muy cercanos para prácticamente todos sus parámetros físicos: **iso-propanol** y **n-propanol** (ver apéndice A); tratándose de isómeros estructurales (compuestos con la misma estructura hidrocarbonada básica, pero distinta posición de los grupos funcionales), las primeras estimaciones de la velocidad media de avance de la llama y las primeras observaciones cualitativas de las estructuras desarrolladas en la zona termocapilar para bajas evidenciaron particularidades notorias en la dinámica del fenómeno para cada fluido.

6.2.2. Parámetros experimentales

Dados los fluidos escogidos para esta investigación, los rangos de temperatura empleados se escogieron para contener los regímenes más representativos e interesantes al estudio respecto a la interacción entre las fases condensada y gaseosa y su relación con la existencia de diferentes regímenes de propagación en condiciones experimentales muy similares en las que sólo se varía la temperatura inicial, T_{∞} , a la que se encuentra la superficie del combustible en equilibrio termostático antes de inducirse la ignición en la piscina ubicada para tal efecto en uno de los extremos del canal (figura 3.3).

Ancho de canal	iso-propanol	n-propanol
10mm	medido – caracterización específica por extinciones	medido
15mm	observado – descartado por irregularidad	medido
20mm	medido	medido
25mm	medido	medido
30mm	medido	medido

Tabla 6.1: Anchos de canal empleados en los experimentos. En iso-propanol, el experimento realizado con un ancho de canal de 15mm presenta un comportamiento complejo e irregular imposible de encajar en la descripción usual.

De este modo, el intervalo aproximado de temperaturas para los experimentos con iso-propanol se estableció entre 0°C, como temperatura mínima, y 25°C, como máxima. Para el n-propanol, se usó una temperatura de aproximadamente 5°C como mínima y una de 30°C grados como máxima. Así, se abarcaron, en ambos casos, los regímenes pulsante, uniforme lento y uniforme rápido¹.

En alcoholes, a diferencia de compuestos más pesados, la simetría se pierde a anchos de canal relativamente bajos, si bien el fenómeno es altamente sensible a la presencia de paredes u otros objetos y obstáculos que limiten su propagación y la conservación de la reacción química. Nuevamente, apelando a observaciones previas sobre la regularidad de la propagación, se escogieron los anchos de canal especificados en la tabla 6.1

6.2.3. Calibraciones

En este trabajo, los estudios de velocidad de avance de la llama y de las estructuras térmicas visibles en la línea central del canal se realizan sobre la imagen pseudostreak construida tal y como se menciona en la sección 4.2. Sobre ella se segmentan la llama y la región de Marangoni, según los criterios descritos en la sección 4.1; se obtiene así una representación de posición de cada estructura en función del tiempo, de la cual la medida de los valores de las variables importantes para el análisis del problema es inmediata, dada una calibración espacial apropiada (cuyo método de determinación se presenta en la sección 3.2.2.3) y sabiendo que, tras el desentrelazado (sección 3.2.2), el tiempo se encuentra discretizado en muestras tomadas cada $1/50$ s.

El nivel y el rango de la ventana térmica de la termocámara se variaron según fuese el valor de T_∞ , tratando siempre de incrementar el contraste observado en la salida de la cámara vista a través del monitor de TV. Para estos parámetros, que fueron calibrados como se explica en el apartado 3.2.2.3 y en el apéndice C, se usaron las combinaciones de nivel y ventana («level» y «span») siguientes: (10, 30), (15, 30), (12,15) y (20,30).

Para los resultados experimentales presentados a continuación, la posición de la cámara se varió para garantizar un cubrimiento del canal en el campo de visión de la cámara suficiente para la visualización del fenómeno dadas las condiciones iniciales en las que aquellos han sido realizados y permitir la adquisición de imágenes con resolución suficiente para una estimación precisa de la velocidad. Con ello, al modificarse la distancia focal de la termocámara, cambió la resolución espacial de la superficie discretizada registrada en las secuencias de vídeo digital correspondientes a cada instancia experimental.

¹No fue objeto de este estudio el régimen de premezcla, de velocidad alta y constante, por tratarse de un sistema en el que la máxima vaporización hace que la velocidad de propagación del frente de llama dependa prácticamente sólo de la concentración de combustible en la fase evaporada. Igualmente se asumió que el régimen pseudouniforme se debe a la limitación artificial impuesta por la longitud finita del canal empleado [17], luego los fenómenos de interés en este «régimen» se hacen presentes, de la misma forma pero con mejores características para su observación, en el régimen pulsante.

Ancho del canal (mm)	iso-propanol	n-propanol
10	2.28 px/mm	5.11 px/mm
15	-	2.90 px/mm
20	2.00 px/mm	4.26 px/mm
25	2.28 px/mm	1.96 px/mm
30	1.93 px/mm	2.87 px/mm

Tabla 6.2: Resoluciones espaciales para las secuencias experimentales practicadas para el presente trabajo.

Las resoluciones espaciales empleadas en las secuencias experimentales realizadas para el presente trabajo se muestran en el cuadro 6.2. De este modo, la velocidad extraída directamente de los datos se puede convertir fácilmente de las unidades propias de la secuencia de vídeo (píxels / frame) a las unidades estándar del Sistema Internacional (m/s).

La velocidad longitudinal instantánea \hat{v}_x^k de cada estructura es, entonces, estimada de forma discreta mediante la determinación de la variación de la posición de la estructura en la superficie de cada cuadro de la secuencia de vídeo (obtenida por segmentación, como se explicó en la sección 4.1), lo que implica la aplicación de un esquema de diferencias finitas, mediante

$$\hat{v}_x^k = \frac{\hat{x}^{k+1} - \hat{x}^{k-1}}{2}$$

donde k es la variable discreta correspondiente al muestreo temporal inherente a la digitalización en vídeo y \hat{x}^k es el valor discreto de la posición de la estructura observada (frente de llama o zona termocapilar) en el cuadro k .

6.3. Resultados

6.3.1. Gráficas de velocidad contra tiempo

Una de las representaciones más comunes de los resultados de estudios del fenómeno de propagación de llamas sobre combustible, en particular de aquéllos basados en modelos o esquemas 1D + tiempo – tanto teóricos como numéricos y experimentales –, es la presentación de la cinemática de la propagación del frente de llama mediante gráficas de velocidad instantánea contra tiempo (v vs. t). En buena parte de los primeros trabajos en el área, tanto experimentales [7] como numéricos [42], tal representación era reemplazada por gráficas de posición (distancia de un origen arbitrario) contra tiempo² (x vs. t).

Si bien dichas gráficas, así como su estructura, son relativamente conocidas, las tecnologías empleadas para su adquisición en buena parte de los trabajos anteriores, especialmente los más antiguos, adolecía de múltiples problemas en cuanto a la precisión de los resultados como al sesgo o distorsión de los datos por la presencia del equipo de medida en el experimento, muchas veces en contacto con los reactivos, como es el caso de los termopares empleados para inferir, de forma precisa en temperatura pero incierta espacialmente y, sobre todo, sometida a la presencia de un obstáculo extraño al fenómeno como es el propio termopar o matriz de termopares colocados en la superficie del fluido [15, 25]

Los resultados que se muestran a continuación ofrecen una medida directa y no invasiva de la posición de las estructuras térmicas presentes en el canal a lo largo de la fila central de la ROI (promediada con sus dos inmediatas vecinas), brindando en cada instante del muestreo en vídeo un cuadro completo del estado de la superficie del combustible.

²Algunos trabajos recientes preservan tal representación, por ejemplo [42]

6.3.1.1. Pulsaciones de alta frecuencia («subpulsaciones»)

Como se ha mencionado previamente, uno de los fenómenos más complejos en este área de la investigación en combustión es el de la aparición de oscilaciones en el frente de propagación de la llama. Desde el trabajo experimental de Akita y Fujiwara en el que fueron presentadas [5], buena parte del interés fundamental en la investigación de este fenómeno se ha centrado en la explicación del mecanismo físico que da origen a las pulsaciones.

En las gráficas v vs. t de los experimentos de propagación de llamas sobre canales estrechos de combustible líquido, también han sido observadas variaciones cíclicas de la velocidad de avance del frente de llama de mucho mayor frecuencia y mucho menor amplitud que las variaciones propias del régimen pulsante [12, 47]. Dichas oscilaciones son denominadas «subpulsaciones» por su presencia simultánea a las variaciones periódicas de la velocidad de propagación del frente de llama propias del régimen pulsante para valores bajos de T_∞ .

Es de resaltar que estas oscilaciones se superponen con las pulsaciones de la velocidad independientemente de la fase del ciclo de pulsación que atraviese la propagación del frente de llama, como se puede ver en la gráfica superior izquierda de la figura 6.1, en la que es observable una breve recuperación de la velocidad de avance del frente de llama cuando ésta ya se está ralentizando tras la pulsación. En ocasiones, las subpulsaciones pueden conservarse inalteradas en presencia de valores inusualmente altos de la velocidad producto de inestabilidades debidas a irregularidades en el sistema experimental. Esta característica se hace presente en todas las gráficas de velocidad contra tiempo para diferentes T_∞ correspondientes al régimen pulsante

Sin embargo, el término «subpulsación» es menos apropiado para denominar este proceso si se tiene en cuenta una de las principales observaciones de este trabajo: la presencia de «subpulsaciones», es decir, de oscilaciones de amplitud mucho menor al valor de la velocidad media de avance del frente de llama, en el régimen uniforme lento, lo que es observable en las dos gráficas inferiores de la figura 6.1.

6.3.1.2. n–propanol

La figura 6.2 presenta las gráficas v vs. t en el régimen uniforme rápido para cuatro diferentes anchos de canal alrededor de una temperatura de referencia ubicada en el rango de ese régimen de propagación. La velocidad de avance del frente de llama, relativamente alta (entre 0,12 y 0,15 m/s), tiende a ser constante durante la propagación, si bien es notoria la aparición de una región para la que la velocidad es ligeramente mayor, sin que ese incremento de la velocidad instantánea se conserve una vez el frente de llama abandona dicha región, tras haber alcanzado una velocidad local máxima.

La aparición de dichas variaciones puede atribuirse a la existencia de un perfil de temperaturas que dista de ser constante debido a que la eficiencia de la termalización del canal es mayor en la zona central del mismo, viéndose dicha eficiencia alterada por las pérdidas térmicas (forzadas por la temperatura ambiente) en los extremos del canal, lo que pone de relieve la fuerte dependencia de la velocidad del frente con la temperatura del combustible que se encuentra inmediatamente debajo de éste en el régimen uniforme rápido.

Los observación de las secuencias experimentales correspondientes al n–propanol arroja un resultado interesante: en el régimen uniforme lento se presenta una característica de la propagación del frente de llama que sólo había sido observada en temperaturas ubicadas por debajo del rango asociado a este régimen particular: las subpulsaciones (figura 6.3).

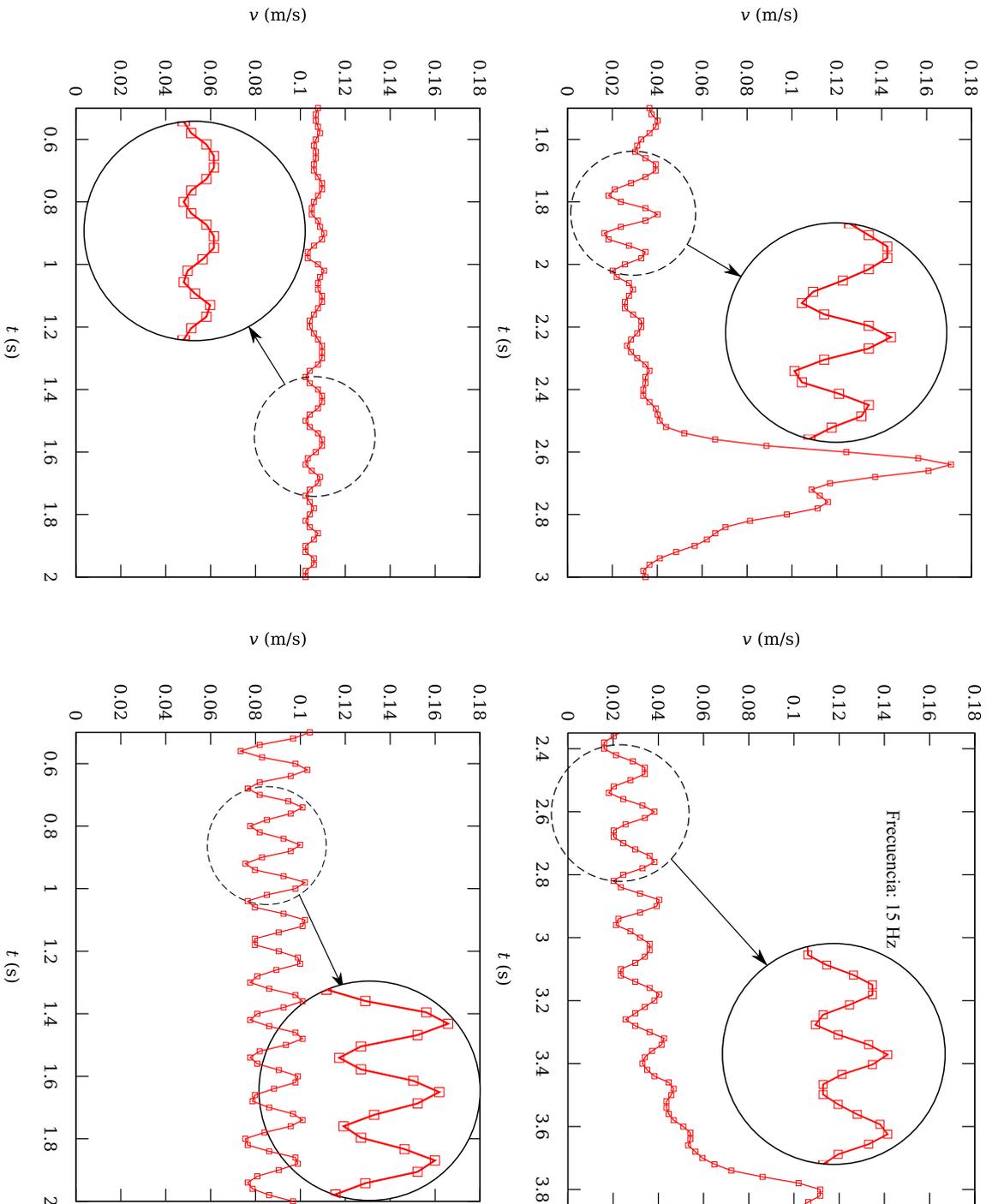


Figura 6.1: Subpulsaciones en regímenes pulsante (arriba) y uniforme lento (abajo) para isopropanol (izquierda) y n-propanol (derecha); ancho de canal: 25mm en todos los casos. [Introducir en inkscape la frecuencia para cada caso y la temperatura de cada experimento]

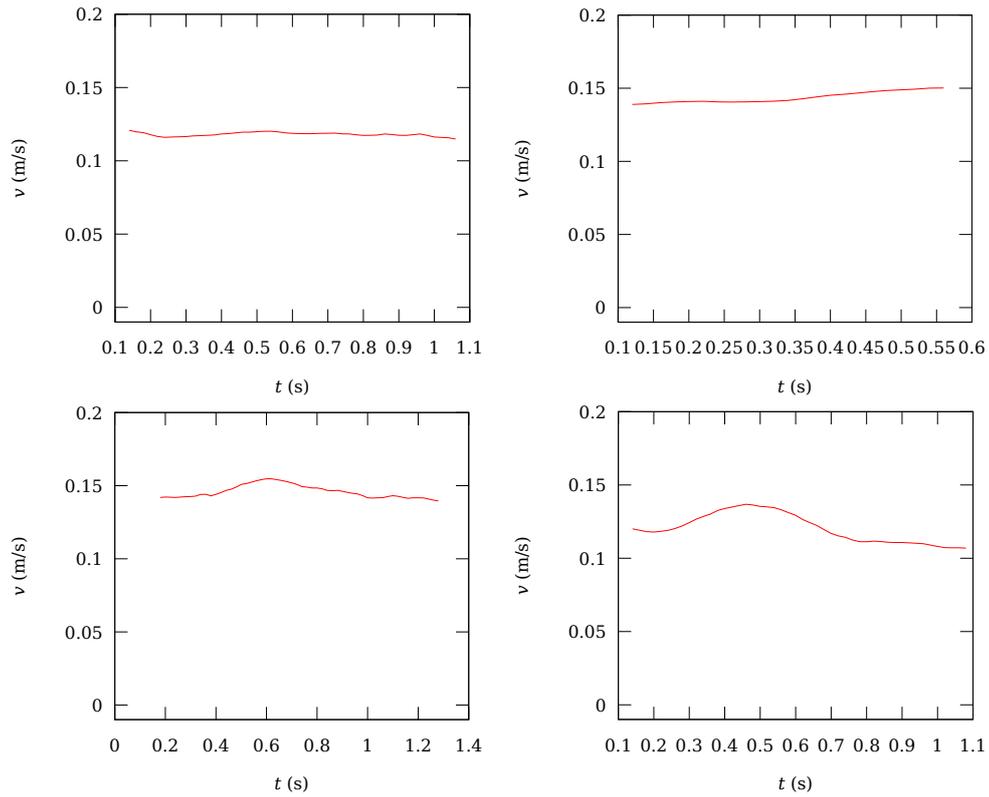


Figura 6.2: Gráficas de velocidad contra tiempo en el régimen uniforme rápido para para anchos de canal de 15mm, 20mm, 25mm y 30mm, $T_\infty \sim 23,5^\circ\text{C}$

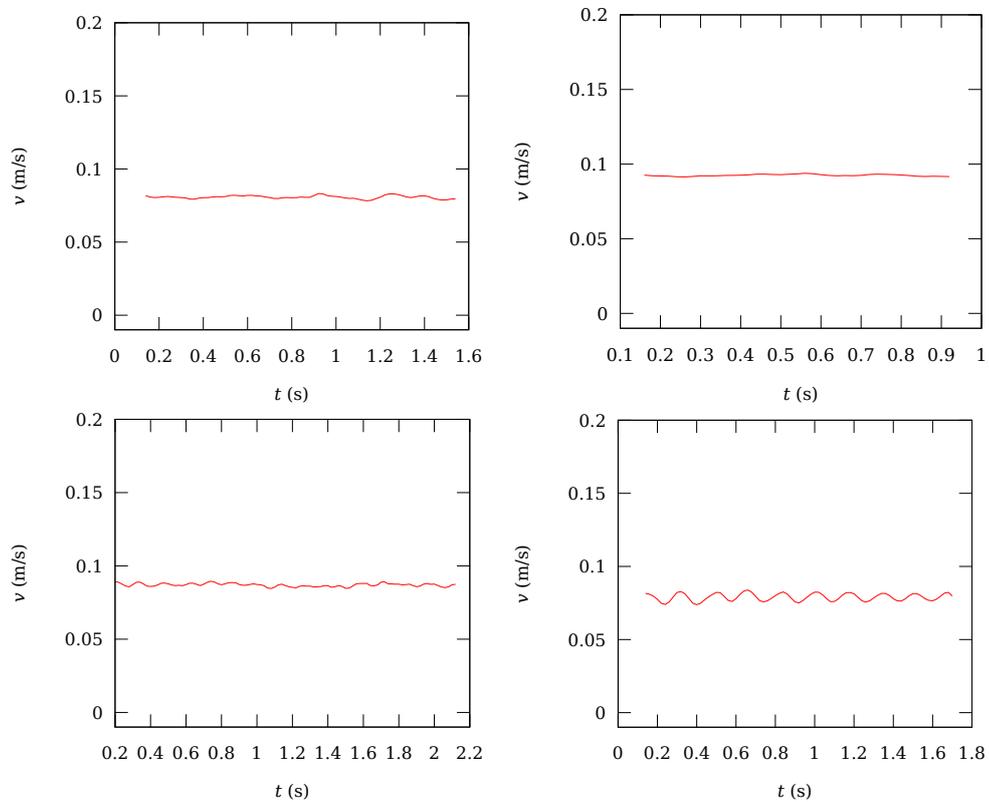


Figura 6.3: Gráficas de Velocidad contra tiempo en el régimen uniforme lento para para anchos de canal de 15mm, 20mm, 25mm y 30mm, de arriba a abajo y de izquierda a derecha; $T_\infty \sim 18^\circ\text{C}$.

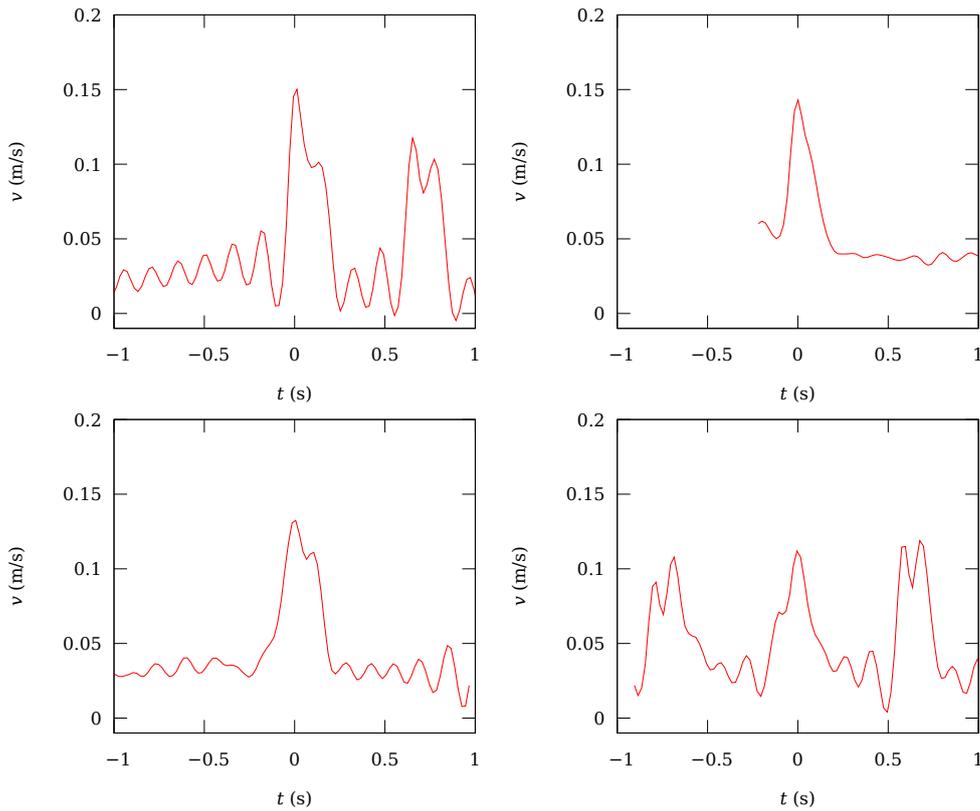


Figura 6.4: Gráficas de Velocidad contra tiempo en el régimen pulsante para diferentes anchos de canal. Las gráficas se centran en un máximo de velocidad característico, para anchos de canal de 15mm, 20mm, 25mm y 30mm, de arriba a abajo y de izquierda a derecha; $T_{\infty} \sim 11^{\circ}\text{C}$

Tales subpulsaciones, hasta ahora asociadas a la propagación en el régimen pulsante, presentan a la vez una alta variabilidad, probablemente debida a la sensibilidad ante las condiciones iniciales a las que está sometido el experimento, pero también una fuerte regularidad dentro de un mismo experimento, tanto en amplitud como en periodo.

El régimen pulsante en n-propanol presenta la conocida superposición [45] entre los fenómenos de la pulsación de la velocidad a temperaturas bajas y la presencia de subpulsaciones durante la propagación, tal como se puede observar en la figura 6.4, en la que, por facilidad de observación, se desplaza el eje de las abscisas (t) para que su origen esté en el máximo de velocidad de avance del frente de llama.

En casos en los que la amplitud de las subpulsaciones llega a ser significativa frente a la amplitud de los pulsos de velocidad que puede darse, incluso, que haya más de una subpulsación en la velocidad del frente de llama mientras ésta se encuentra propagándose a su máxima velocidad dentro de un ciclo.

6.3.1.3. Gráficas de velocidad contra tiempo – iso-propanol

A primera vista, las gráficas de velocidad contra tiempo en iso-propanol son básicamente análogas a las gráficas v vs. t obtenidas para el n-propanol en cuanto a su estructura y regularidades. Sin embargo, una observación más detallada de las mismas permite observar diferencias importantes entre el comportamiento de ambos fluidos para condiciones experimentales prácticamente idénticas.

Uno de los primeros aspectos que llama la atención en las gráficas v vs. t para el iso-propanol, tratándose de un combustible tan similar al n-propanol en sus características físicas y químicas, es que una velocidad de propagación dada se puede alcanzar para valores de T_{∞} mucho menores en

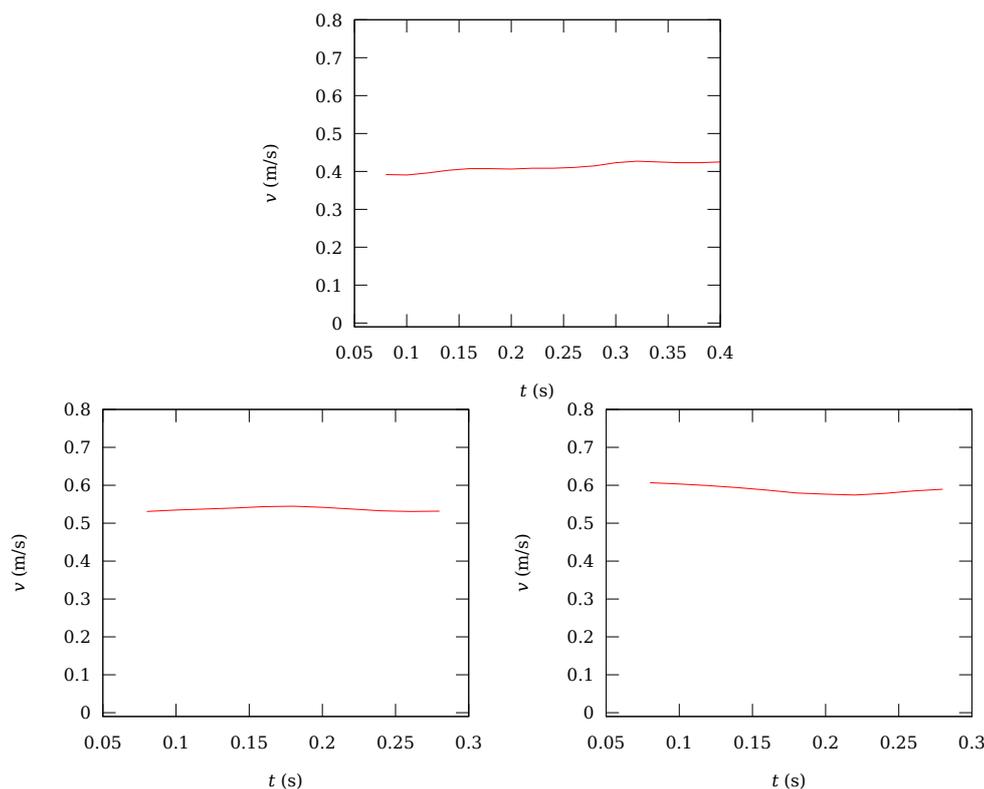


Figura 6.5: Gráficas de Velocidad contra tiempo en el régimen uniforme rápido para para anchos de canal de 20mm a (arriba), 25mm (abajo-izquierda) y 30mm (abajo-derecha); $T_\infty = X$

iso-propanol, lo que puede comprobarse al observar las gráficas correspondientes al régimen uniforme rápido (figura 6.5).

Al tratarse de velocidades de propagación mucho mayores a las observadas para comportamientos análogos en el n-propanol, las gráficas v vs. t del iso-propanol en régimen uniforme rápido muestran una sensibilidad menor al valor local de T_∞ sobre la superficie del canal durante la propagación.

En el régimen uniforme lento para propagación de llamas sobre iso-propanol, también se puede observar una mayor velocidad media de avance del frente de llama para temperaturas equivalentes, encontrándose así que la transición del régimen uniforme lento al uniforme rápido se da a temperaturas mucho menores que en n-propanol, como se observa en la figura 6.6.

Las subpulsaciones superpuestas a la velocidad media de avance de la llama, prácticamente constante esta última excepto irregularidades en el sistema, también se hacen presentes para el iso-propanol, aunque la amplitud de dichas subpulsaciones es visiblemente menor que la correspondiente a la propagación en régimen uniforme lento para n-propanol.

Las pulsaciones de la velocidad para temperaturas relativamente bajas –cuyo mecanismo aún sigue siendo objeto de debate y apenas ha podido ser descrito de forma fenomenológica– se presentan mucho más regulares en las secuencias experimentales realizadas con iso-propanol como combustible, comportamiento fácilmente observable en las gráficas de la figura 6.7.

Asimismo, las subpulsaciones de la velocidad de propagación, superpuestas a las pulsaciones propias de temperaturas bajas, son encontradas igualmente en las gráficas v vs. t para iso-propanol, si bien, tal como se notó para la propagación en régimen uniforme lento, la amplitud de dichas «subpulsaciones» es sensiblemente menor en iso-propanol que en n-propanol. Esta característica parece estar asociada a una mayor regularidad en las gráficas correspondientes a los experimentos realizados con iso-propanol.

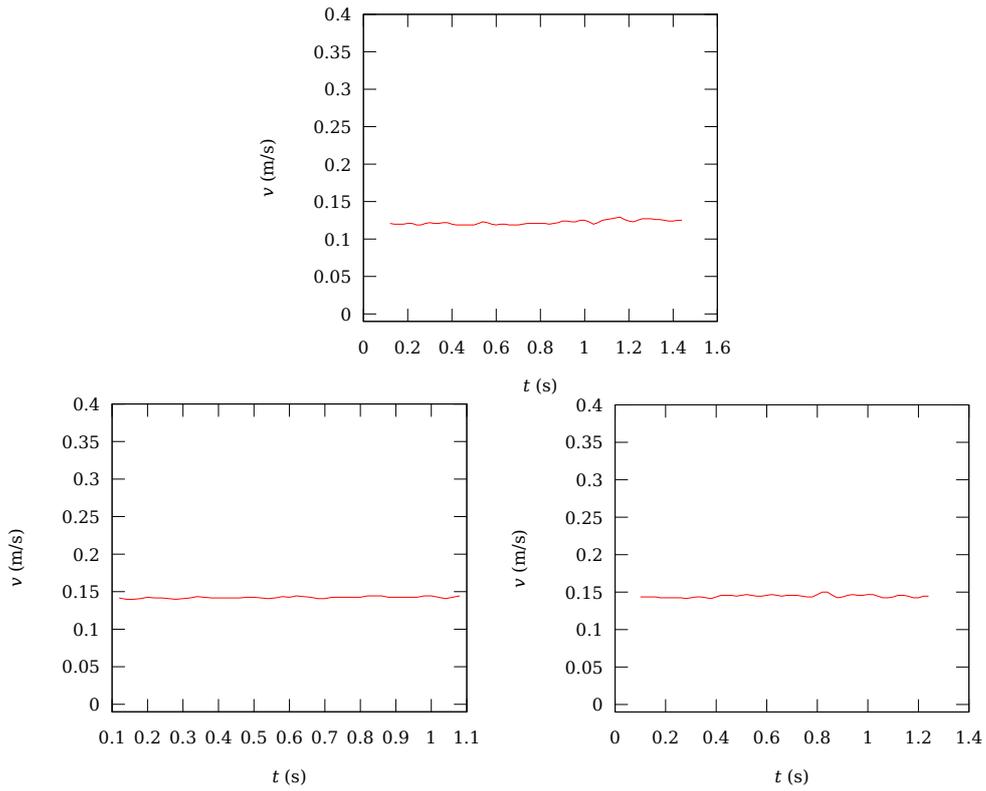


Figura 6.6: Gráficas de velocidad contra tiempo en el régimen uniforme lento para para anchos de canal de 20mm a (arriba), 25mm (abajo-izquierda) y 30mm (abajo-derecha). $T_\infty \sim 12^\circ\text{C}$

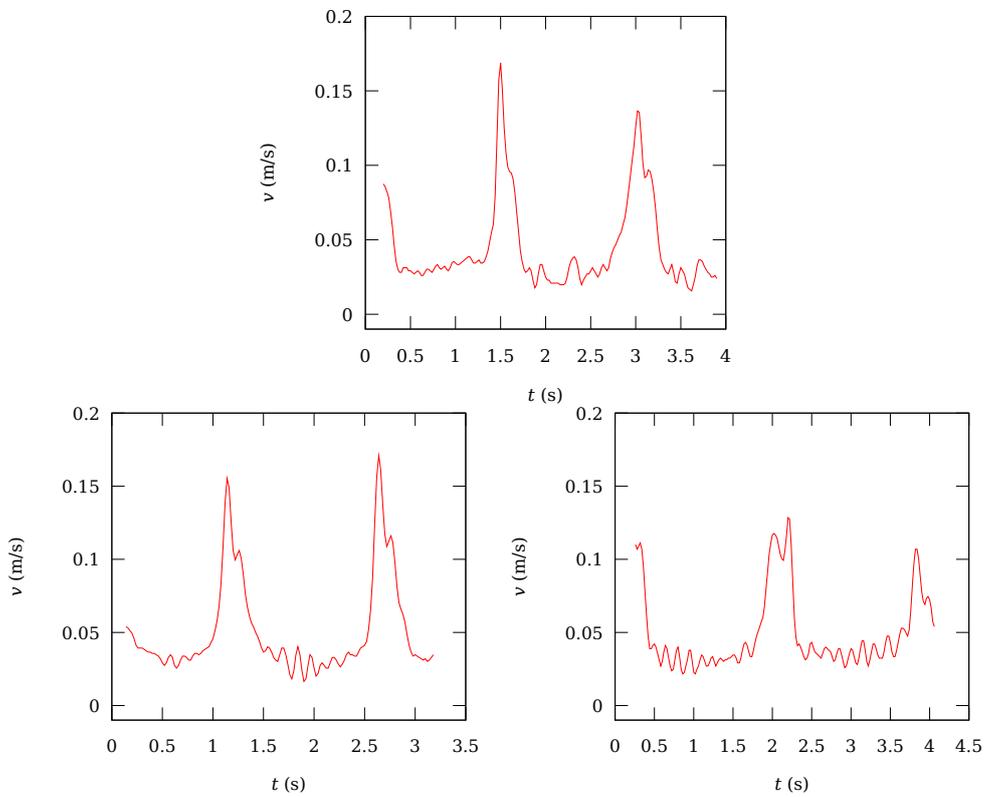


Figura 6.7: Gráficas de velocidad contra tiempo en el régimen pulsante para anchos de canal de 20mm (arriba), 25mm (abajo-izquierda) y 30mm (abajo-derecha); $T_\infty = X$

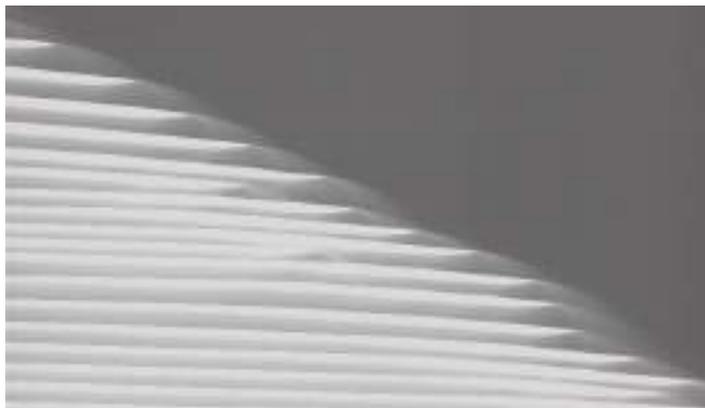


Figura 6.8: Imagen pseudostreak para un canal de 10 mm con iso-propanol, $T_\infty \simeq 6,0^\circ C$

En general, se puede encontrar una analogía entre el comportamiento de la llama durante su propagación y la dependencia de la velocidad de avance de su frente con la temperatura inicial del combustible empleado. Sin embargo, tratándose de fluidos con parámetros físicos y químicos muy similares³ (como es de esperar dada su misma composición química), se encontró una gran diferencia en el valor de T_∞ para el cual se da cada régimen de propagación y los valores de la velocidad obtenidos en regiones análogas de los intervalos de temperatura resultaron ser mayores en iso-propanol. Por otro lado, la amplitud de las pulsaciones de alta frecuencia de la velocidad es, en principio, más marcada para el n-propanol, notándose también en este fluido una mayor irregularidad en comportamientos como las pulsaciones a bajas temperaturas, probablemente relacionadas con la interacción de los procesos superpuestos: pulsación y «subpulsaciones».

6.3.2. Aparición de regímenes con extinciones

La propagación de la zona reactiva, una vez se ha inducido la ignición, es posible sólo bajo ciertas condiciones (ver capítulo 1), dependientes de la riqueza de la mezcla (relacionada con la temperatura del fluido y la temperatura ambiente) y la distancia de extinción (*quenching*). De este modo, variaciones en la configuración experimental pueden alterar significativamente el modo en el que dicha propagación se presenta e, incluso, condicionar la capacidad del sistema dispuesto bajo dicha configuración para permitir la existencia del fenómeno.

Al ir hacia canales más y más estrechos, una nueva fenomenología apenas mencionada hasta el momento en algunos trabajos experimentales [3] y aún carente de una caracterización sistemática, dada su complejidad, se hace presente: la aparición de comportamientos relacionados con la extinción de la llama durante su propagación.

Dicha fenomenología se manifiesta de múltiples formas a través de la estructura de la propia llama ubicada sobre la superficie del combustible y de su velocidad de avance, que ya no será siempre positiva. Así, las extinciones ocasionadas por el encuentro de la zona reactiva con regiones cuyas características no permiten el automantenimiento de la reacción, pueden causar el retroceso del frente de llama, a temperaturas bajas, o el avance independiente de uno o varios paquetes de llama de tamaño fijo, a temperaturas más altas, dado que el frente continúa propagándose pero, a medida que avanza, no puede sostener la reacción y se presenta extinción en la parte posterior de cada paquete.

Un detalle significativo de este aspecto de los experimentos realizados para este trabajo está en el hecho de que la extinción empezó a presentarse de forma irregular en el canal de 15 mm de ancho

³ver apéndice A

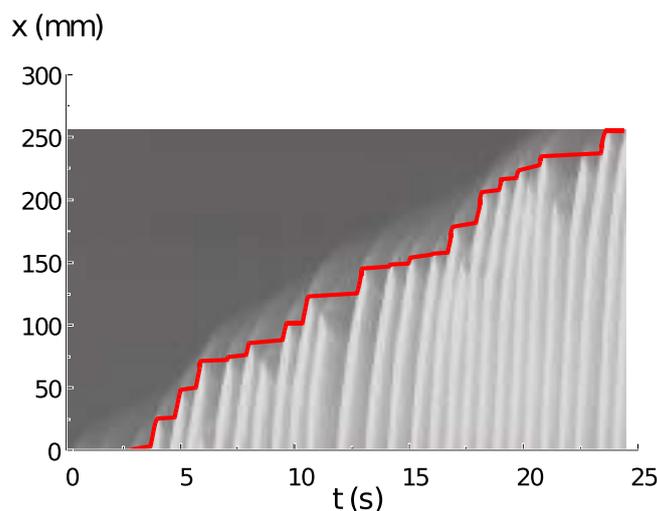


Figura 6.9: Pulsos cuasiperiódicos con extinción. Iso-propanol, ancho del canal: 10mm, temperatura inicial: 2,5°C

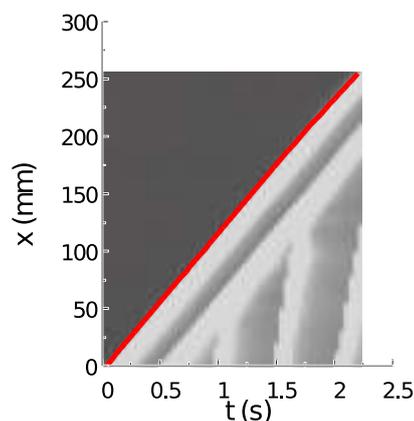


Figura 6.10: Pulsos cuasiperiódicos con extinción. Iso-propanol, ancho del canal: 10mm, temperatura inicial: 12,6°C

para iso-propanol⁴ (observándose una mayor regularidad del comportamiento de las extinciones al estrechar aun más el canal hasta los 10 mm) pero tal característica no fue observada para las secuencias experimentales desarrolladas con n-propanol a ninguno de los anchos empleados para este estudio: una nueva diferencia sustancial en el comportamiento de los dos fluidos, luego los resultados presentados a continuación y la descripción de las regularidades encontradas para un ancho de canal de 10 mm corresponden a secuencias experimentales con iso-propanol.

La figura 6.9 presenta el caso de avances y retrocesos cuasiperiódicos del frente de llama a temperaturas bajas (2,5 °C); la línea roja marca el punto de avance máximo del frente de llama en cada instante, obviando los retrocesos debidos a la extinción. En el rango de temperaturas bajas (aproximadamente hasta 10 °C), el frente de llama avanza hasta encontrar condiciones adversas para la propagación en zonas cercanas al punto de máximo avance de la zona termocapilar generada por precalentamiento, para luego extinguirse.

A temperaturas más altas, entre los 10 °C y los 16 °C, el frente de llama encuentra condiciones suficien-

⁴Los resultados del experimento de 15 mm con iso-propanol como combustible han sido excluidos del presente trabajo por la gran inestabilidad presentada por el fenómeno cuando se acondiciona a esos parámetros, lo que induce una alta irregularidad en los datos obtenidos para la velocidad instantánea de avance del frente de llama.

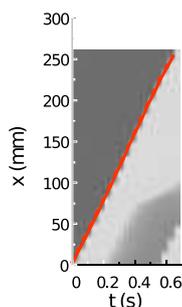


Figura 6.11: Pulsos cuasiperiódicos con extinción. Iso-propanol, ancho del canal: 10mm, temperatura inicial: 17,3 °C

temente favorables para su propagación uniforme, si bien el combustible en su entorno es consumido rápidamente, lo que ocasiona que la vaporización existente sea escasa para alimentar de combustible la mezcla en la zona reactiva. Esto causa la extinción inmediatamente después del paso del frente de llama, creándose así un paquete de llama que se propaga sobre el canal a velocidad uniforme. Tras su paso, el combustible sufre una aportación extra de calor que facilita el avance de un nuevo paquete de llama, separado del paquete piloto, pero que se propaga a una velocidad similar. Tras de sí, la temperatura del combustible se ha incrementado aún más y, aunque se presenta extinción una vez el paquete ha consumido la parte del combustible vaporizado que hace posible la reacción, nuevos paquetes generados en la piscina de combustible avanzan a velocidades superiores a las de los dos paquetes iniciales, que se ven como las bandas de mayor pendiente en la figura 6.10.

Para temperaturas superiores a $\sim 16^\circ\text{C}$, el paquete piloto se propaga de manera independiente, pero, dado que la temperatura del combustible tras su paso es bastante alta, los paquetes que lo siguen, también a altas velocidades, pronto hacen que la temperatura de la superficie del líquido se haga homogénea y, por ende, que la zona reactiva cubra rápidamente toda el área del canal, lo que sucede en tiempos muy cortos, como se ve en la figura 6.11.

6.4. Discusión

6.4.1. Caracterización de regímenes de propagación

Desde el trabajo de Akita [7], una de las formas adoptadas para sintetizar el comportamiento de la propagación de una llama sobre combustible líquido es la gráfica de velocidad del frente (máxima, mínima, media o todas a la vez) contra temperatura inicial del combustible, v vs. T_∞ .

Esta gráfica ha permitido tanto la comparación de los resultados experimentales con las predicciones teóricas (como puede verse en la figura 1.14) como la observación de nuevos comportamientos o la variación de éstos en función de los parámetros experimentales controlables (geometría del canal, material de sus paredes, combustible empleado para el experimento, etc.). Si bien la apariencia de la gráfica v vs. T_∞ es bien conocida y sus particularidades han sido apuntadas en múltiples trabajos bajo diferentes formas de representación [12, 22, 26, 32, 40, 36, 38, 39], aún ahora es posible encontrar detalles interesantes en su estructura que pueden conducir la extensión y profundización de aspectos del fenómeno reflejados en su geometría.

En particular –y como resultado del presente trabajo–, una aparentemente anómala existencia de velocidades máxima y mínima en el rango de temperaturas correspondiente al régimen uniforme lento

indica la presencia, no descrita hasta ahora, de las pulsaciones de alta frecuencia y pequeña amplitud conocidas anteriormente como «subpulsaciones». Adicionalmente, como se apuntó en apartados anteriores, dichas pulsaciones de alta frecuencia presentan un valor significativamente mayor para la amplitud en experimentos realizados usando iso-propanol.

Otra observación importante, ya planteada en estudios previos (y expuesta por Ross en su revisión del estado del arte [22]), es que el régimen pseudo-uniforme no es más que el artefacto causado por las longitudes –finitas– del canal y del intervalo longitudinal accesible por el equipo de medición. Esto se hizo visible en este trabajo al variar el campo de visión de la termocámara y comprobar que, al aumentarlo, el supuesto cierre de la bifurcación del régimen pulsante en su extremo «frío» se desplazaba cada vez más hacia valores menores de T_∞ .

Aspectos particulares de la propagación en cada combustible para los parámetros experimentales usados son presentados en los siguientes apartados a través de la gráfica v vs. T_∞ , escogiéndose una representación que permita observar los valores promedio mínimo, \bar{v}_{\min} , y máximo, \bar{v}_{\max} , de la velocidad de propagación del frente de llama. Tras el análisis de las gráficas v vs. t obtenidas para cada instancia experimental, se ha concluido que el valor de la velocidad media de avance no es representativo en la mayoría de los casos, bien porque tiende a oscurecer los mecanismos en juego durante la propagación en régimen pulsante, bien porque impide la observación de fenómenos más finos en desarrollo durante la propagación, como las pulsaciones de alta frecuencia en el régimen «uniforme lento».

Esta representación permite iniciar la búsqueda de una clasificación más completa del comportamiento del fenómeno en función de los parámetros relevantes en la configuración experimental, en este caso el ancho del canal y el propio valor de T_∞ .

6.4.1.1. Iso-propanol

Como se anotó en apartados anteriores, al graficar de forma directa los resultados de los experimentos (una vez se han calculado los valores promedio para las velocidades de propagación mínima y máxima), se obtuvieron curvas análogas a las presentes en la bibliografía que, además indicaban la presencia de procesos no descritos hasta el momento.

Las irregularidades en la velocidad instantánea de propagación, inevitables en un trabajo experimental enfrentado a múltiples parámetros no controlables, internos o externos al fenómeno, pueden enmascarar o dificultar la extracción de características más sutiles pero más relevantes para el estudio del fenómeno, como en efecto sucede con las pulsaciones de alta frecuencia en el régimen uniforme lento. Esto puede ser notado en las gráficas de las figuras 6.3 y 6.6, en las que la amplitud de las «subpulsaciones» en la velocidad de propagación es, en buena parte de los casos, inferior a las variaciones locales de la velocidad instantánea debidas, probablemente, a irregularidades en el perfil de temperaturas de la superficie del combustible en la dirección longitudinal del canal (cuya existencia ya había sido detectada por el grupo de Combustión de la UNED y se debe a ligeras pérdidas térmicas inducidas por la geometría del canal, en particular de los conductos internos de refrigeración).

La figura 6.12, correspondiente a un ancho de canal de 25mm, presenta el caso más representativo de los experimentos realizados con iso-propanol, debido a que se encontró que para este ancho de canal el comportamiento de la llama fue más estable y regular. Esto puede explicarse por que a dicho ancho la influencia de las paredes es suficientemente pequeña debido a la distancia entre las mismas –lo que evita una contribución demasiado fuerte de efectos 3D inducidos por bruscos gradientes de velocidad y temperatura a distancias relativamente pequeñas– pero la distancia entre dichas paredes no es tan

grande como para permitir la aparición de inestabilidades en el frente de llama que permitan rupturas de simetría o modos en el frente de avance.

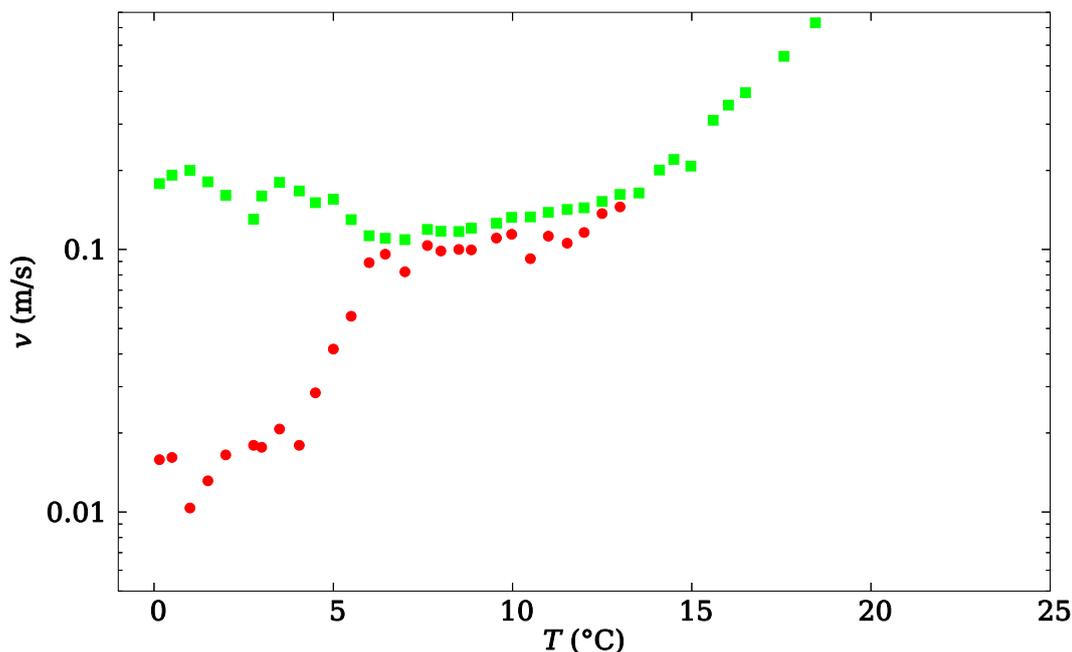


Figura 6.12: Regímenes de propagación, v (cm/s) vs. T_{∞} (°C) para iso-propanol; ancho del canal: 25mm

En esta gráfica se pueden identificar las estructuras más conocidas y estudiadas en la bibliografía, como el punto de «bifurcación» que marca el cambio de régimen de pulsante a uniforme lento, la región limitada de inflexión brusca que separa el régimen uniforme lento del uniforme rápido, la horquilla del régimen pulsante, etc. En las figuras 6.12 y 6.13 se ha representado, además, el valor de las velocidades promedio mínima y máxima de avance del frente para el régimen «uniforme lento», dado que, como se ha discutido, lo observable a través de las medidas experimentales es una velocidad instantánea que oscila alrededor de cierto valor medio, más o menos constante, con una amplitud pequeña en relación a dicho valor.

Para la figura 6.13, se ha omitido la presentación de los resultados obtenidos con un ancho de canal de 10 mm pues, para esa configuración experimental en iso-propanol, la presencia de fenómenos de extinción exige un análisis específico, al separarse el comportamiento del fenómeno de los casos estándar presentados, hasta ahora, en la bibliografía; dicho análisis se presenta en el apartado 6.4.1.4. Es de anotar que la ubicación del punto de bifurcación que da paso al régimen pulsante en la gráfica v vs. T_{∞} es ahora menos nítido por la aparición de las pulsaciones de alta frecuencia en el régimen uniforme lento.

La horquilla de bifurcación de la velocidad de propagación para el iso-propanol muestra una caída rápida pero relativamente suave de la velocidad mínima a medida que baja el valor de T_{∞} . Esto será relevante en la comparación de este comportamiento con el exhibido por el n-propanol, en el apartado 6.4.1.3. Asimismo, a pesar de que los datos adquiridos no hacen estadística —debido al número de anchos de canal utilizado y las limitaciones por estabilidad y extinción que desvió a algunas secuencias experimentales del comportamiento regular descrito comúnmente en trabajos teóricos y experimentales— la amplitud de esta bifurcación parece aumentar a medida que disminuye la temperatura, tendencia que no es concluyente por posibles artefactos introducidos por la longitud finita del canal y del campo de visión de la termocámara, como se mencionó anteriormente.

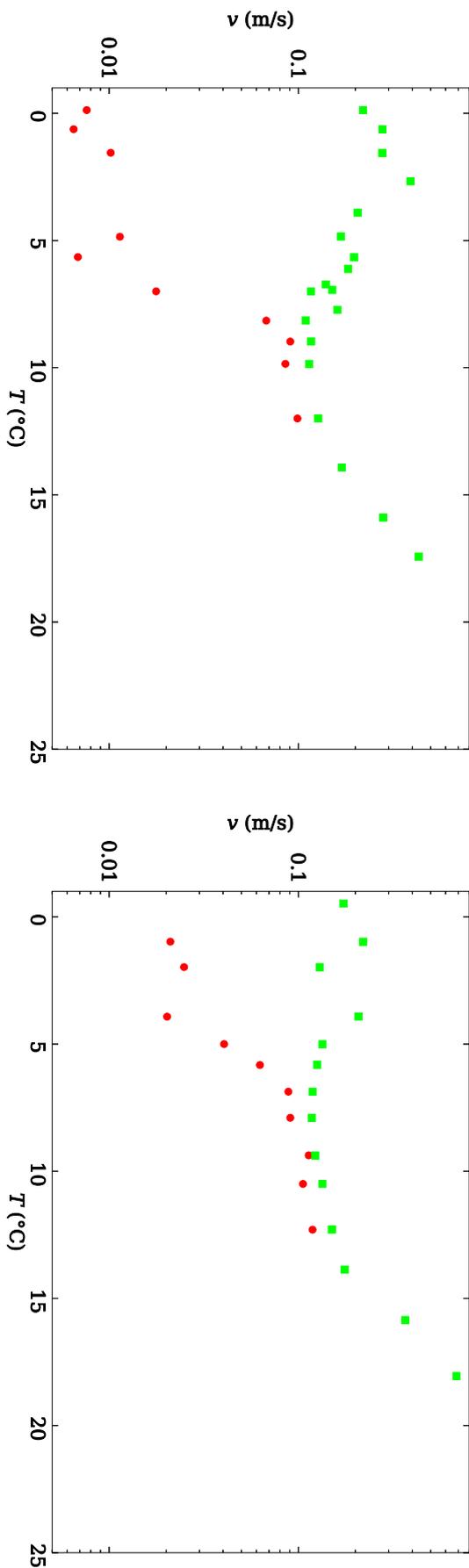


Figura 6.13: Velocidades máximas y mínimas en función de la temperatura inicial del combustible para 20 y 30 mm en iso-propanol.

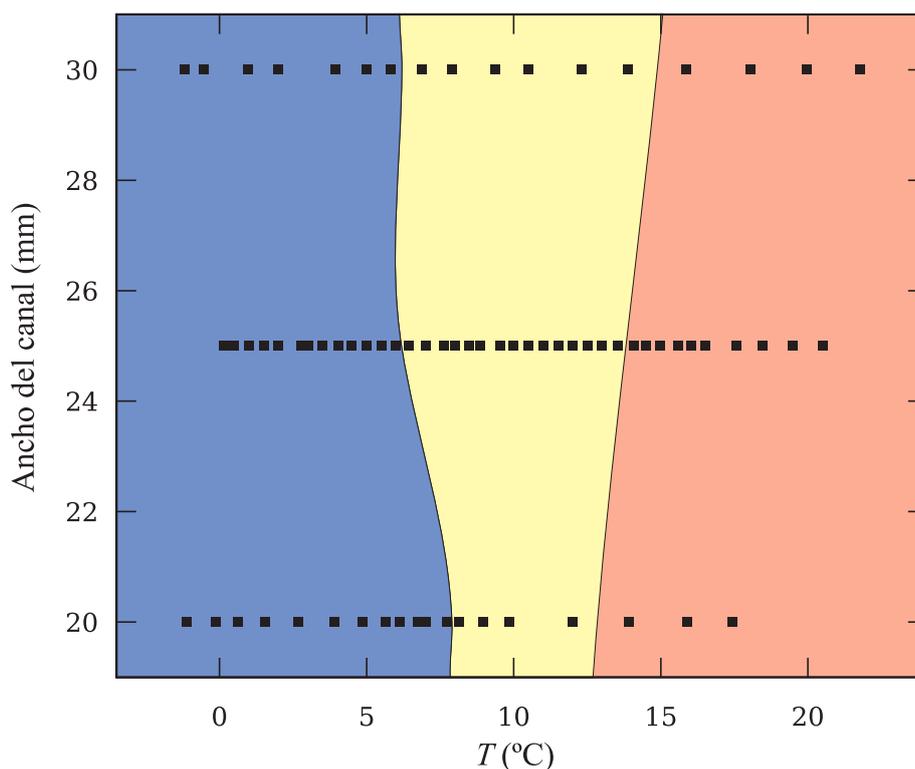


Figura 6.14: Clasificación de los regímenes de propagación en iso-propanol en función de la temperatura y del ancho del canal

Por otra parte, y a pesar de las limitaciones ya mencionadas debidas al muestreo de anchos de canal, se observa una variación en la temperatura a la que se hace presente la bifurcación y, simultáneamente, a la que se da la inflexión que separa los regímenes uniformes lento y rápido. Esta variación en las temperaturas de cambio de régimen para las secuencias experimentales realizadas para diferentes anchos de canal se puede observar de forma cualitativa en la gráfica de la figura 6.14.

Según indica la estimación interpolada de la temperatura de cambio de regímenes para diferentes anchos de canal, existe una débil pero visible dependencia de la temperatura a la que se produce el cambio de régimen uniforme lento a uniforme rápido, incrementándose este valor de T_{∞} con el ancho del canal. Por el contrario, la temperatura de cambio de régimen pulsante a uniforme lento se mostró más estable ante cambios en el ancho del canal, sin que la observación sea concluyente, si bien se puede indicar que, cuando el canal empieza a hacerse más estrecho, se incrementa bruscamente la temperatura en la que se presenta la bifurcación en la gráfica v vs. T_{∞} para un canal de 20 mm, probablemente por las mismas causas que inducen fuertes irregularidades en el experimento de propagación de llamas para un ancho de canal de 15 mm.

6.4.1.2. n-Propanol

Los regímenes del n-propanol son análogos a los del iso-propanol y, en general, a los de la mayor parte de combustibles, particularmente de alcoholes alifáticos, en estado líquido a temperatura ambiente ($\sim 20^{\circ}\text{C}$). A primera vista, el comportamiento de la propagación del frente de llama también se manifiesta de forma muy similar al caso de las secuencias experimentales con iso-propanol, tal como se puntualizó en la descripción de las gráficas 6.2 a 6.7.

La forma de las gráficas v vs T_{∞} en n-propanol es equivalente a la observada en iso-propanol, y como

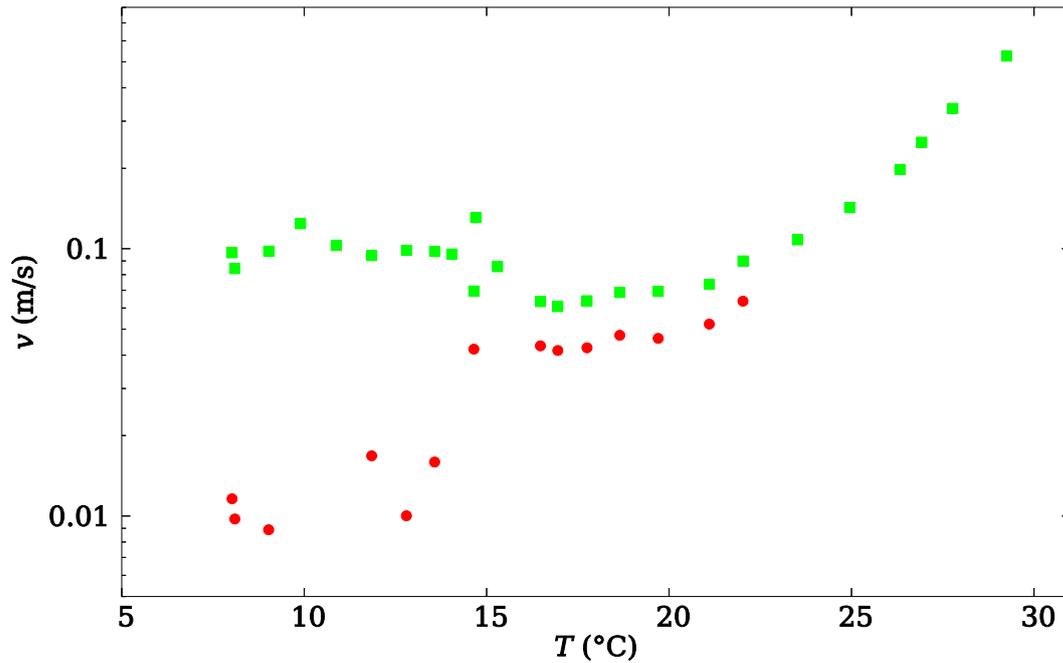


Figura 6.15: Regímenes de propagación, $v(\text{cm/s})$ vs. $T_{\infty} (^{\circ}\text{C})$ para n-propanol; ancho del canal: 25mm

puede observarse en el caso representativo de la figura 6.15 (para un ancho de canal de 25 mm). Pero, al entrar en el detalle de la geometría y proporciones de dichas gráficas, múltiples características diferenciales del n-propanol respecto al iso-propanol saltan a la vista. La primera de ellas es fundamental: la gráfica de v vs. T_{∞} presenta una estructura muy similar para todos los experimentos realizados (bifurcación de las pulsaciones, dependencia débil con la temperatura inicial del combustible para el régimen uniforme lento, alta dependencia con esa temperatura para el régimen uniforme rápido), pero la posición sobre el eje de las abscisas para las diferentes regiones en las gráficas correspondientes al n-propanol se encuentra a valores de T_{∞} sensiblemente más altos que el correspondiente a regiones análogas de las gráficas equivalentes para experimentos con iso-propanol.

Este desplazamiento, de aproximadamente 10°C para el punto de bifurcación del régimen pulsante y para la inflexión que separa regímenes uniformes se dio de forma prácticamente idéntica para todos los anchos de canal. Semejante variación era difícil de prever para dos alcoholes con valores tan cercanos para la mayor parte de los parámetros físicos y químicos relevantes en el contexto del fenómeno de propagación de llamas. Una observación detenida de dichos parámetros permite ver que la variable que más cambia su valor de uno a otro combustible es la presión de vapor, que, en el rango de temperaturas iniciales usado para este trabajo, puede llegar a ser entre dos y tres veces más grande en iso-propanol que en n-propanol (apéndice A).

Aunque la combinación de parámetros que determina la velocidad de propagación de la llama en cada experimento es coherente con el resultado obtenido, la temperatura del combustible que permite la propagación (autoignición) es notoriamente menor en iso-propanol que en n-propanol. Se deduce entonces que la riqueza de la mezcla aire-alcohol para un valor dado de T_{∞} es mayor en iso-propanol, lo que causa que la estructura de llama triple en el frente de avance encuentre condiciones más favorables para su propagación a temperaturas más bajas en este combustible. Esto se verifica para todos los anchos de canal empleados, como se presenta en la figura 6.16.

Para el n-propanol, la gráfica de regímenes de propagación del frente de llama en función de la temperatura inicial del líquido y del ancho del canal (figura 6.17), la dependencia de los puntos de

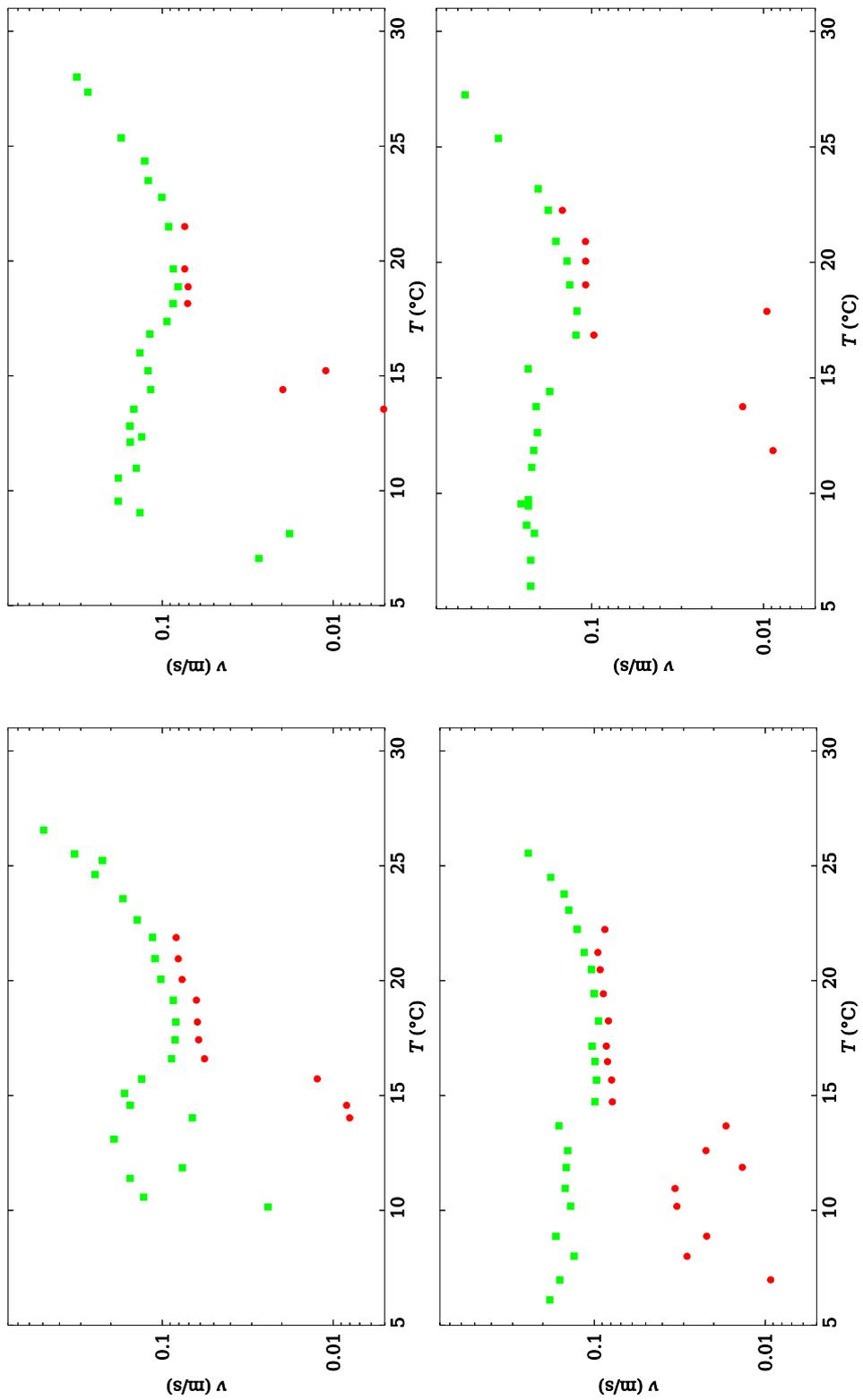


Figura 6.16: Velocidades máximas, mínimas y medias en función de la temperatura inicial del combustible para 10, 15, 20 y 30 mm en n-propanol.

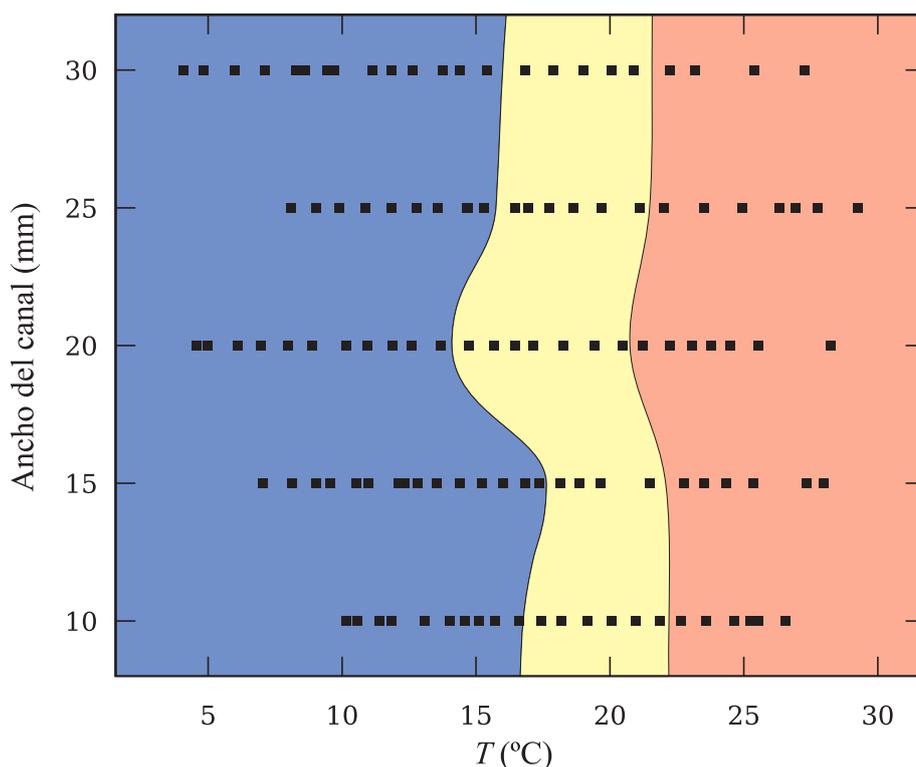


Figura 6.17: Clasificación de los regímenes de propagación en n-propanol en función de la temperatura y del ancho del canal

cambio de régimen (temperatura de la bifurcación hacia el régimen pulsante, temperatura de inflexión entre regímenes uniformes) con el ancho se mostró mucho más débil que para el iso-propanol, si bien un leve aumento de la temperatura a la que se pasa del régimen pulsante al régimen uniforme lento fue observado para las secuencias experimentales que emplearon canales más estrechos en este trabajo.

Sin embargo, es especialmente notorio y merece ser resaltado el hecho de que, incluso para los canales más estrechos en los que este experimento fue llevado a cabo, en n-propanol no se hicieron presentes las mencionados procesos relacionados con el fenómeno de la extinción. De hecho, aunque las irregularidades en la velocidad de propagación de la llama fueron más notorias en n-propanol que en iso-propanol, éste último se mostró mucho más sensible a las variaciones de la configuración experimental que el primero, demostrando tener un rango de estabilidad mucho más estrecho y ser más propenso a la extinción que el n-propanol. Este comportamiento, aparentemente contradictorio, no puede ser explicado únicamente por la diferencia en los valores de la presión de vapor a una temperatura determinada, luego debería ser uno de los sujetos de investigación en el futuro inmediato dentro de la línea a la que pertenece este trabajo, dado que puede encerrar claves sobre la relación entre las propiedades fisicoquímicas fundamentales de un líquido combustible y el comportamiento de propagación de llamas sobre éste.

6.4.1.3. Tipos de bifurcación según el combustible

Como se planteó en el apartado de resultados para el iso-propanol, la forma de la bifurcación presente en el paso del régimen uniforme lento al régimen pulsante en la gráfica de velocidades contra temperatura inicial del combustible, al disminuir el valor de T_{∞} , muestra una mayor complejidad que la descrita en trabajos previos [7, 11, 17, 25, 26].

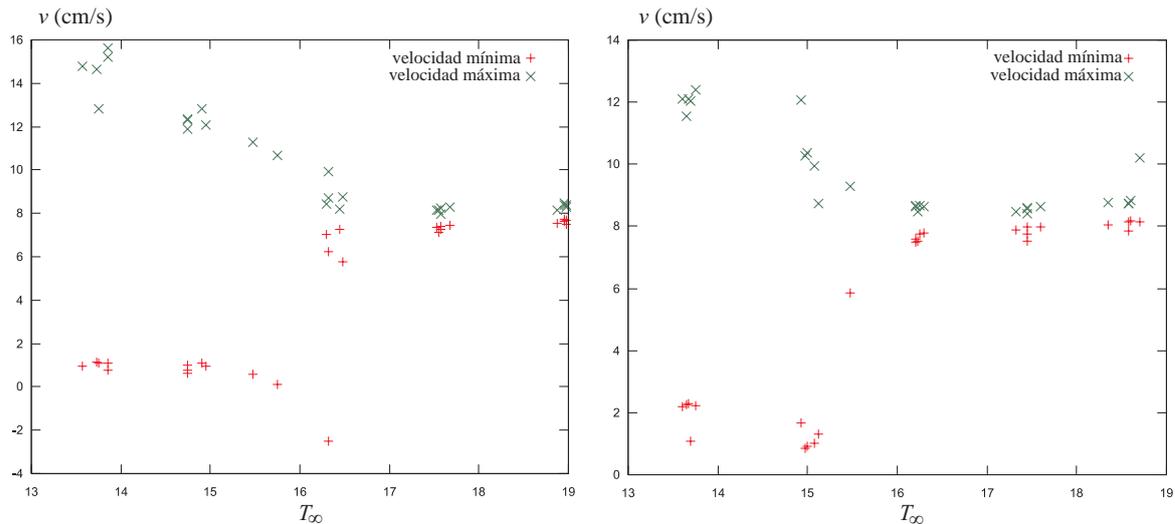


Figura 6.18: Bifurcación de paso al régimen pulsante en n-propanol, 15mm (izq) y 25mm (der)

La existencia de pulsaciones de alta frecuencia en el régimen uniforme lento de por sí es un proceso que no había sido descrito hasta ahora y que, por lo tanto, no se había tenido en cuenta a la hora de explicar la aparición de un régimen pulsante. Más aún, la amplitud de las pulsaciones de alta frecuencia, aun mucho menor en magnitud que la diferencia de las velocidades mínima y máxima propias de la horquilla del régimen pulsante, hace más difícil la determinación precisa del punto de bifurcación.

Sin embargo, la característica más notoria encontrada para los experimentos realizados es, nuevamente, una diferencia en el comportamiento del fluido ante la presencia de un proceso de combustión. La bifurcación de la gráfica v vs. T_∞ de las secuencias experimentales con isopropanol –para todos los anchos utilizados en los que no se presentaron extinciones (figuras 6.12 y 6.13)– presentó una caída suave de la velocidad mínima de propagación a partir del punto de bifurcación a medida que disminuía la temperatura inicial. Sin embargo, este comportamiento suave no pudo ser reproducido en el experimento con n-propanol, presentándose una caída brusca de la velocidad mínima calculada para cada experimento (figuras 6.15 y 6.16).

Inicialmente se podría pensar en un mayor grado de inestabilidad del n-propanol en condiciones cercanas al punto de bifurcación, pero esta hipótesis se descarta al incrementar el número de experimentos en el entorno de la temperatura de cambio de régimen para diferentes anchos de canal usando n-propanol (ver figura 6.18), pues el cambio brusco de régimen propio de este combustible presentó un comportamiento esencialmente diferente entre los dos fluidos. Aunque el grado de precisión con la que se puede fijar la temperatura del combustible es de $\simeq 0,5^\circ\text{C}$, la temperatura de referencia controlada por el termopar entrega suficiente certeza en el valor de T_∞ , y, aunque esta limitación es igual para ambos combustibles, el comportamiento exhibido por cada uno de ellos se observó homogéneo entre diferentes experimentos para cada temperatura inicial.

Algunos estudios previos intentaron modelar el fenómeno como un sistema dinámico que permitiera describir la aparición de la bifurcación inherente a la aparición del régimen pulsante a temperaturas bajas (p.ej. en García-Ybarra et al. [15]). En este estudio, para el iso-propanol (figura 6.13), el paso de un régimen estacionario a uno oscilante, cuando se varía T_∞ , sugiere que subyace una bifurcación de Hopf⁵. Dado que la amplitud de la oscilación crece gradualmente según varía el parámetro, la bifurcación de Hopf sería supercrítica.

⁵Más detalles sobre bifurcaciones en sistemas dinámicos se pueden encontrar en [58]

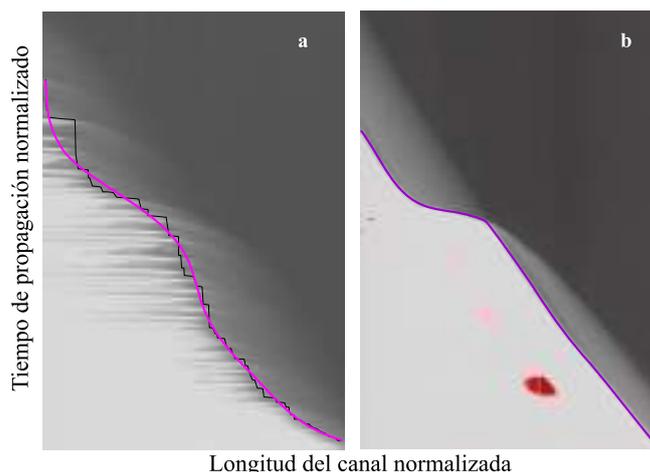


Figura 6.19: Comparación de comportamientos para regímenes con extinción para iso-propanol en canales más estrechos (10mm, $T_{\infty} = -0,1^{\circ}\text{C}$, izquierda) y sin extinción en canales más anchos (25mm, $T_{\infty} = 2,4^{\circ}\text{C}$ derecha). La línea púrpura indica el ajuste por mínimos cuadrados de la posición de máximo avance de la llama, con un polinomio de orden 7, para cada ancho.

En n-propanol, igual que para el isopropanol, el paso de un régimen estacionario a uno oscilante indica nuevamente que subyace una bifurcación de Hopf. Pero a diferencia del iso-propanol, la oscilación aparece ya con una amplitud finita, que no crece gradualmente desde cero, lo que sugeriría una bifurcación subcrítica. A pesar de las similitudes entre los dos fluidos, el aspecto que presentan ambos en cuanto a las corrientes convectivas superficiales que se observan, es suficientemente distinto como para aceptar la posibilidad de que el n-propanol presente una bifurcación subcrítica y el iso-propanol una supercrítica. Los parámetros físicos y químicos de los combustibles tienen, en general, comportamientos cercanos, excepto para la presión de vapor, que es mucho más alta en iso-propanol que en n-propanol a temperaturas iguales.

6.4.1.4. Extinciones

El fenómeno de extinción es objeto de amplios estudios en el área de la combustión. En general, la extinción se produce cuando las condiciones que permiten la autosustenciación de una reacción de combustión (grado de riqueza de la mezcla combustible-comburente, temperatura del medio, valor del número de Lewis para el sistema, pérdidas térmicas, etc.) dejan de ser favorables a la presencia de dicha reacción y, por ende, a su propagación a través de la interfase entre la zona reactiva y su entorno. Igualmente, la presencia de obstáculos, como paredes, interfases u otros obstáculos genera una capa límite que impide la extensión de la zona reactiva hacia la superficie de dichos obstáculos, creándose una región no reactiva en la vecindad de éstos, cuyo espesor puede asimilarse a la *distancia de quenching*.

En procesos altamente complejos con múltiples factores y parámetros en interacción, como es el caso de la propagación de llamas sobre combustible líquido, la extinción juega un papel cuyo peso en el comportamiento general del fenómeno está por determinar, si bien parece hacerse presente en sus posibles manifestaciones como las pulsaciones de alta frecuencia o, más notoriamente, el fuerte cambio del comportamiento de la propagación para determinadas configuraciones experimentales. En el caso de este trabajo, dicho cambio fue observado en los resultados para los canales más estrechos empleados, en experimentos realizados con iso-propanol.

Tal como se apuntó en el apartado sobre las extinciones, diferentes comportamientos, relativamente

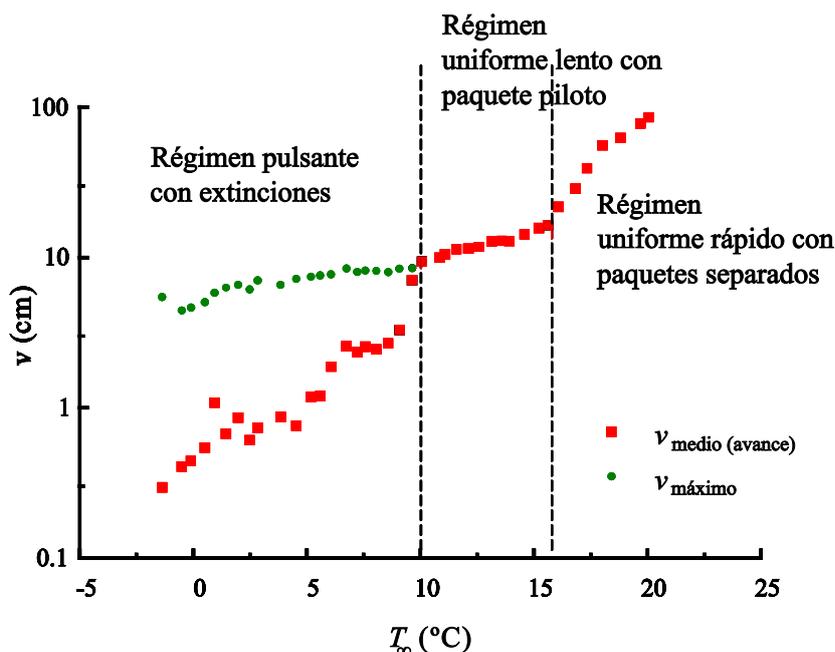


Figura 6.20: Regímenes de propagación en anchos de canal en los que se presentan extinciones. Combustible: iso-propanol; ancho del canal: 10mm

homogéneos para temperaturas cercanas unas de otras pero sustancialmente distintos para temperaturas lejanas, fueron observados y descritos. Su caracterización, mucho más compleja por la propia estructura de los datos obtenidos y la riqueza de la estructura e irregularidad notada en los procesos visibles a través de las diversas formas de representación empleadas (pseudostreak photographs, gráficas v vs. t), puede sin embargo presentar analogías con los canales anchos; como ejemplo, se presenta el esquema de la figura 6.19, en el que la complicada geometría de la propagación paulatina y cíclica propia del experimento realizado con iso-propanol en un canal de 10mm de ancho (una lengua que avanza rápidamente hasta llegar a un punto de máximo avance un poco mayor en cada impulso para extinguirse inmediatamente después de alcanzarlo) puede hacerse análoga a la propagación en el régimen pulsante para el mismo combustible (iso-propanol) en canales más anchos.

Aprovechando el conocimiento de los regímenes sin extinción en canales anchos, los complicados comportamientos observados para condiciones experimentales que presentan extinción durante la propagación pueden clasificarse inicialmente en categorías análogas a dichos regímenes estándar. Una propuesta inicial para dicha clasificación se esquematiza en la figura 6.20.

6.4.2. Estudio de las pulsaciones de alta frecuencia

6.4.2.1. Observación de pulsaciones de alta frecuencia

Originalmente, la resolución del equipo de medida usado en los trabajos experimentales no permitía la detección de procesos que, si bien podrían ser importantes para la dinámica del sistema, se manifestaban de forma sutil en términos de los valores adquiridos por las variables interesantes para la descripción del fenómeno. Bajo estas limitaciones, se comprende que en dichos trabajos experimentales apenas aparecen referencias a pulsaciones diferentes a las perceptibles a simple vista, correspondientes al régimen pulsante.

Más adelante, el empleo de equipo más sensible y de nuevos enfoques para la observación y la medida mediante la aplicación de tecnologías más evolucionadas permitió detectar las pulsaciones de alta

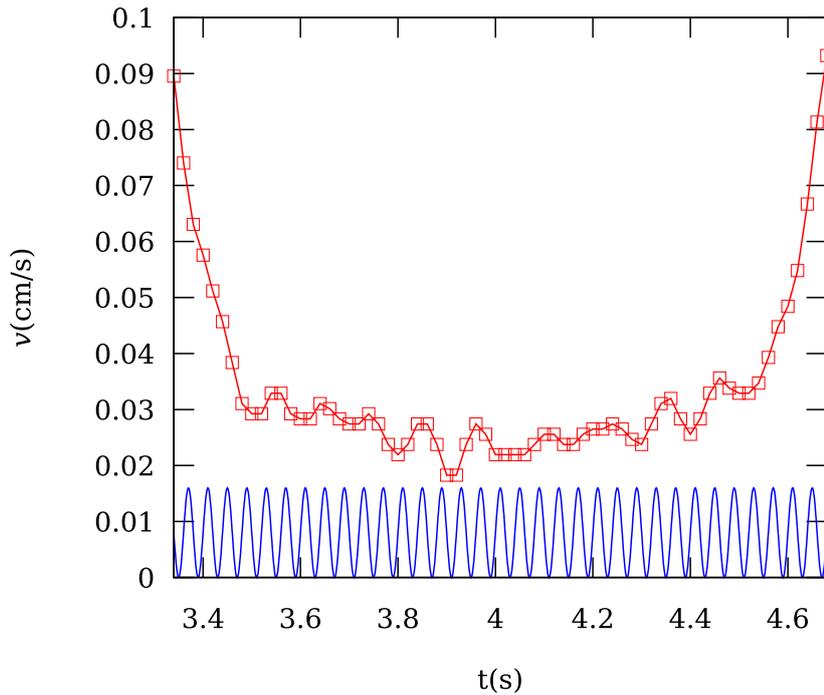


Figura 6.21: Incertidumbre en la estimación de la frecuencia de las subpulsaciones. Iso-propanol, canal de 25mm, $T_{\infty} = 3,5^{\circ}\text{C}$. En rojo, la velocidad instantánea de propagación de la llama respecto al tiempo; en azul, una señal sinusoidal periódica con $\nu = 50$ cps, la frecuencia de adquisición desentrelazada de la señal TV de la termocámara.

frecuencia, si bien la resolución de dicho equipo era suficientemente baja como para que variaciones pequeñas en la velocidad de propagación medida pudieran confundirse con el ruido introducido por perturbaciones en el medio o, incluso, con el propio del equipo de adquisición, al ser comparables sus órdenes de magnitud, por lo que es probable que su omisión en las observaciones presentadas por diversos trabajos experimentales se debiera a que fueran consideradas parte del ruido inherente al sistema.

Sin embargo, algunos trabajos más recientes (en concreto el de Ito [31]) señalaron la existencia de estas oscilaciones en la velocidad de propagación del frente de llama en el régimen pulsante, acompañando las pulsaciones, de mucho mayor amplitud, presentes para valores bajos de T_{∞} . En efecto, al medir tales oscilaciones con equipo de suficiente resolución espacial y temporal se comprueba nítidamente su existencia como uno de los procesos convergentes en el fenómeno de propagación de llamas. Apelando al teorema de Nyquist–Shannon (o «del muestreo») si una señal $f(t)$ no contiene frecuencias mayores que un valor dado de ν ciclos por segundo, se puede determinar completamente mediante una serie de valores discretos tomados de la señal continua con una separación de $1/2\nu$ segundos. La figura 6.21 valida la medida de subpulsaciones con la configuración experimental empleada en este trabajo, al cumplirse la condición del Teorema de Nyquist–Shannon para la determinación de la «señal» de la velocidad de propagación del frente, sobre una instancia experimental representativa del fenómeno.

La presencia simultánea de dos procesos cíclicos, en apariencia relacionados, llevó a denominar «subpulsaciones» a dichas oscilaciones en la velocidad de avance de la llama. En el siguiente apartado se presentarán argumentos para aseverar que dicha denominación es incorrecta.

6.4.2.2. Caracterización de las subpulsaciones

Entre las ventajas que ofrece la utilización de la imagen y el vídeo digitales como herramientas de medida experimental está la capacidad de obtener de forma global y continua en el tiempo una representación relativamente completa del fenómeno bajo observación, particularmente en lo referido a variables con valores altamente cambiantes y de distribución espacial compleja y dinámica.

El caso de la evaluación de velocidades, posiciones y temperaturas (gracias a la vídeotermografía), estas ventajas son particularmente notorias, permitiendo la observación y cuantificación de procesos no observables mediante sondas o detectores puntuales. Si bien algunas técnicas ópticas y de imagen digital fueron usadas en trabajos anteriores en este campo [7, 31, 32, 40], apenas referencias marginales a comportamientos relevantes para la dinámica del fenómeno de propagación de llamas fueron realizadas. Mientras, trabajos basados en técnicas de medición menos elaboradas (como es el caso de medidas locales con termopares [15]) estaban seriamente limitados para observar dichos comportamientos. Esta ausencia de datos o descripciones para los mismos es notoria en el caso de las pulsaciones de alta frecuencia («subpulsaciones»). La superposición aparentemente independiente de las «subpulsaciones» y las pulsaciones en el régimen pulsante ha sido escasamente discutida, apenas pasando de señalarse la presencia de dichas oscilaciones de mayor frecuencia acompañando las fases de velocidad lenta en los ciclos del régimen pulsante.

Los resultados presentados en el apartado 6.3.1.1 indican que no hay una relación evidente de causalidad en la presencia y desarrollo de los dos fenómenos, pues las subpulsaciones, salvo caso de altos valores de aceleración o desaceleración que las oculten (en la fase de pulsación, a bajas temperaturas), son visibles de forma independiente sobre la gráfica v vs. t , tanto en valores altos como bajos de la velocidad instantánea de propagación del frente de llama, incluso para la fase de pulsación a temperaturas cercanas al punto de bifurcación, con valores relativamente altos para la aceleración y la desaceleración. Esta independencia se vería ratificada por la importante observación, presentada en la figura 6.1, de que dichas pulsaciones de alta frecuencia son claramente observables en el régimen uniforme lento, por lo que no sobra insistir que, en rigor –desde ahora y de acuerdo a lo presentado en este trabajo–, no podrán denominarse «subpulsaciones». Se observa en dicha figura que, inicialmente, no existe dependencia significativa entre los dos fenómenos, luego dicha frecuencia puede depender directamente del tipo de combustible sobre el que se propaga la llama (luego es constante respecto al valor de T_∞ para los resultados experimentales obtenidos, como se observa, dentro del margen de error de la estimación 6.22).

Dado que la rapidez de los procesos relacionados con la burbuja de recirculación en la fase gaseosa en las cercanías del frente de llama, posibles causantes de las pulsaciones de alta frecuencia, excede lo permitido por los tiempos característicos de los fenómenos de transporte relacionados a los flujos en la fase condensada, las diferencias entre los combustibles empleados, específicamente en la amplitud de las oscilaciones, pueden deberse a la diferente distribución del vapor causada por la diferente presión a la que se halla éste sobre ambos combustibles. Estas diferencias son relativamente significativas, considerando que los combustibles bajo comparación son alcoholes isómeros.

La presencia de una o más pulsaciones de alta frecuencia durante la fase de propagación rápida de un ciclo de velocidad en el régimen pulsante podría ser la causa de la aparición de ciertas inestabilidades en la frecuencia de las pulsaciones de la velocidad de propagación y, consecuentemente, de la regularidad del propio frente de llama, si bien hay un alto grado de complejidad en la diferenciación de estos efectos, inherentes al fenómeno, de los errores sistemáticos producidos por sesgos inevitables en el equipo experimental, como se anotó anteriormente respecto a los perfiles de temperatura, equivalentes

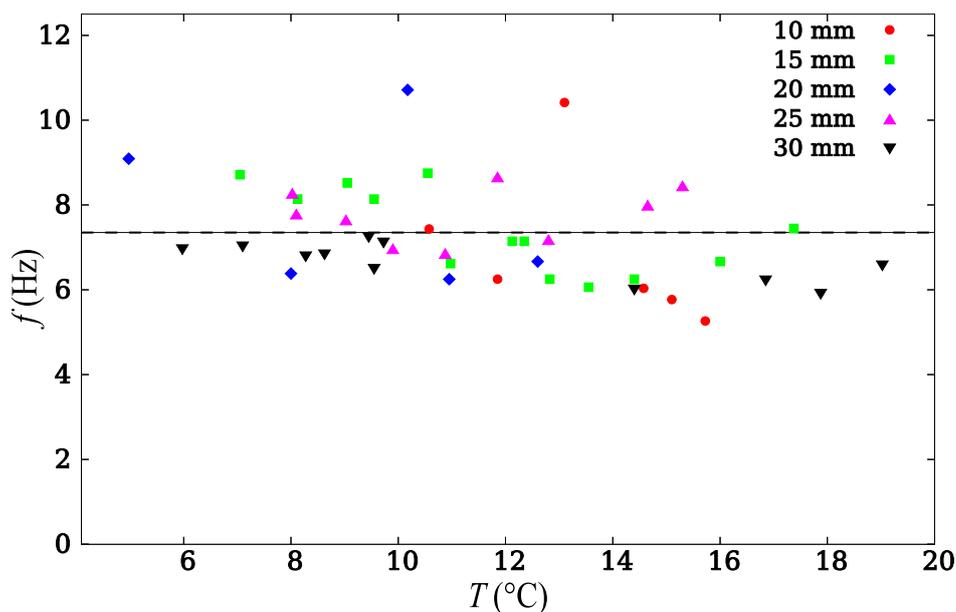


Figura 6.22: Gráfica de la frecuencia de las subpulsaciones respecto a la temperatura inicial del combustible para n-propanol.

a inhomogeneidades en el valor de T_{∞} en la superficie del combustible a pesar de haberse alcanzado el equilibrio térmico.

6.4.3. Relación entre fenómenos en las fases gaseosa y condensada: ondas térmicas

Como se ha mencionado, el carácter altamente exotérmico de la reacción de combustión crea, en la región ubicada en torno a la zona reactiva —particularmente alrededor del frente de llama—, un elevado gradiente de temperaturas. La presencia de este gradiente induce en las fases gaseosa y condensada una serie de fenómenos que condicionan, en mayor o menor medida el comportamiento de la llama y su extensión a regiones vecinas con condiciones propicias para iniciar la reacción. Entre dichos fenómenos, aparte de las consabidas corrientes producidas por convección natural y succión (gas) o tensión termocapilar y arrastre viscoso (líquido), se encuentran los flujos que son eyectados desde la superficie del líquido ubicada inmediatamente debajo de la zona reactiva.

Dichos flujos, conocidos como «corrientes de Marangoni», dan origen a la lengua termocapilar en superficie que precede a la llama precalentando por convección térmica el fluido antes de su paso y, consecuentemente, favoreciendo su vaporización. Por este mecanismo, dicha zona en la superficie del líquido también ha sido denominada en varios trabajos como «región de precalentamiento» y su relación con la aparición del régimen pulsante la hace sujeto de especial interés. Sin embargo, esta región presenta una alta riqueza fenomenológica que incrementa la complejidad conocida del fenómeno, especialmente para determinadas condiciones experimentales. Inicialmente, como se mencionó en el apartado 1.2.3, estudios teóricos y experimentales se centraron en la obtención de un perfil de temperaturas (inherentemente 1D, apelando a la simetría del fenómeno) para la zona de Marangoni tal como era observada mediante termopares [15, 25] o a través de las primeras imágenes de termografía [31, 39].

La complejidad de dicha zona fue simplificada en un modelo de caída parabólica de la temperatura sobre el que se superpuso un «valle frío» en el extremo proximal de la zona termocapilar, justo después

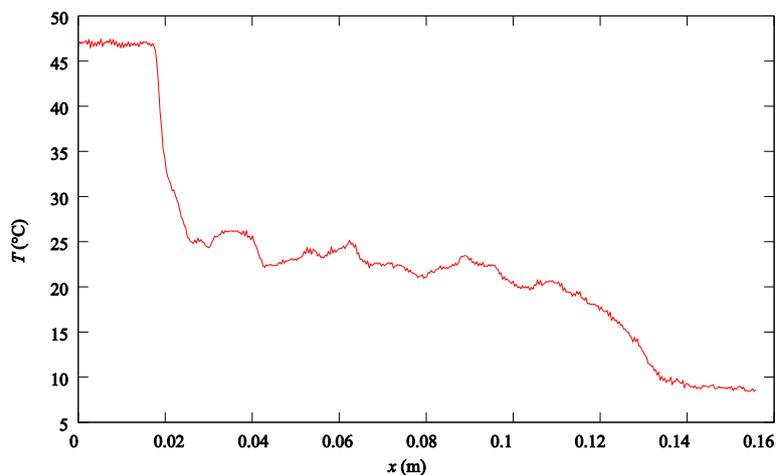


Figura 6.23: Perfil de temperaturas para un instante de la propagación de una llama sobre n-propanol a $T_{\infty} = 6,9^{\circ}\text{C}$; ancho del canal: 20mm

del frente de llama. Pero las gráficas de T vs. x para condiciones experimentales ligeramente diferentes se apartan demasiado de ese comportamiento cuadrático, observándose en ellas un perfil complejo e irregular de temperaturas en la línea central del canal con múltiples «picos» y «valles», como se aprecia en la figura 6.23.

La existencia de dicha divergencia del caso ideal unidimensional no se debe a otra cosa que al cruce por dicho eje central longitudinal de múltiples estructuras térmicas, generalmente asimétricas, observables ya en las secuencias de vídeo en termografía para cada instancia experimental en canales anchos con n-propanol (figura 6.24). Estas ondas «empujadas» por el frente de llama emergen de éste con la misma frecuencia que aquélla de la oscilación correspondiente a las pulsaciones de alta frecuencia, como se observa en las secuencias de vídeo de las instancias experimentales correspondientes a canales anchos a temperaturas bajas (ilustradas en el ejemplo de la figura 6.24). Esto indica que su origen bien puede deberse a las perturbaciones capilares inducidas por el fuerte gradiente de temperaturas en el entorno del frente de propagación, que generan sensibles variaciones en la tensión superficial del combustible líquido.

Una interpretación de la aparición del régimen pulsante basada en este proceso es presentada en el trabajo experimental de Konishi [40], en el que se explica la retención de la llama por una burbuja de recirculación en la fase gaseosa atrapada entre el frente de llama y una onda capilar de origen térmico que le precede. Esta misma burbuja, según los autores del trabajo citado, sería la causante de las pulsaciones de alta frecuencia en la llama. La vaporización producida en la región ocupada por la burbuja durante la fase lenta del ciclo permitiría al frente de llama superar la cresta de la onda capilar, que, apuntan estos autores, es superior a la distancia de quenching de la llama a la superficie del líquido. Sin embargo, ese modelo cualitativo no es coherente con las observaciones realizadas sobre los datos experimentales obtenidos para este trabajo. Como se anotó en la sección 6.3.1.1, las pulsaciones de alta frecuencia, inicialmente, no muestran una relación de causalidad con la aparición de las aceleraciones propias del régimen pulsante.

Asimismo, los resultados de la monitorización de la superficie del combustible mediante la hoja láser que incide sobre la línea central del canal (figura 3.2), demostraron que las ondas térmicas detectadas mediante termografía están relacionadas con ondas capilares percibidas como oscilaciones en el nivel del líquido, lo que hace pensar que estos dos procesos son finalmente el mismo fenómeno, tratándose de ondas termocapilares que se propagan libremente sobre la interfase. La figura 6.26 representa la

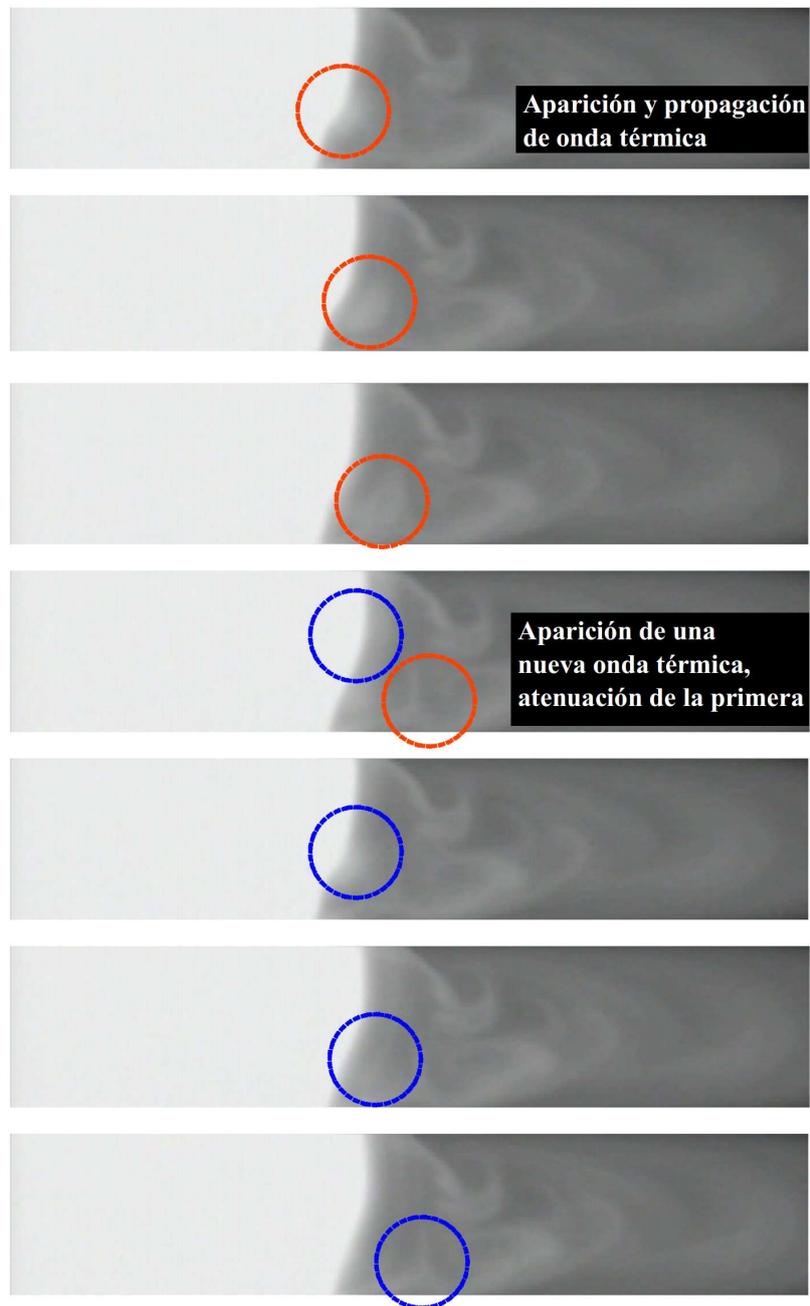


Figura 6.24: Ondas térmicas en el entorno del frente de llama



Figura 6.25: Perfiles de las perturbaciones capilares en superficie de n-propanol confinado un canal de 30 mm observadas mediante la proyección de una hoja de laser sobre el eje central del canal. A la izquierda, el líquido en reposo, instantes antes de la aparición del frente de llama. En el centro, perturbación debida a la aparición de la llama (izquierda de la imagen) con $T_{\infty} = 5,9^{\circ}\text{C}$. A la derecha, perturbación ocasionada por la llama para un experimento con $T_{\infty} = 11,8^{\circ}\text{C}$

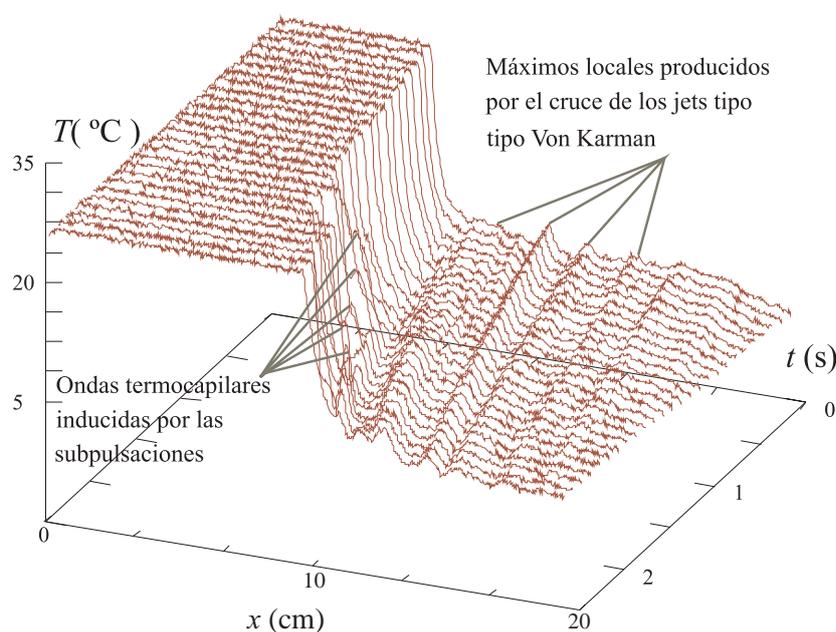


Figura 6.26: Evolución de las ondas térmicas sobre la región de Marangoni en un experimento realizado con n-propanol. Ancho del canal: 30mm, $T_0 = 11,4^{\circ}\text{C}$.

evolución del perfil de temperaturas sobre la región de Marangoni a lo largo de la línea central del canal durante la propagación de la llama.

El *plateau* de la gráfica x vs. t vs. T_{∞} en la citada figura corresponde a la zona reactiva, y se debe a la saturación del rango de niveles de gris asignado a las temperaturas por la configuración de nivel y ventana térmica de la termocámara. Inmediatamente después del frente de llama (borde del *plateau*, como se observa en la figura 6.26) se presenta una compleja estructura térmica, a manera de secuencia de múltiples picos y valles que se difuminan a medida que se alejan del frente de avance de la zona reactiva. Estas estructuras (correspondientes al cruce de zonas calientes más complejas con el eje longitudinal de la superficie del combustible) avanzan a una velocidad prácticamente constante, excepto en la fase de aceleración de la pulsación, cuando parecen ser comprimidas por la expansión termocapilar inducida por el gradiente térmico de la llama, que avanza a mayor velocidad en dicha fase. Entre el frente de llama y la estructura mencionada, se hace manifiesto un fenómeno interesante: las ondas termocapilares, aparentemente generadas por las pulsaciones de alta frecuencia, avanzan a mayor velocidad que dichas estructuras, para acabar siendo atenuadas hasta la temperatura de su

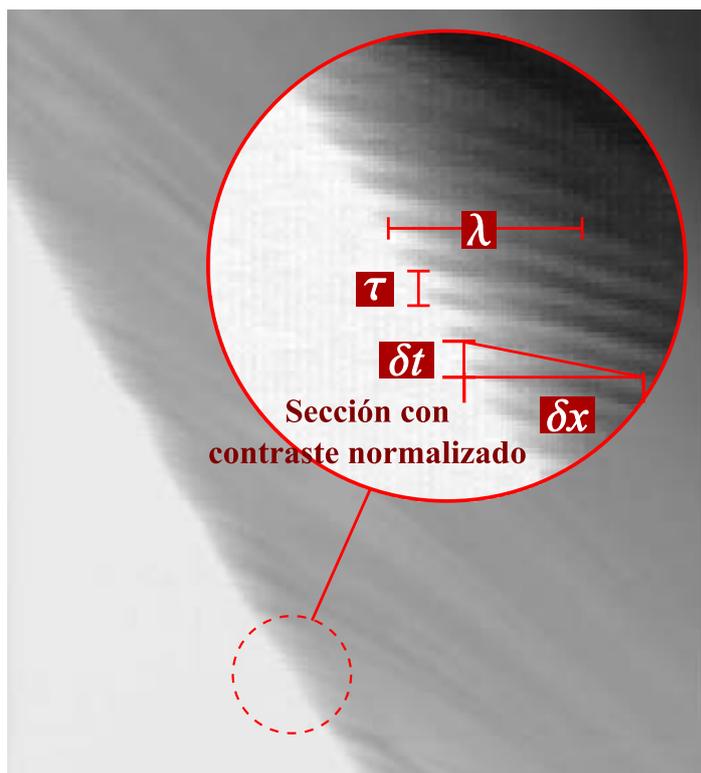


Figura 6.27: Región de una «streak photograph» para la propagación de una llama en el régimen pulsante, n-propanol, ancho del canal: 30mm, $T_{\infty} = 4,1^{\circ}\text{C}$.

entorno al alcanzar la posición de puntos de mayor inercia térmica. Una descripción más detallada de las estructuras térmicas presentes en la región de Marangoni se presenta en el capítulo 7.

Las ondas térmicas (y probablemente capilares) de avance rápido debidas a las pulsaciones de alta frecuencia del frente de llama poseen cierta regularidad durante la propagación de la llama en la fase lenta de la pulsación (fase «de arrastre», *creeping*, según denominación utilizada en [17, 20, 42]), mostrándose particularmente homogéneas para ciertas escalas de tiempo. Ello permite el cálculo de los valores tomados por variables relevantes para un futuro estudio experimental de propagación de ondas capilares en función de la tensión superficial y, por ende, del comportamiento de cada fluido en función de su temperatura. Para calcular la distancia entre dos ondas termocapilares consecutivas generadas por las pulsaciones de alta frecuencia en el frente de llama se implementó una rutina basada en el algoritmo 2.

El algoritmo 2 se aplicó sobre la secuencia experimental representativa correspondiente a la imagen pseudostreak de la figura obteniéndose las gráficas de la figura 6.28. A la resolución propia del montaje experimental utilizado se observa una medida satisfactoriamente regular de los parámetros medidos sobre la imagen pseudostreak, si bien algunos artefactos, producto de las inestabilidades de la reacción de combustión y de la discretización en la adquisición alteran el resultado de las medidas (sección 4.1). La dinámica de estas perturbaciones en función de los gradientes de temperatura en superficie y de la tensión superficial del fluido, condicionada por la propia temperatura, es un aspecto interesante a tratar en trabajos futuros, en particular por la aportación –no estudiada– de la velocidad de arrastre de las partículas fluidas sobre la superficie del líquido, superpuesta a la velocidad de propagación de las ondas termocapilares.

Algoritmo 2 Cálculo de parámetros para las ondas termocapilares generadas por las pulsaciones de alta frecuencia a partir del análisis de la streak photograph como se indica en la figura 6.4.3.

1. Se selecciona de forma asistida una región regular de la imagen pseudostreak
2. Se extraen los perfiles de temperaturas para dos curvas de corte, «paralelas» a la velocidad media de avance en la fase lenta de la pulsación, separadas a una distancia horizontal δx dada; el valor de δx no debe sobrepasar el alcance de las ondas termocapilares en la imagen pseudostreak (figura 6.4.3). Dichos perfiles equivalen a una función T vs. t para un valor fijo de $\delta x = x - x_f$, donde $x_f(t)$ es la posición del frente de la llama en el instante t , segmentado según el criterio del apartado 4.1. El resultado es, generalmente, una gráfica de tipo sinusoidal.
3. Se establece una correlación entre los dos perfiles (tomados funciones discretas de t): para cada máximo local del perfil de temperaturas próximo a la llama se determina su correspondiente máximo local en el perfil distante de la llama, encontrándose así los valores t_k en los que se ubica el k -ésimo máximo de cada perfil.
4. El periodo de las ondas termocapilares es entonces calculado como el promedio de la separación temporal entre máximos equivalentes en ambos perfiles: $\tau_k = \frac{1}{N_j} \sum_j (t_{k+1}^j - t_k^j)$
5. La velocidad de avance de frente de onda es calculado como el promedio de los valores de velocidad correspondientes a cada máximo: $v_k \equiv \frac{\Delta x + v_{flama} \Delta t_k}{\Delta t_k}$
6. La longitud de onda es estimada como el promedio de $\lambda_k \equiv \frac{1}{2} (v_k + v_{k+1}) \tau_k$

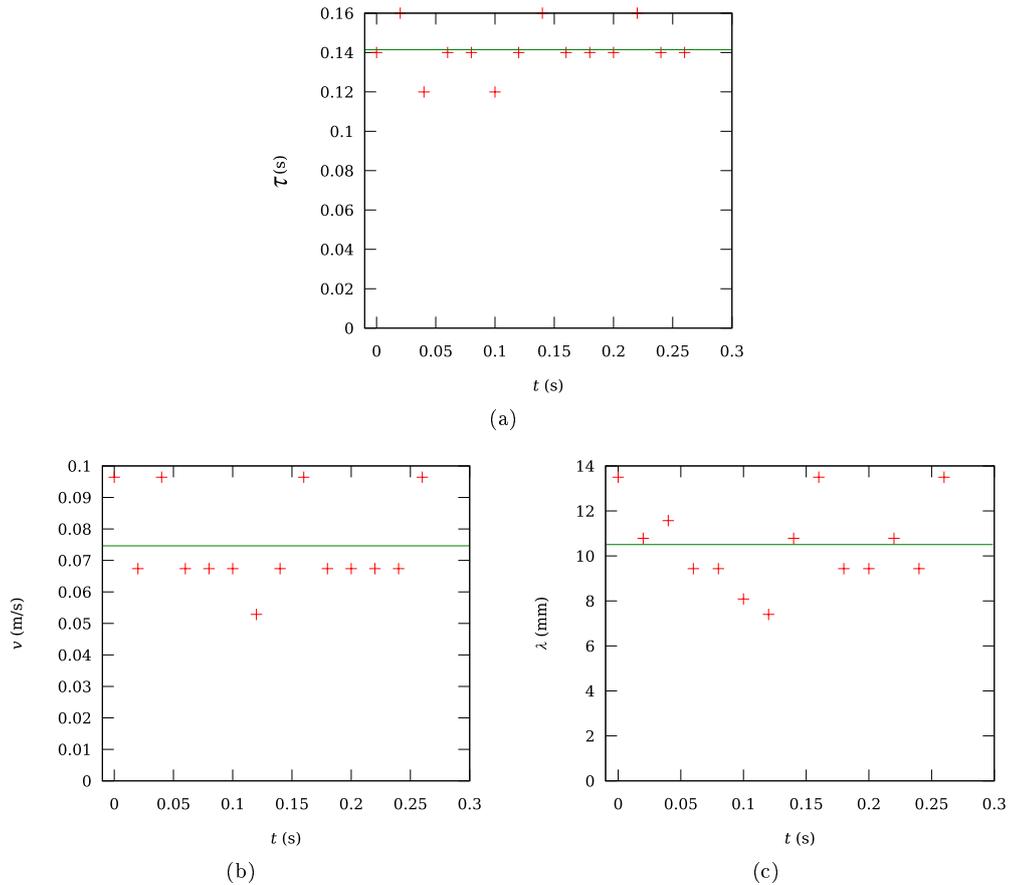


Figura 6.28: Periodo (a), velocidad de propagación (b) y longitud media de onda (c) de las ondas térmicas superficiales calculadas en la región resaltada de la figura para n-propanol; ancho del canal: 30mm, $T_\infty = 4,1^\circ\text{C}$

Capítulo 7

ANÁLISIS BIDIMENSIONAL – CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE LAS ESTRUCTURAS EN SUPERFICIE

7.1. Objetivo

Los estudios 1D + profundidad teóricos y experimentales, útiles para clasificar los diferentes regímenes de propagación presentes en la propagación de llamas sobre canales estrechos de combustible líquido, son insuficientes para describir la dinámica del sistema, en especial para contemplar las contribuciones en superficie y 3D de los fenómenos de transporte. En este capítulo se presentan algunos resultados relevantes, obtenidos mediante las técnicas de visión artificial aplicada a las medidas de vídeo en termografía infrarroja del fenómeno bajo estudio.

Para este trabajo se realizaron, de manera sistemática, medidas de velocidad en superficie mediante la estimación del flujo óptico propuesta en la sección 5.1 y subsiguientes, adaptada para el tipo de datos adquiridos, así como una descripción cuantitativa de las estructuras observadas en la región termocapilar y de su dinámica en función de los parámetros experimentales estudiados y del tipo de combustible empleado (iso-propanol o n-propanol).

A este respecto, la figura 7.1 muestra, en el caso del n-propanol, una alta variabilidad del comportamiento en superficie del fluido, en particular de las corrientes de chorro que son eyectadas desde las inmediaciones de la zona reactiva, en la vecindad de las paredes del canal, hacia el fluido sin calentar, a lo largo de la región termocapilar.

Dichas corrientes de chorro presentan una estructura bastante compleja y cambiante (figura 7.2), introduciendo un alto grado de asimetría tanto en campos de temperatura de la región termocapilar como en los campos de velocidad de las estructuras térmicas (según se deduce de una observación directa del cambio en la forma de dichas estructuras en el tiempo).

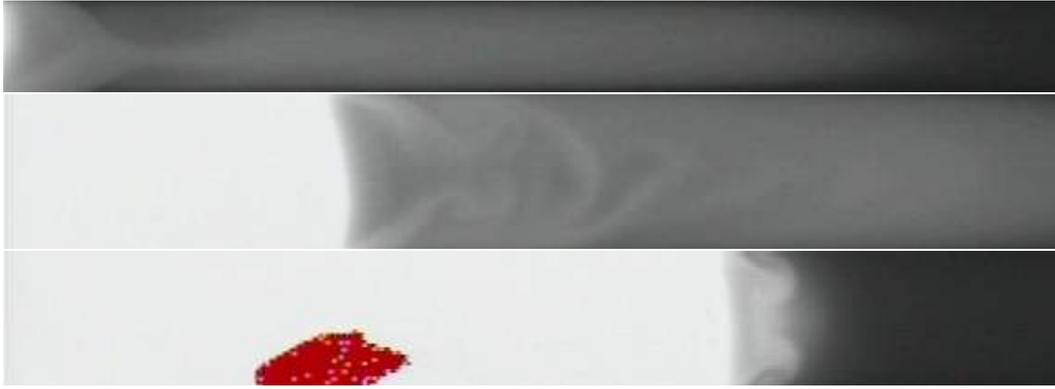


Figura 7.1: Estructuras térmicas desarrolladas sobre la región de Marangoni para n-propanol con un ancho del canal de 10mm (arriba), 20mm (medio) y 30mm (abajo).



Figura 7.2: Evolución de las estructuras tipo Von Karman a lo largo del canal durante la propagación de la llama. Ancho del canal: 30 mm, $T_0 = 11,4^\circ\text{C}$.

7.2. Tipología de las estructuras térmicas en superficie

Para obtener una descripción más exacta (y útil para cálculos posteriores) de la estructura de la región de precalentamiento, es necesario obtener una representación concisa del mapa de temperaturas que refleje su propiedad de continuidad. Esto puede conseguirse mediante la representación de dicha distribución bidimensional de temperaturas como función de las coordenadas espaciales de la superficie del combustible. El ajuste se hace más complejo en la medida que la función depende de dos variables (x e y), razón por la que se deberá emplear un ajuste polinomial por mínimos cuadrados apropiado, cuya base deberá tener las propiedades de ortonormalidad y estabilidad numérica respecto al truncamiento. Una base polinomial estándar adecuada, estará usualmente referida al intervalo $[-1, 1]$ (o al $[0, 1]$, en otros casos), por lo que será conveniente adaptar ambas coordenadas de la imagen a este intervalo, esto es, normalizar, por lo tanto, la coordenada y , medida transversalmente al canal, con el ancho de éste y la coordenada x con la longitud de la zona de precalentamiento.

Dado que el procedimiento de proyección sobre la base polinomial elegida será numérico y restringido a una malla discreta, se genera dicha base numéricamente por un procedimiento de ortogonalización de Gram-Schmidt. La base adaptada a la imagen se compondrá, como es usual, como producto (tensorial) de las dos bases en las coordenadas x e y . De este modo, la imagen se podrá escribir, en función de los coeficientes de la proyección, como

$$I(x, y) = \mathbf{U}(x) \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{V}'(y) \quad (7.1)$$

donde $I(x, y)$ es la subimagen más pequeña que contiene estrictamente la región de precalentamiento segmentada (usando algoritmos análogos a los descritos en el capítulo 4), \mathbf{C} es la matriz de coeficientes del ajuste y $\mathbf{U}(x)$ y $\mathbf{V}'(y)$ son los vectores que contienen los polinomios de la base ortonormal de grado

n para x e y respectivamente¹.

Dados k y l los grados de cada componente, la matriz \mathbf{C} de coeficientes se reescribiría como:

$$\mathbf{C}_{n \times n} = \{c_{k,l}\}_{\substack{k=1,2,\dots,n \\ l=1,2,\dots,n}}, \quad c_{k,l} \in \mathbb{R}$$

mientras que los vectores $\mathbf{U}(x)$ y $\mathbf{V}(y)$ se pueden expresar como

$$\mathbf{U}(x) = \{u_k(x)\}_{k=1,2,\dots,n}$$

$$\mathbf{V}(y) = \{v_l(y)\}_{l=1,2,\dots,n}$$

siendo las funciones $u_k(x)$ y $v_l(y)$ polinomios de reales de grados k y l , respectivamente. Así, la ecuación (7.1) se puede reescribir, componente a componente, como

$$I(x, y) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{k,l} u_k(x) v_l(y) \quad (7.2)$$

El producto escalar de dos funciones discretas en el intervalo $[1, N_x]$ se define como

$$(f \cdot g)_{N_x} = \frac{1}{N_x} \sum_{x=1}^{N_x} f(x) u_{k'}(x) \quad (7.3)$$

Debido a que los componentes de los vectores de la base del ajuste son polinomios ortonormales, se tiene que el producto de uno de ellos por cualquier otro es igual a la función delta de Kronecker desplazada a k :

$$u_k \cdot u_{k'} = \delta_{k,k'} \begin{cases} 1 & \text{para } k = k' \\ 0 & \text{para } k \neq k' \end{cases}$$

Usando este hecho, se puede calcular una “imagen intermedia” que contiene los ajustes de cada línea de la imagen, lo que se consigue al introducir la expresión del producto punto de (7.3) en la expansión de la ecuación de ajuste (7.2):

$$\begin{aligned} I_{k'}(y) &= \frac{1}{N_x} \sum_{x=1}^{N_x} u_{k'}(x) \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{k,l} u_k(x) v_l(y) \\ &= \frac{1}{N_x} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{k,l} \left(\sum_{x=1}^{N_x} u_k(x) u_{k'}(x) \right) v_l(y) \\ &= \frac{1}{N_x} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \delta_{k,k'} c_{k,l} v_l(y) \\ &= \frac{1}{N_x} \sum_{l=1}^n c_{k',l} v_l(y) \end{aligned}$$

Tras obtener esta imagen parcialmente ajustada, puede emplearse el mismo método para que los coeficientes temporales $c_{k',l}$ se ajusten por columnas a una expresión analítica,

$$\begin{aligned} c(k, l) &= \frac{1}{N_y} \sum_{y=1}^{N_y} v_{l'} \frac{1}{N_x} \sum_{l=1}^n v_l c_{k',l} \\ &= \frac{1}{N_y} \frac{1}{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} \sum_{l=1}^n v_l v_{l'} c_{k',l} \\ &= \frac{1}{N_x N_y} c_{k',l'} \end{aligned}$$

¹En este trabajo, el grado máximo n será el mismo para las dos variables espaciales.

lo que permite calcular, uno a uno, los elementos de la matriz \mathbf{C} del ajuste polinomial para el mapa de temperaturas. Las isotermas pueden ser calculadas ahora, fijando una serie de temperaturas constantes y trazando las curvas de nivel de la función de ajuste para cada uno de los valores de dicha serie, garantizándose la continuidad y la unicidad de cada isoterma.

El error cuadrático medio del ajuste es estimado mediante la expresión

$$m.s.e. = \frac{1}{N_i N_j} \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} \left[I \left(\frac{i}{h}, \frac{j}{w} \right) - m_{i,j} \right]^2$$

donde $\{m_{ij}\}_{r \times c} \equiv M_{r \times c}$ es la matriz del mapa de temperaturas de la zona de precalentamiento (con r filas y c columnas según ésta fue segmentada de la imagen de termografía) e $I(x, y) = \mathbf{U}(x) \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{V}'(y)$ es el polinomio de ajuste obtenido por el método anteriormente descrito. Los métodos de cálculo de los polinomios de la base de grado arbitrario, de la matriz de ajuste y del error cuadrático medio, han sido implementados en librerías dinámicas en lenguaje C y ejecutados a través del programa *SImageGUI*².

La ventaja del uso del ajuste polinomial reside en que el ruido de la adquisición está ya suavizado por el mismo proceso de ajuste por mínimos cuadrados y los conjuntos de nivel del ajuste configuran isolíneas de temperatura con una expresión paramétrica analítica continua, teniendo ésta como parámetro una temperatura constante³.

7.2.1. Estructura del campo de temperaturas de la zona termocapilar

En la figura 7.3 aparecen las isolíneas de la región de Marangoni para experimentos con isopropanol, obtenidas mediante tratamiento de imágenes⁴. Las imágenes resultantes permiten observar la «topografía» del campo de temperaturas, el cual es detallado con mayor claridad en la representación tridimensional del ajuste obtenido para dicha región de precalentamiento.

En el caso del isopropanol, la topografía térmica de la región de Marangoni es bastante suave, encontrándose fácilmente el «valle frío» descrito en diversos trabajos experimentales previos [39, 40], si bien dicho «valle» en el perfil de temperaturas se encuentra a una temperatura significativamente más alta que T_∞ y, según las observaciones realizadas en el presente trabajo, su existencia se debe a la aparición de dos corrientes de chorro que emergen de forma simultánea desde los laterales del canal y que transportan calor de forma convectiva a una temperatura aun mayor que la del «valle frío» (figura 7.3(c)). En isopropanol, dichas corrientes se encuentran en una región próxima al eje central longitudinal del canal, para decaer suavemente a partir de su convergencia distanciándose del frente de llama (figura 7.4).

²Ver material anexo en formato electrónico

³Para el despliegue de los resultados como superficies 3D se empleó la aplicación comercial *Mathematica*, programa de la firma Wolfram Research.

⁴Para su obtención basta la aplicación de una paleta de pseudocolor con valores máximos equidistantes y el resto de entradas puestas a colores de fondo alternados, lo que permite la diferenciación entre zonas pertenecientes a diferentes rangos de temperaturas, especialmente en sitios en los que las isolíneas son discontinuas o se encuentran demasiado cerca entre sí.

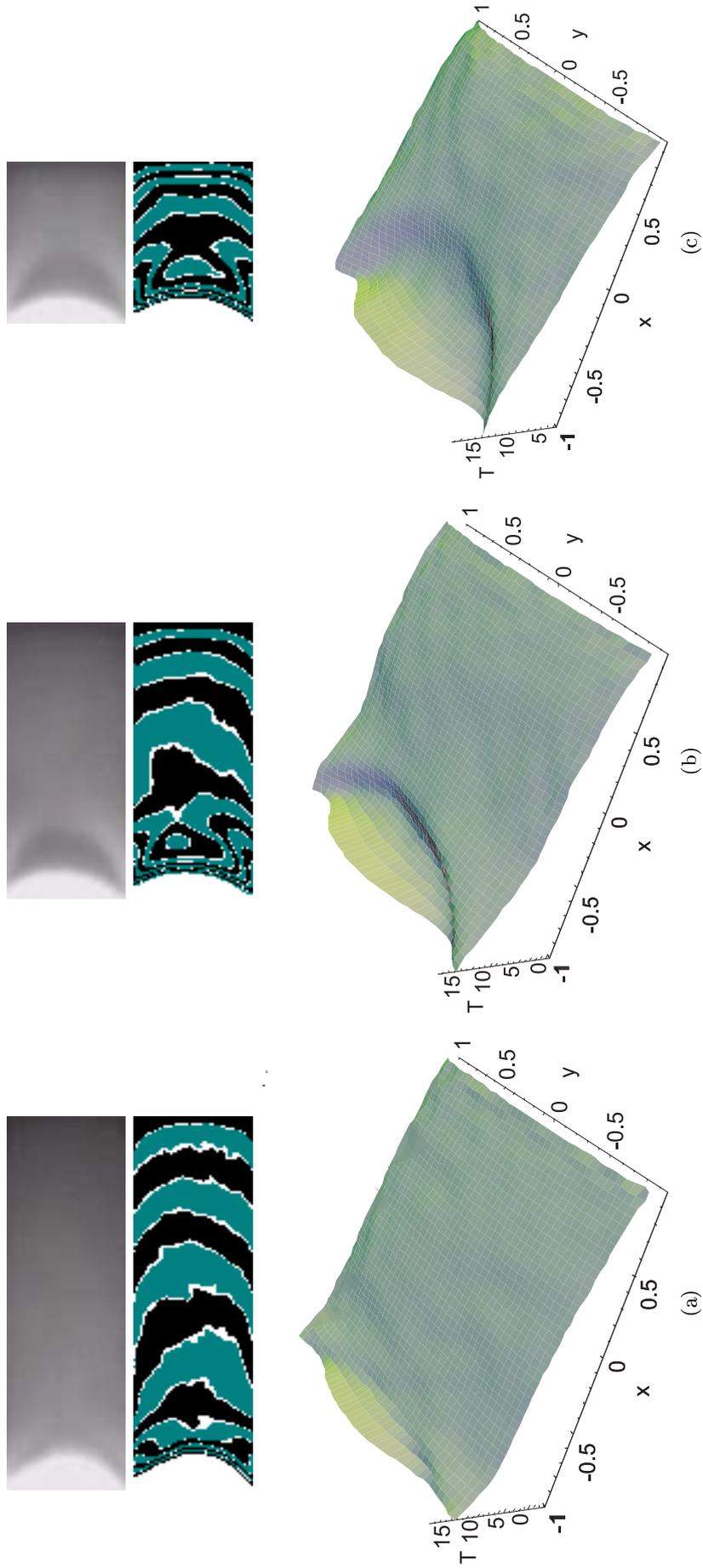


Figura 7.3: Isolíneas de temperatura y regiones extraídas por técnicas de procesamiento de imágenes. (a) $0,0^{\circ}\text{C}$, (b) $1,0^{\circ}\text{C}$ (c) $2,5^{\circ}\text{C}$; ancho del canal: 25mm



Figura 7.5: Dos cuadros consecutivos, representativos de una secuencia de vídeo termográfico. Los cuadros se encuentran recortados a la ROI que, para este estudio, corresponde a la superficie del canal que se encuentra en el campo de visión de la termocámara.

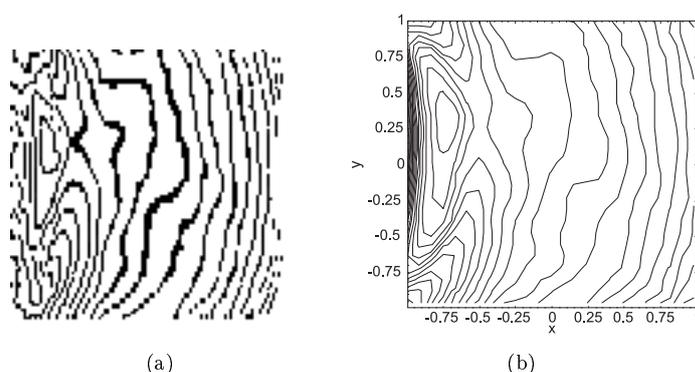


Figura 7.4: Isolíneas obtenidas mediante procesamiento de imágenes (a) y curvas de nivel del ajuste polinomial (b) para la región de Marangoni en un fotograma del experimento realizado con isopropanol en un canal de 25mm y con $T_{\infty} = 1,0^{\circ}\text{C}$.

7.2.2. Campo de temperaturas de la zona de Marangoni – con n-propanol

Como se puede observar en la tabla 7.1, en el caso del n-propanol el comportamiento de la zona termocapilar (debida a la convección inducida por los flujos de Marangoni) presentó una tipología mucho más variada que la del iso-propanol, dando lugar a diferentes estructuras en función del ancho del canal y de la temperatura inicial del combustible. Aun así, es posible encontrar una clasificación suficientemente diferenciada que agrupa los comportamientos de la zona termocapilar en función de la geometría de las corrientes de Marangoni en superficie. En este capítulo se presentará una aproximación inicial para la descripción cualitativa de la relación entre la estructura de la zona termocapilar y los parámetros experimentales en los que cada clase se desarrolla.

7.3. Método

Para aproximar los campos de velocidad correspondientes al movimiento de las estructuras térmicas generadas por las corrientes de Marangoni en la región termocapilar se emplearon los métodos de estimación del flujo óptico adaptados a secuencias de vídeo en termografía infrarroja presentados en el capítulo 5. Los campos de velocidad son estimados entre pares de cuadros consecutivos, tras recortar éstos a la región de interés, como se muestra en la figura 7.5.

7.3.1. Solución numérica a la estimación del flujo óptico

La solución al problema de la estimación del flujo óptico para secuencias de vídeo en termografía (tal como se presentó en la subsección 5.2.4, basado en el esquema de Horn-Schunk implementando un

Clase	Descripción	Imagen representativa
2	Zona termocapilar suave corta que surge como la unión de dos jets en uno solo, que se frena en perfil parabólico y crea vorticidades en los costados (hongo)	
3	Zona termocapilar suave larga con jets que surgen desde las paredes, pero se unen y avanzan como uno solo sobre ésta	
4	Zona termocapilar suave larga sobre la que se propagan dos jets que configuran estructuras similares a las calles de von Karman	
5	Zona termocapilar perfilada que surge por la aparición de dos ramas en los jets, las ramas centrales se unen y las exteriores se convierten en vórtices	

Tabla 7.1: Casos representativos de estructuras térmicas para experimentos con n-propanol.

regularizador tipo Suter–Corpetti adaptado), sólo puede ser obtenida de forma numérica, aproximando la solución al sistema de ecuaciones diferenciales acopladas en derivadas parciales de las ecuaciones 5.9 a 5.12.

Al aplicar la aproximación discreta a los operadores diferenciales y despejar para las incógnitas del problema (despejes cuyo detalle se presenta en el apéndice D), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones discretas en diferencias finitas, susceptible de ser resuelto de forma aproximada mediante un método iterativo, más concretamente por sobrerelajación (SOR)

$$v_x^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda \left(\sum_b v_x^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \frac{\partial \xi_d^n}{\partial x} + \frac{\partial \xi_r^n}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_y^n(\mathbf{r}) \frac{\partial T}{\partial y} - \alpha \nabla^2 T + \Phi \right) \frac{\partial T}{\partial x}}{\lambda N_b + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2} \quad (7.4)$$

$$v_y^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda \left(\sum_b v_y^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \frac{\partial \xi_d^n}{\partial y} - \frac{\partial \xi_r^n}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x^n(\mathbf{r}) \frac{\partial T}{\partial x} - \alpha \nabla^2 T + \Phi \right) \frac{\partial T}{\partial y}}{\lambda N_b + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2} \quad (7.5)$$

$$\xi_d^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\gamma \sum_b \xi_d^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \lambda \left(\frac{\partial v_x^n}{\partial x} + \frac{\partial v_y^n}{\partial y} \right)}{\gamma N_b + \lambda} \quad (7.6)$$

$$\xi_r^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\gamma \sum_b \xi_r^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \lambda \left(-\frac{\partial v_x^n}{\partial y} + \frac{\partial v_y^n}{\partial x} \right)}{\gamma N_b + \lambda} \quad (7.7)$$

Las ecuaciones 7.4, 7.5, 7.6 y 7.7 son, de este modo, aplicadas a los campos de temperatura discretos T^n y T^{n+1} , correspondientes a los fotogramas consecutivos sobre los que es estimado el flujo óptico.

Un método alternativo al de discretización de los operadores diferenciales, es el método multirresolución basado en wavelets que se presentó en el apartado 5.3. En este método, los campos medios pueden ser resueltos, para cada resolución (mediante reconstrucción de Mallat) mediante las expresiones

$$u_{pq}^{(k+1)} = \frac{1}{A_{pq}} \left(F_{pq} - D_{pq} v_{pq}^{(k)} \right)$$

$$v_{pq}^{(k+1)} = \frac{1}{B_{pq}} \left(G_{pq} - D_{pq} u_{pq}^{(k)} \right)$$

$$\xi_{d,pq}^{(k+1)} = - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} \xi_{kl}^{pq} \xi_{d,kl}^{(k)} + \xi_{uv}^{pq}$$

$$\xi_{r,pq}^{(k+1)} = - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} \xi_{kl}^{pq} \xi_{r,kl}^{(k)} + \xi_{vu}^{pq}$$

que permiten hacer una estimación de los campos residuales dada por

$$RA^{pq} \delta u_{pq} + RD^{pq} \delta v_{pq} = RF^{pq}$$

$$RD^{pq} \delta u_{pq} + RB^{pq} \delta v_{pq} = RG^{pq}$$

$$\delta \xi_{d,pq} = - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} R \xi_{kl}^{pq} \delta \xi_{d,kl} + R \xi_{uv}^{pq}$$

$$\delta \xi_{r,pq} = - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} R \xi_{kl}^{pq} \delta \xi_{r,kl} + R \xi_{vu}^{pq}$$

7.3.2. Validez de la estimación

En este estudio, los diferentes métodos de estimación del flujo óptico son evaluados directamente por la diferencia (cuadrática media) entre el valor de llegada, al desplazar la imagen inicial de cada par de frames de la secuencia según el campo de velocidades estimado y la imagen efectivamente posterior. Para mejorar esta aproximación, se definen los operadores diferenciales aplicados en una imagen «intermedia» interpolada entre los dos frames consecutivos, definiendo este campo de intensidades \bar{I} , para su uso en la ecuación 5.25

$$\bar{I}_{ij} \left(\mathbf{r}, t + \frac{1}{2} \delta t \right) = \frac{1}{2} (I_{ij}(\mathbf{r}, t) + I_{ij}(\mathbf{r}, t + 1))$$

siendo $I(\mathbf{r}, t)$ e $I(\mathbf{r}, t + 1)$ los frames inicial y final, respectivamente.

7.4. Resultados

7.4.1. Dependencia de la velocidad con los parámetros experimentales

7.4.1.1. Isopropanol

En isopropanol, los campos de velocidad correspondientes a la región de Marangoni se ven alterados por la aparición de extinciones en canales estrechos. Los ejemplos de las figuras 7.6, 7.7 y 7.8 presentan los campos de velocidad estimados, según el método presentado, en la región de Marangoni para un instante dado del ciclo de pulsación de la velocidad de avance de la llama para canales de 20, 25 y 30 mm de ancho. Tal como su correspondiente mapa de temperaturas, dichos campos se muestran particularmente suaves y continuos.

7.4.1.2. n-Propanol

La menor dependencia del comportamiento de las llamas en propagación sobre n-propanol ante variaciones del ancho del canal hace que dicha propagación se presente libre de extinciones si bien, a pesar de esta regularidad, es posible observar una mayor riqueza de comportamientos de las estructuras presentes en la región de Marangoni cuando se usa este combustible. Dichas estructuras y su comportamiento son presentados en las figuras 7.9 a 7.8. Se observa una alta dependencia tanto del ancho del canal como de la temperatura inicial del combustible, lo que induce a la formación de estructuras significativamente diferentes.

7.4.2. Evolución del campo de velocidades durante una pulsación

Las figuras 7.16 a 7.18 presentan la evolución del campo de velocidades en la región de Marangoni durante las fases representativas de un ciclo en el régimen pulsante. Las asimetrías en el frente de llama (fase gaseosa) se superponen a las estructuras térmicas que se encuentran justo debajo de éste, en particular a las corrientes de chorro que emergen desde los laterales interiores del canal debajo de la zona reactiva.

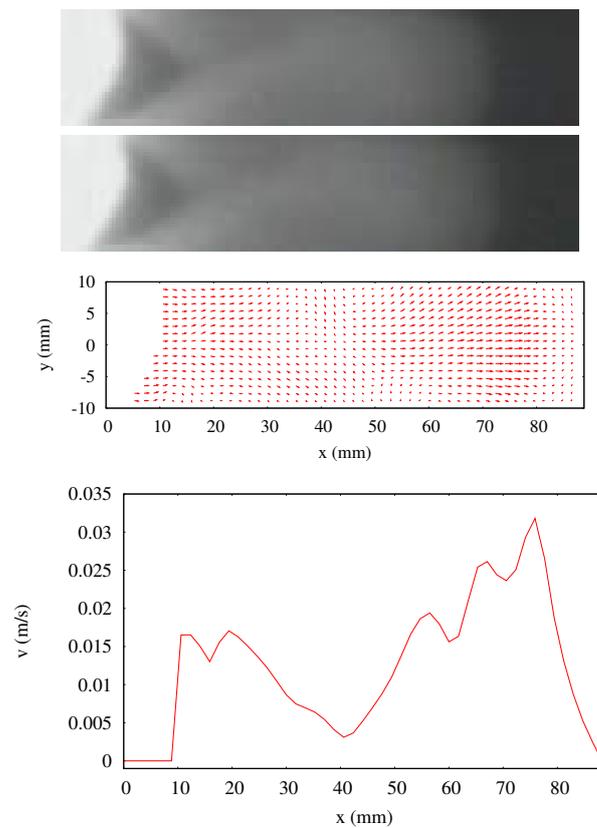


Figura 7.6: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 20 mm de ancho con isopropanol, $T_\infty = 2^\circ\text{C}$

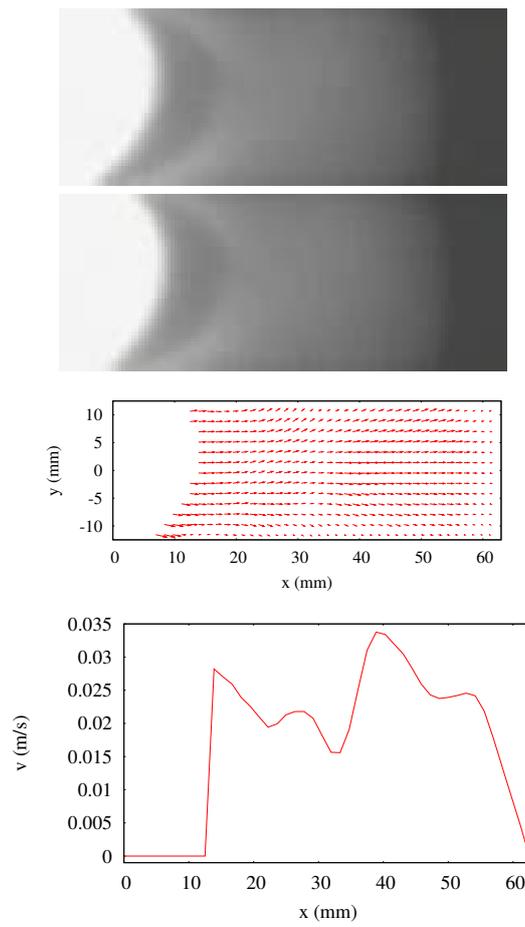


Figura 7.7: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 25 mm de ancho con isopropanol, $T_{\infty} = 0^{\circ}\text{C}$

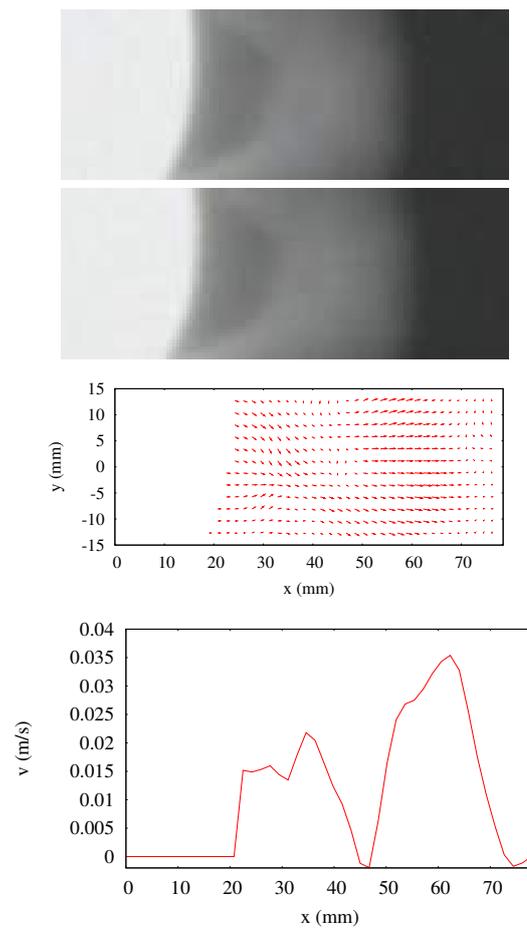


Figura 7.8: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 30 mm de ancho con isopropanol, $T_\infty = 2^\circ\text{C}$

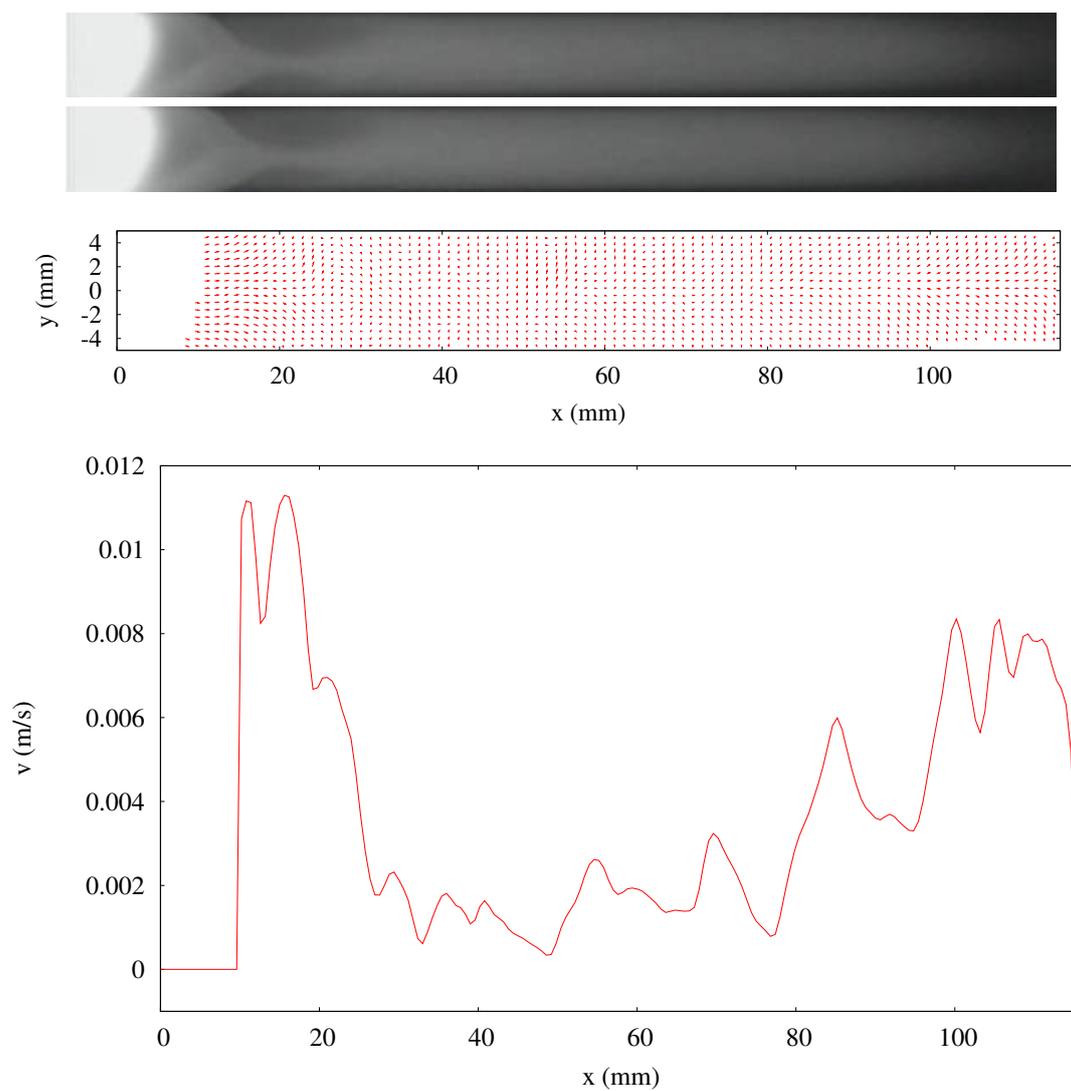


Figura 7.9: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 10 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$

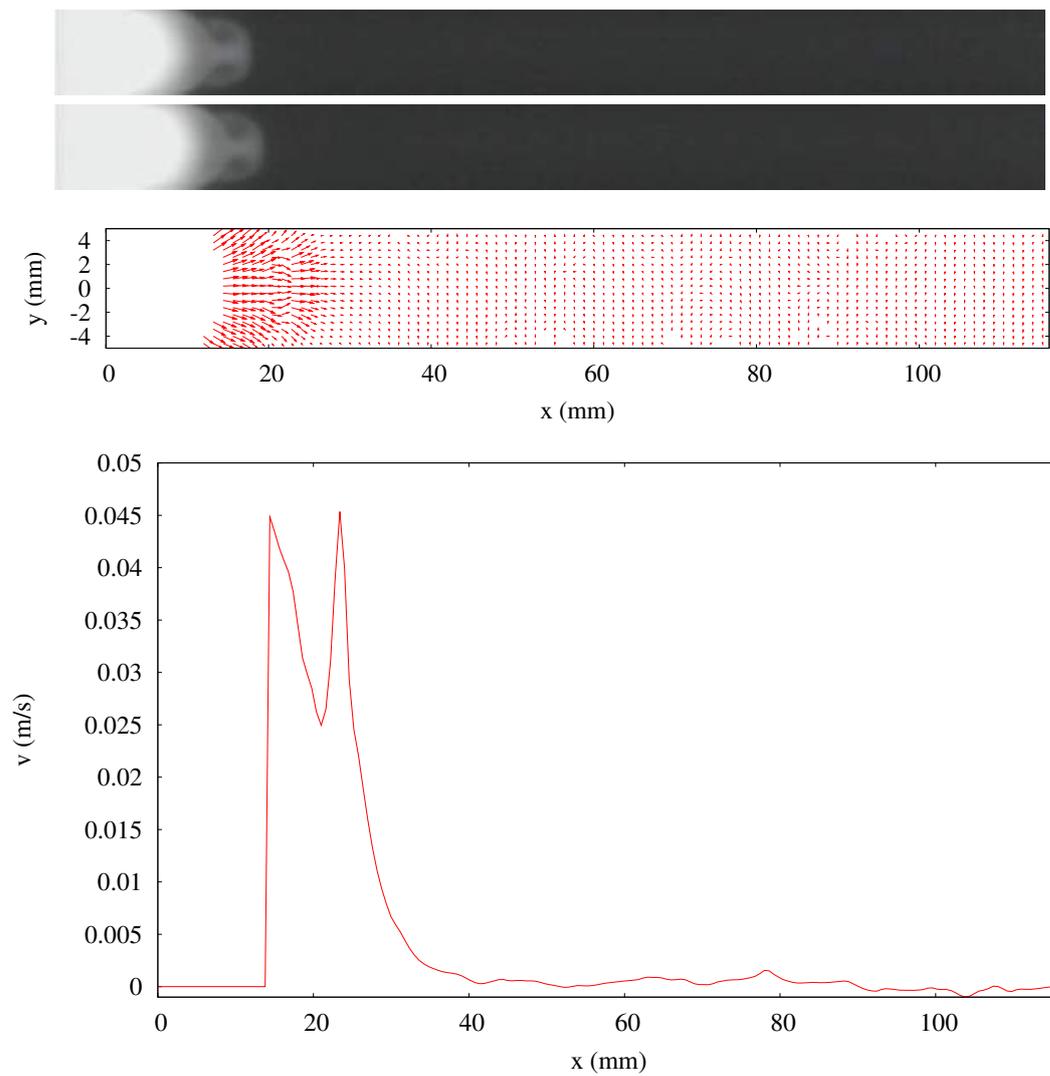


Figura 7.10: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 10 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 82^{\circ}\text{C}$

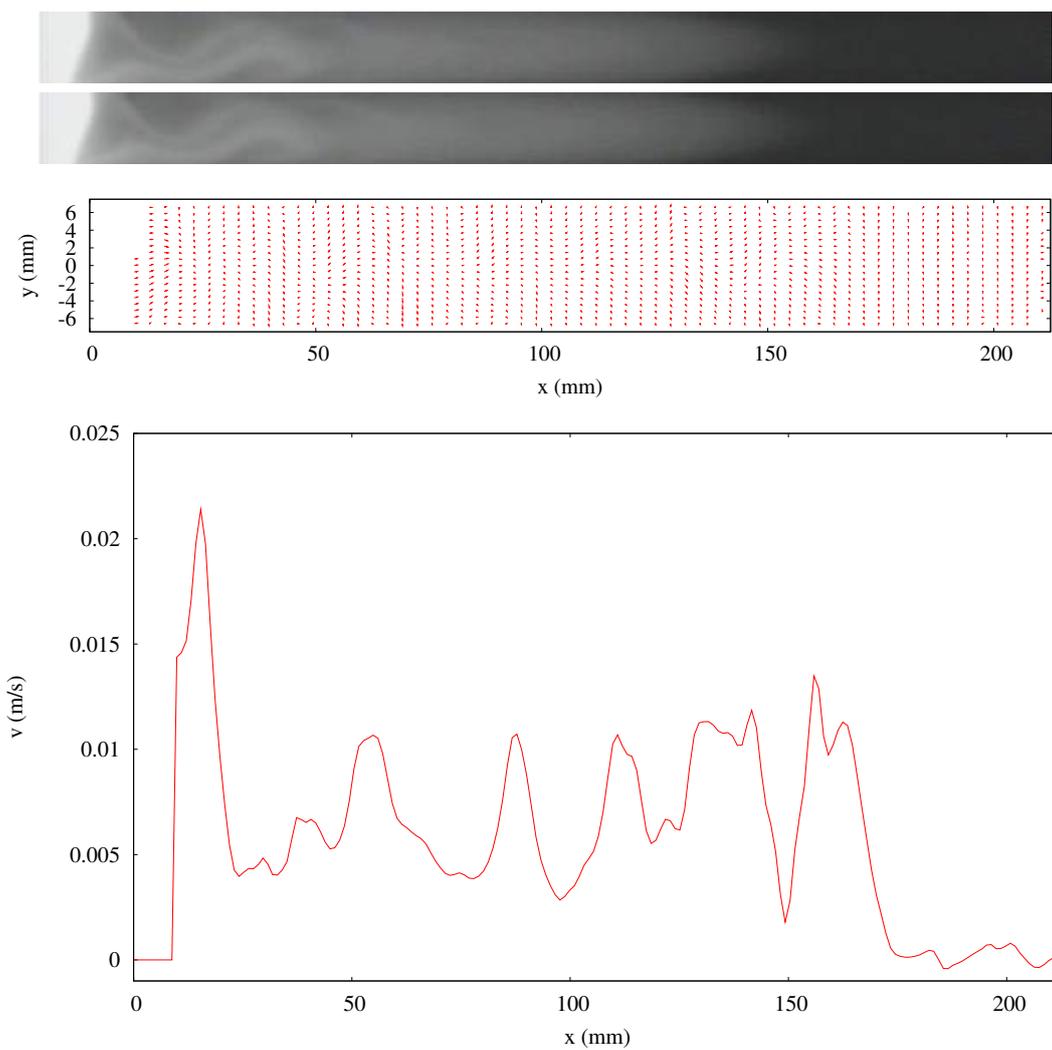


Figura 7.11: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 15 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$

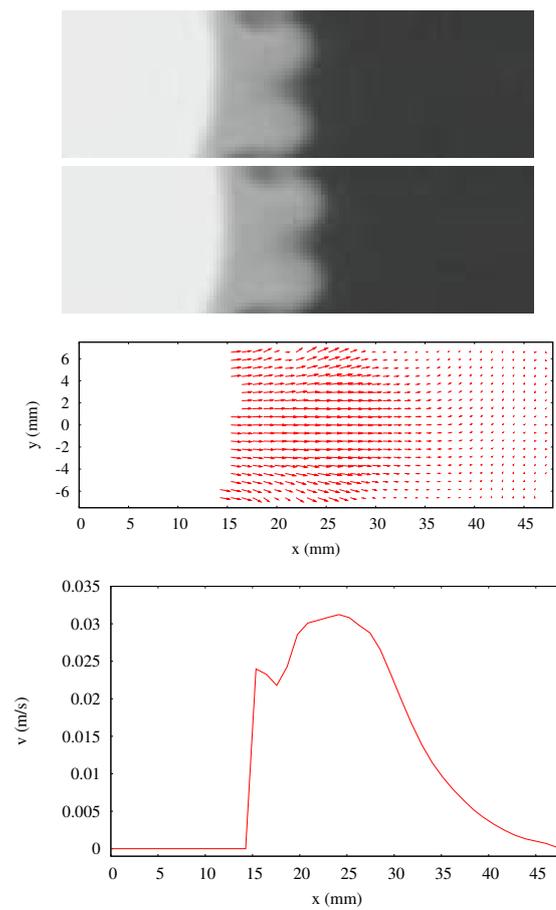


Figura 7.12: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 15 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 8^{\circ}\text{C}$

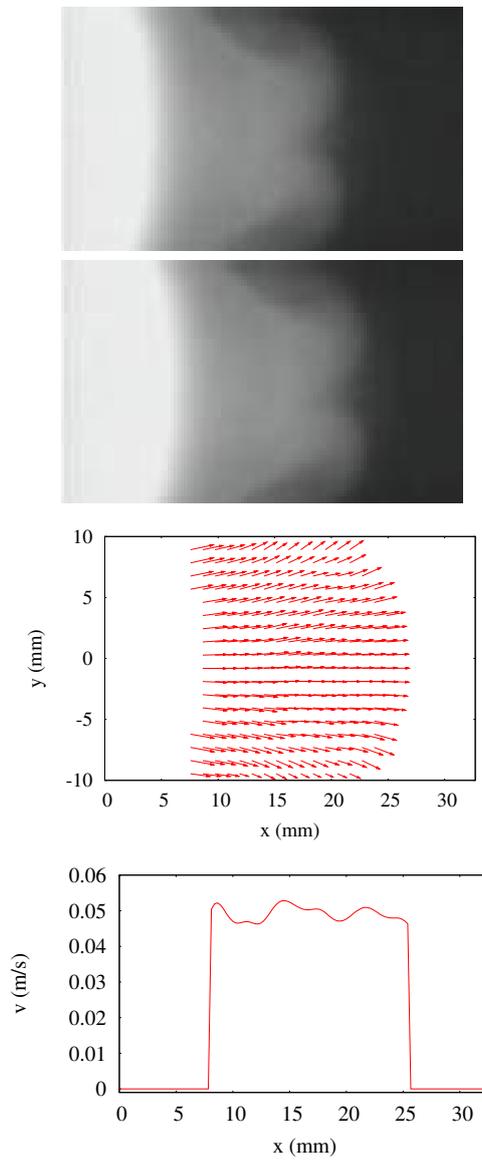


Figura 7.13: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 20 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$

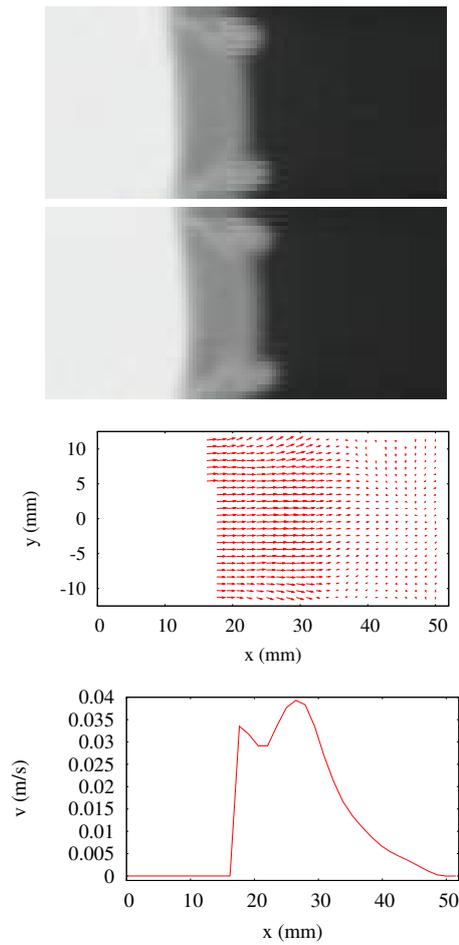


Figura 7.14: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 25 mm de ancho con n-propanol, $T_{\infty} = 2^{\circ}\text{C}$

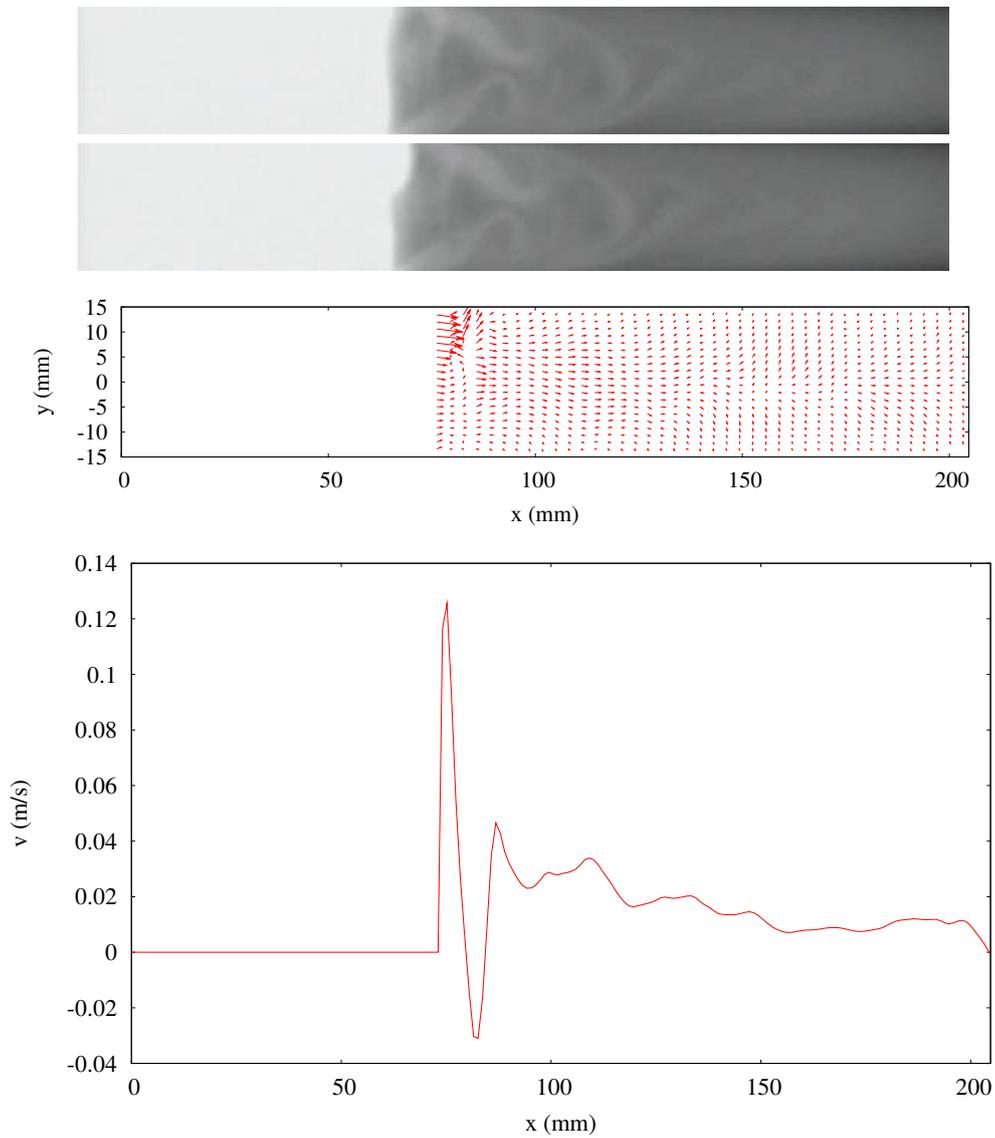


Figura 7.15: Estimación del flujo óptico para un caso representativo del régimen pulsante en un canal de 30 mm de ancho con n-propanol, $T_\infty = 0^\circ\text{C}$

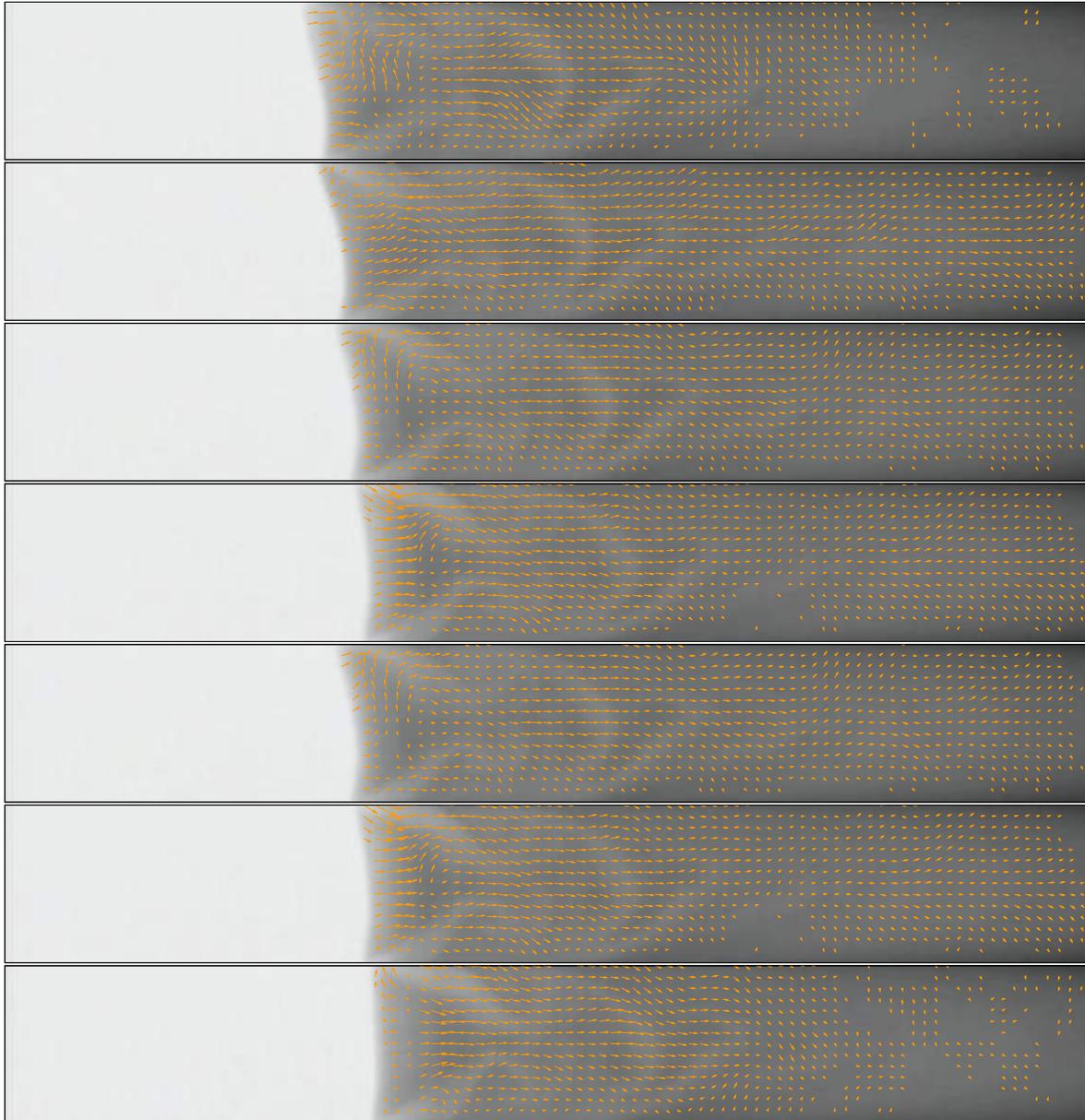


Figura 7.16: Campo de velocidad, n-propanol, canal de 30mm, $T_{\infty} = 7,1^{\circ}\text{C}$, $t = 0\text{ s}$ a $1,2\text{ s}$ (paso $0,2\text{ s}$)

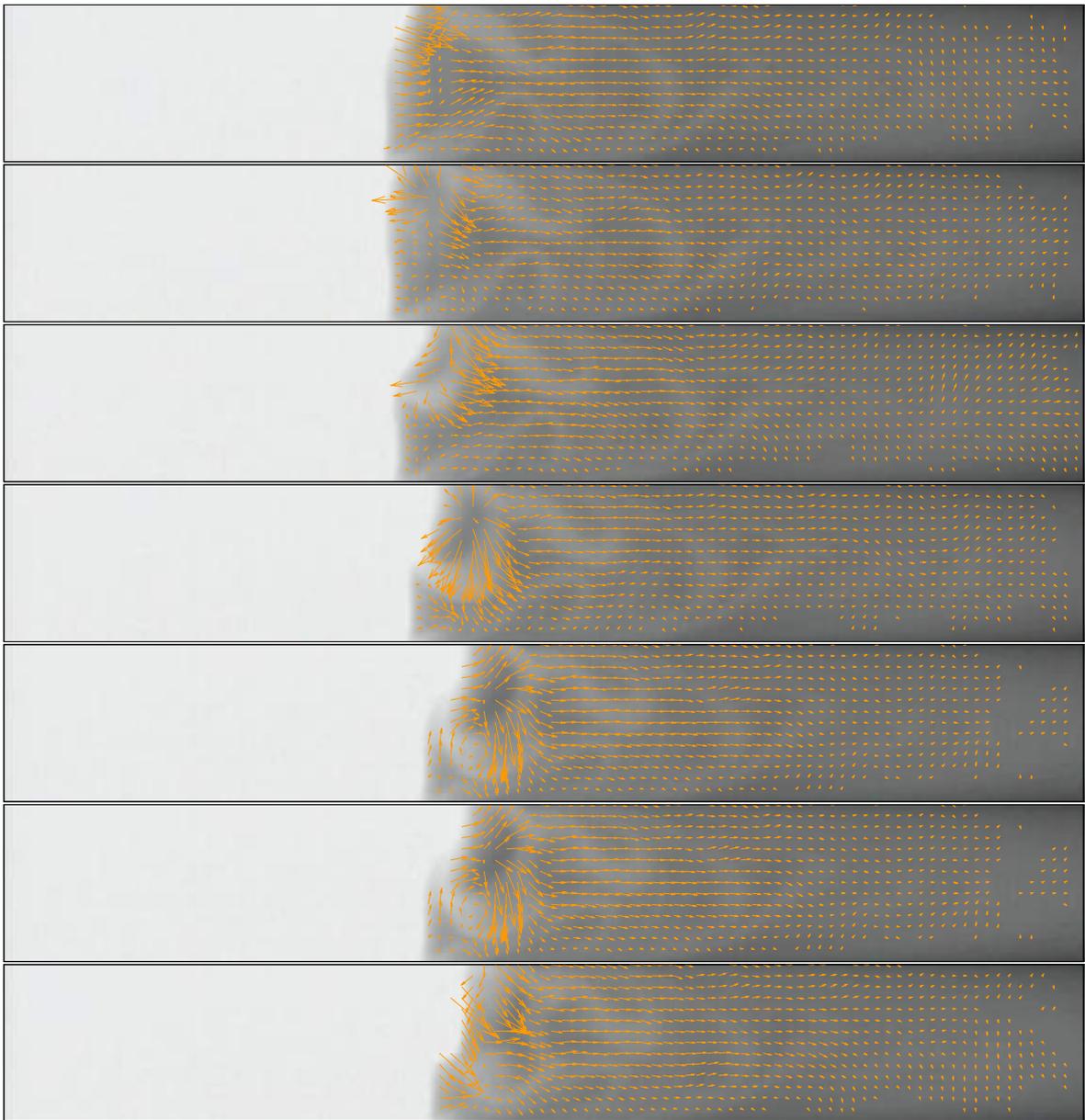


Figura 7.17: Campo de velocidad, n-propanol, canal de 30mm, $T_{\infty} = 7,1^{\circ}\text{C}$, $t = 1.4$, $t = 1,48\text{ s}$, $1.6 - 2.2$

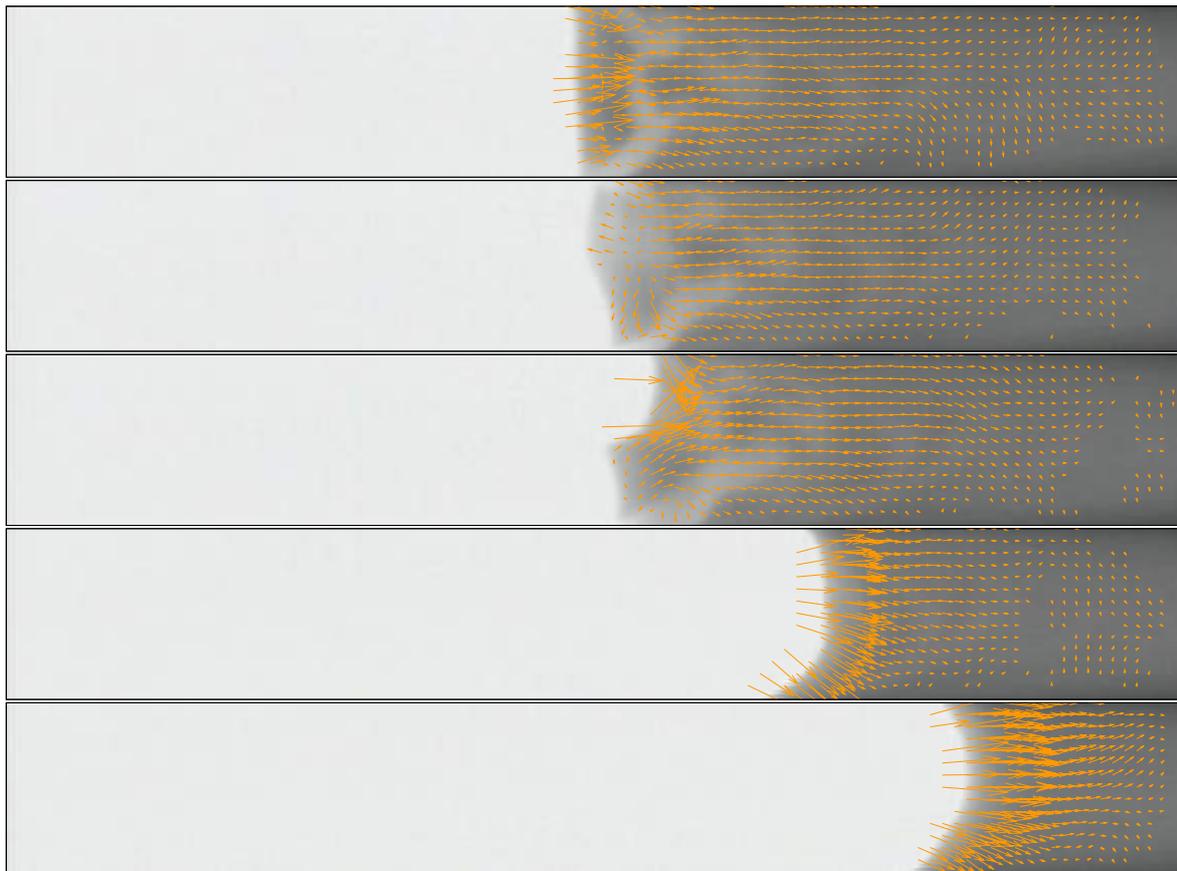


Figura 7.18: Campo de velocidad, n-propanol, canal de 30mm, $T_{\infty} = 7,1^{\circ}\text{C}$, $t = 2,4\text{ s}$ a $3,2\text{ s}$

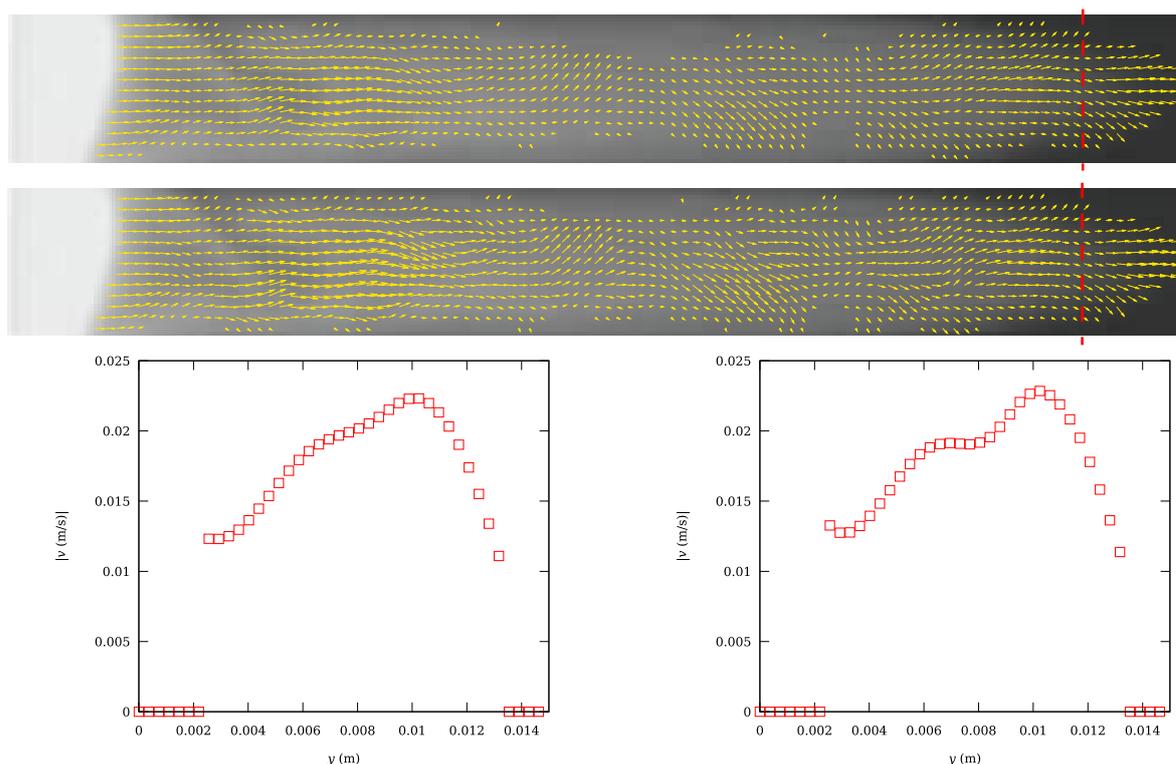


Figura 7.19: Campos de velocidad estimados para n-propanol, ancho del canal: 15 mm, para $\lambda = \gamma = 10$ (arriba), $\lambda = \gamma = 2,5$ (abajo). Módulo de la velocidad en $x = 0,1034$ m, para para $\lambda = \gamma = 10$ (izquierda), $\lambda = \gamma = 2,5$ (derecha)

Una observación inicial de estos campos permite observar, además, la relación de dichas asimetrías en el frente de llama con el inicio de la fase rápida de propagación en el régimen pulsante y la presencia de las ondas térmicas generadas por las subpulsaciones de la llama en la región adyacente a su frente de propagación, debido a las fuertes oscilaciones en la tensión superficial de la fase condensada causadas por dichas subpulsaciones, la que no ha sido descrita, hasta ahora, en la literatura.

7.4.3. Influencia de los parámetros en la bondad del resultado

Diferentes valores para los multiplicadores de Lagrange λ and γ fueron utilizados para aproximar el valor óptimo de estos parámetros heurísticos. La restricción de suavidad aplicada a los campos de divergencia y rotacional del regularizador propuesto ($\gamma [|\nabla \xi_d|^2 + |\nabla \xi_r|^2]$), en vez de imponer tal condición a los campos de velocidad directamente (como en el modelo fundacional de Horn y Schunck), asegura la estabilidad del módulo del campo de velocidades, a la par de que las propiedades geométricas de dicho campo se alteran en menor medida al no ser aplicadas directamente sobre éste (fig. 7.19).

7.5. Discusión

7.5.1. Comparación de los métodos de estimación del flujo óptico

Al observar los resultados de las estimaciones del flujo óptico para un par de frames representativo, diferencias locales relevantes entre las aproximaciones utilizadas son apreciables. El método clásico de Horn y Schunck –figura 7.20(a)– introduce un artefacto de suavizado que «aplana» fuertemente

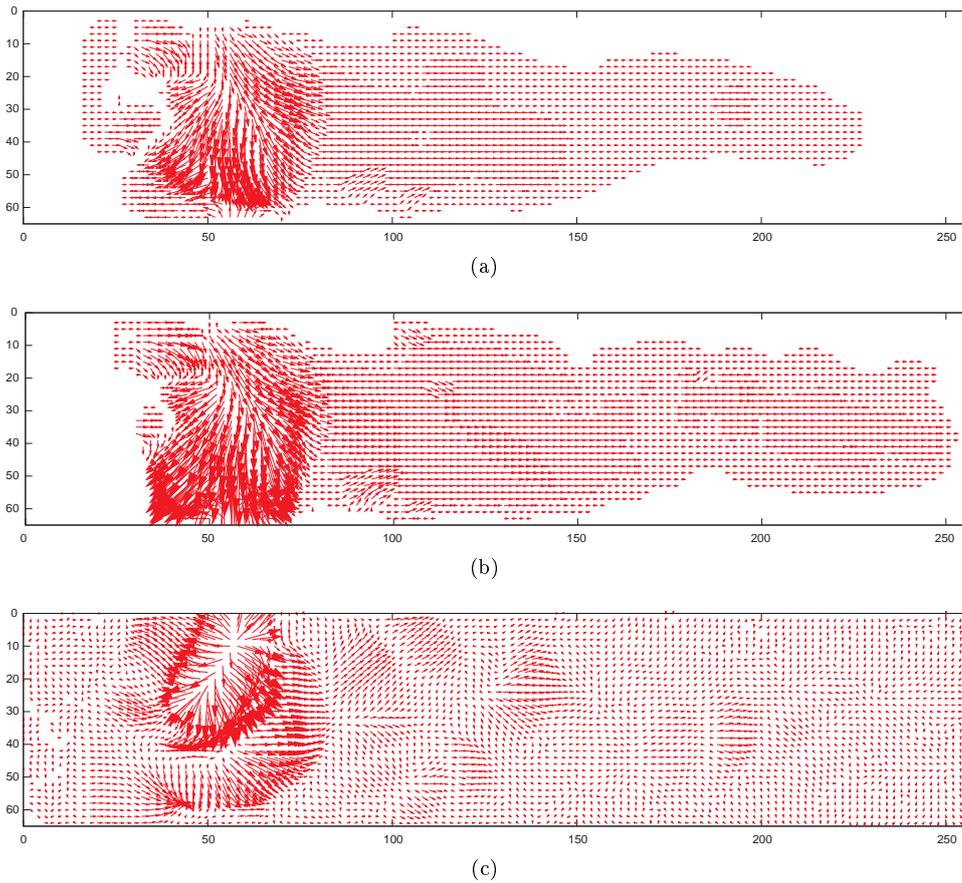


Figura 7.20: Comparación entre los resultados de la estimación del flujo óptico en los cuadros consecutivos de la figura 7.5: (a) modelo simple de Horn-Schunck ($R(u, v) = \alpha [|\nabla u|^2 + |\nabla v|^2]$), (b) método de diferencias finitas aplicado a un funcional de intensidad con un regularizador div-curl (5.7)– y (c) estimación multiresolución basada en wavelets. Todos los resultados fueron obtenidos para $\lambda = 2,5$ y $\gamma = 2,5$. Las unidades de los ejes están en píxeles.

buena parte del detalle del campo de movimiento estimado. Aplicando directamente una optimización al funcional de flujo óptico adaptado por el regularizador tipo divergencia-rotacional propuesto, mediante cálculo variacional, se obtiene el campo de la figura 7.20(b). Éste presenta mejores propiedades geométricas que el anterior modelo, con un mayor grado de detalle en las regiones en las que estructuras diferenciadas se mueven sobre el «fondo» del fluido más frío, si bien en determinadas regiones se observan variaciones locales de la velocidad injustificadamente grandes que pueden inducir discontinuidades en el campo, lo que podría deberse a un fenómeno análogo al de Gibbs (esto es, a un artefacto causado por un muestreo temporal a una frecuencia no suficientemente alta como para capturar las variaciones rápidas de posición, esto es, las frecuencias muy altas).

El método multiresolución entregó resultados especialmente interesantes (fig. 7.20(c)) tanto para las propiedades geométricas del campo de velocidades estimado como para los valores de error (apartado 5.25). Estos valores son calculados como la suma de cuadrados de diferencias obtenidos después de restar la intensidad del píxel «objetivo» (en el segundo cuadro) y la del píxel «origen» (en el primer cuadro) arrastrado a la posición del píxel objetivo mediante el vector de desplazamiento estimado para su posición, tal como se propuso en el apartado 5.4 y se ha indicado en el 7.3.2. La figura 7.21 presenta los errores obtenidos utilizando ese método, normalizados al intervalo de niveles de gris definido por los valores máximo y mínimo de las intensidades en la región de Marangoni observable en las imágenes empleadas.

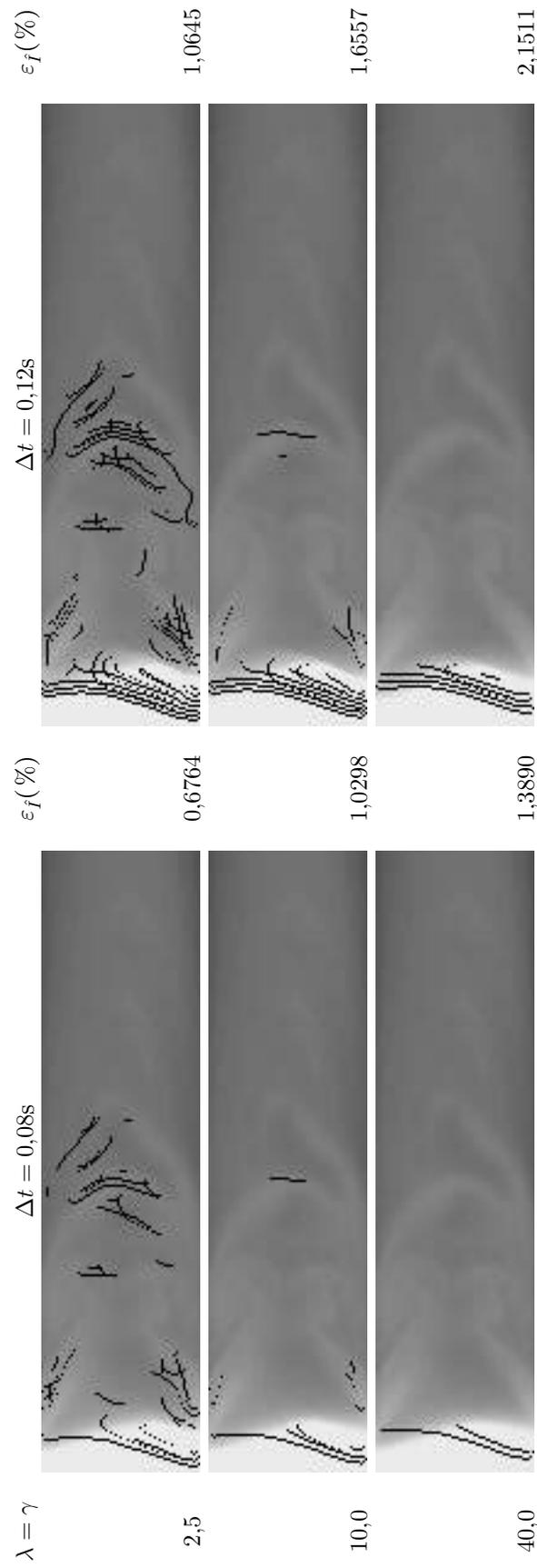


Figura 7.21: Estimación del error para un conjunto de dos pares de imágenes de la secuencia, partiendo de la misma imagen inicial y variando la distancia de ésta a la final en 0,08s (columna de la izquierda) y 0,12s (columna de la derecha). El intervalo de niveles de gris para la región de Marangoni en estas imágenes es de 120. Usando este valor, se calculó la desviación porcentual global en cada par de imágenes, $\epsilon_f (\%)$.

7.5.2. Estudio de los campos de velocidad

Según las observaciones realizadas en este trabajo y mencionadas en apartados anteriores, la aparición de diferentes regímenes de propagación en experimentos realizados sobre combustibles líquidos se debe a la presencia de fenómenos de transporte en la superficie del combustible, a diferencia del caso más sencillo de propagación sobre combustibles sólidos en el que, para un rango intermedio de temperaturas, la velocidad media de avance del frente de llama es significativamente menor.

La dinámica de estos mecanismos de transporte se manifiesta a través del comportamiento de las estructuras térmicas que se desarrollan en la superficie del combustible y que, con su presencia, condicionan la vaporización del mismo favoreciendo la ignición y, por ende, la propagación de la llama. Las herramientas metodológicas e informáticas que permiten la observación de dicho comportamiento, propuestas en el capítulo 5, se han aplicado a casos representativos, obteniéndose los resultados que se presentan a continuación.

7.5.2.1. Relación entre campos de velocidad y de temperatura

Una descripción cualitativa global de la aparición de estructuras térmicas en superficie y su dependencia con los parámetros experimentales utilizados en este trabajo puede conseguirse mediante la representación de los experimentos realizados en el plano temperatura – anchura del canal; en cada experimento se observa una tipología dada (en el caso del iso–propanol, una sola clase con un caso particular, en el del n–propanol, una serie de clases según lo descrito en la figura 7.1). El resto de los puntos se clasifican por su distancia a los puntos experimentales, etiquetándolos adecuadamente por el color asignado al punto experimental más cercano, en el sentido de la norma del mínimo (figuras 7.22 y 7.23).

Iso–propanol En el iso–propanol, la notoria suavidad del campo de temperaturas en la zona de Marangoni, cuya causa está por determinar, convierte en trivial, por comparación con el n–propanol, la relación entre regímenes y estructuras. Analizando detalladamente las observaciones, apenas si se podría hablar de una sola clase (denominada 1) con una subclase larga, (análoga a la del n–propanol a bajas temperaturas y canales estrechos) y una subclase corta, predominante, que presenta una gran estabilidad e, igualmente, alta simetría axial (las subclases se encuentran en las regiones azul y magenta de la del esquema presentado en la figura 7.22).

Este resultado no deja de ser sorprendente, pues los valores de la viscosidad (que junto con la anchura del canal y la velocidad observada determina el número adimensional de Reynolds) y el número de Prandtl (que relaciona las propiedades de transporte de momento y de temperatura) son bastante cercanos para uno y otro fluido, lo que indica una gran complejidad en la forma en la que los parámetros experimentales se relacionan para determinar la aparición de estructuras en la zona termocapilar debidas a las corrientes de Marangoni, más difusas en el caso del iso–propanol (tanto como para confundir a los investigadores por mucho tiempo sobre la presencia de un hipotético «valle frío»).

n–Propanol El n–propanol mostró un comportamiento más variable en lo que respecta a las corrientes de Marangoni eyectadas desde las regiones de la interfase ubicadas inmediatamente debajo de la llama. La figura 7.23 muestra los valores de temperatura inicial y ancho de canal para los que los diferentes tipos de estructuras (tabla 7.2) se hacen presentes.

Esta mayor riqueza de comportamientos no es fácil de predecir ni de explicar con una aproximación simple que parta de los parámetros físicos y químicos de cada fluido por separado. En n–propanol, a

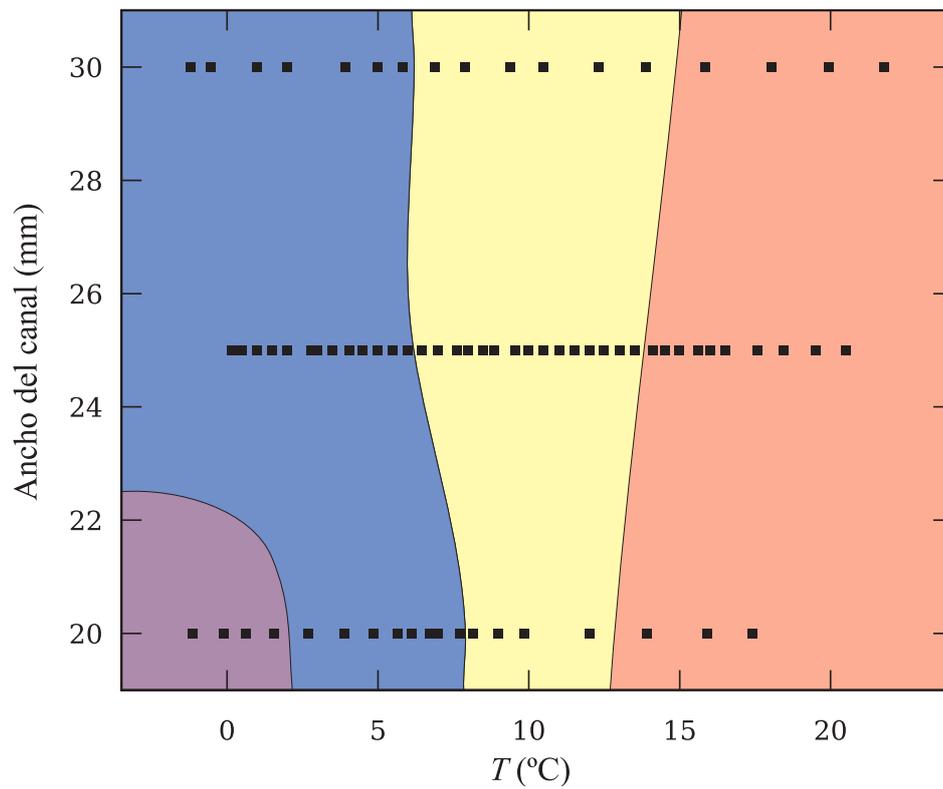


Figura 7.22: Tipos de estructuras en función del ancho y la temperatura para isopropanol. Sólo se observó una clase aunque, por longitud, podría hablarse de una subclase con una zona termocapilar más larga y suave en canales estrechos a bajas temperaturas (violeta). Las regiones amarilla y roja de la gráfica representan, de nuevo, las regiones correspondientes a los regímenes uniforme lento y rápido, en los que no se observó región termocapilar.

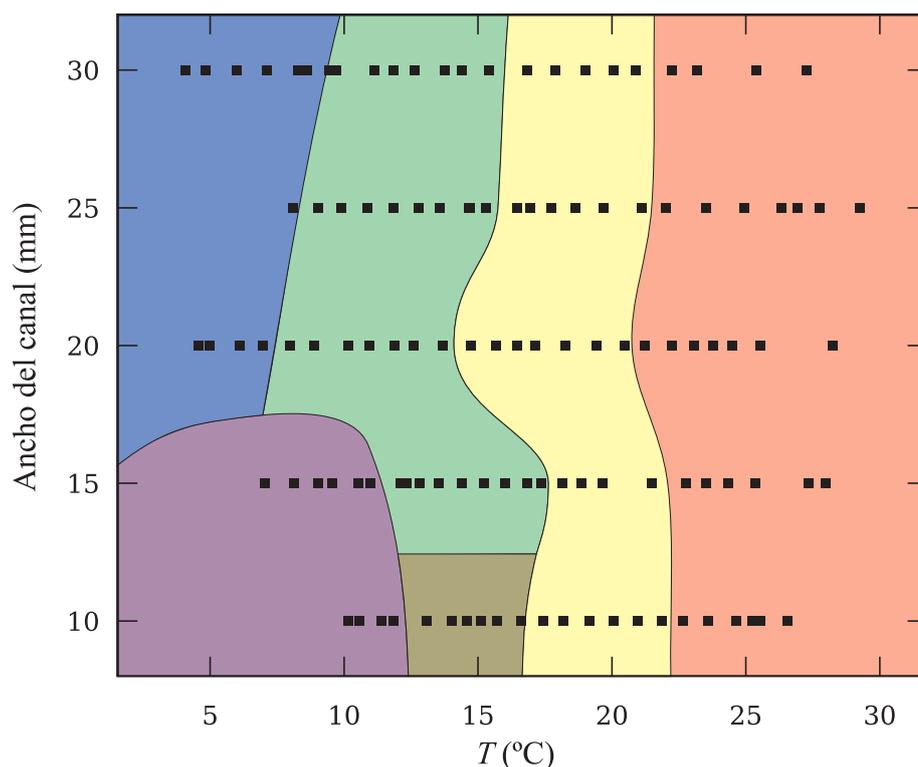


Figura 7.23: Tipos de estructuras en función del ancho y la temperatura para *n*-propanol, correspondiendo (según la clasificación del cuadro 7.1) el azul a la clase 2, el púrpura a la clase 3, el oliva a la clase 4 y el verde a la clase 5. Amarillo y rojo corresponden a los regímenes uniformes en donde no es observable una región de Marangoni.

diferencia de la tendencia de los dos jets simétricos y suaves (corrientes de Marangoni) que emergen de regiones cercanas a las paredes del canal en la vecindad del frente de llama para el iso-propanol, los jets que recorren la superficie de la zona termocapilar no tienden a converger y decaer suavemente en el mapa de temperaturas, sino que se separan en forma de «T», causando vorticidades laterales hacia la pared del canal además de los mencionados flujos convergentes. Dicho comportamiento, en temperaturas intermedias y para canales más anchos, configura la clase 5, en la que una única separación en «te» para cada jet crea dos vórtices casi simétricos debidos a los brazos externos de las «tes», y una zona de convergencia de los brazos internos de cada «te», más nítida y localizada que en el isopropanol, delimitando la región que se describía, en trabajos previos, como «valle frío» (pero que está, efectivamente, a mayor temperatura que regiones afectadas por los flujos de Marangoni pero más distantes de dicho frente, luego el término «valle frío» se hace obsoleto).

A temperaturas más bajas y canales más anchos, esta convergencia no se produce y cada jet evoluciona separadamente, generando una estructura similar a las calles de Von Karman (clase 4). Canales más estrechos limitan el movimiento de los vórtices, generando una lengua térmica larga y suave hacia adelante que, sin embargo, presenta marcadas vorticidades en los laterales (clase 3). Un caso particular sucede a canales ligeramente más anchos y temperaturas bajas, donde la inercia térmica sumada a una velocidad de propagación mayor impiden la formación de una lengua, quedando dos vórtices laterales atrasados y una región de Marangoni corta, nítida y convexa hacia adelante (clase 2). El cuadro 7.2 presenta la notoria analogía existente entre estas estructuras y aquellas resultantes de la variación del número de Reynolds en un flujo que supera un obstáculo cilíndrico, lo que indica una posible dependencia de la aparición de cada una de esas estructuras con el Reynolds asociado a cada configuración experimental (ancho, T_∞ , combustible empleado). Un resultado experimental

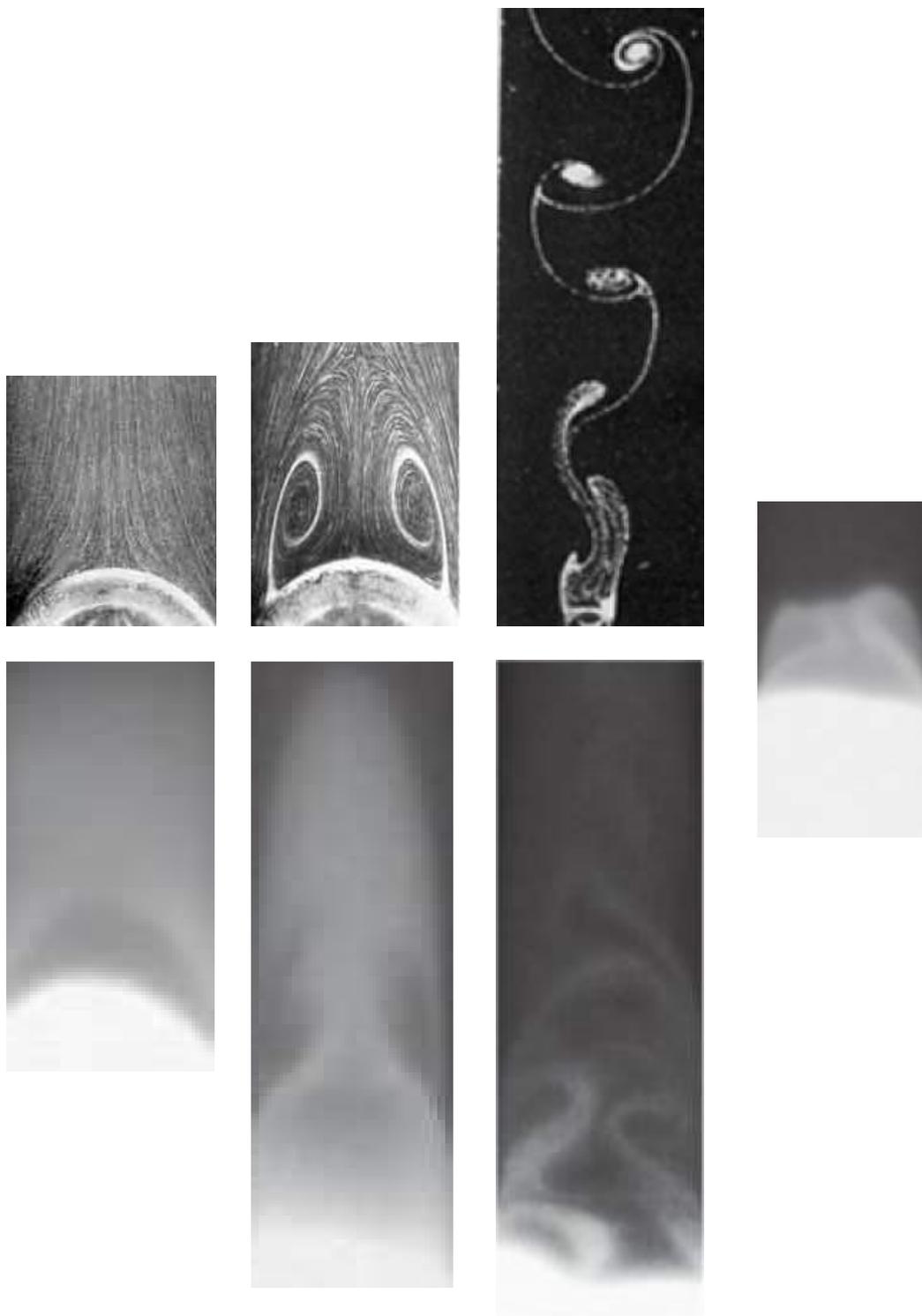


Tabla 7.2: Estructuras vorticiales presentes a altos gradientes de temperatura ($T_{l\grave{a}m\grave{a}r} - T_{\infty}$) en canales anchos (izquierda). La columna de la derecha muestra el comportamiento análogo con las estructuras vorticiales que aparecen en el flujo laminar en presencia de un obstáculo (para este ejemplo, un cilindro de corte esférico), con número de Reynolds de 17,9, 73,6 y 163,0 respectivamente. La imagen inferior presenta el caso de una estructura de tipo 5, sin analogía directa.

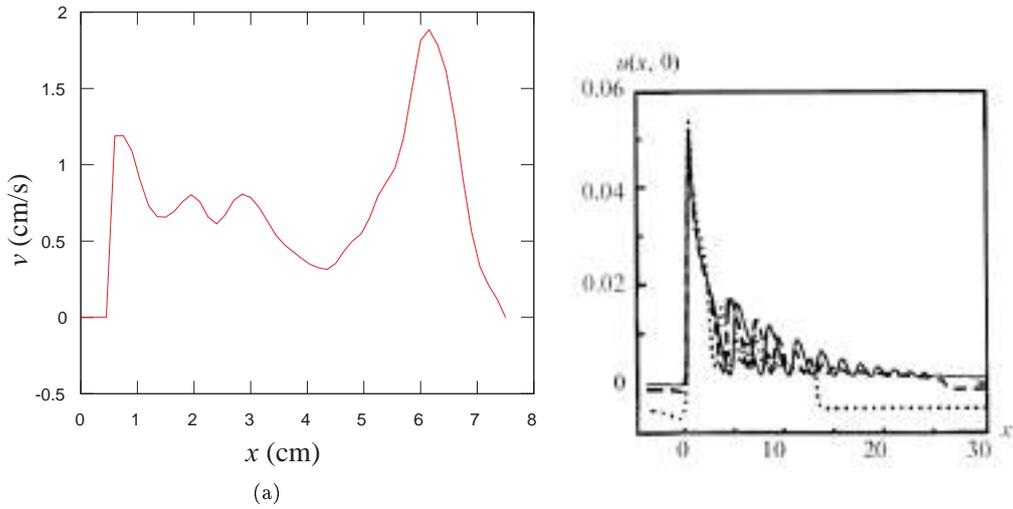


Figura 7.24: Comparación de campos de velocidad en la línea central del canal. (a) Valores experimentales obtenidos por flujo óptico en isopropanol ($T_\infty = x$, $chw=25\text{mm}$). (b) Predicción teórica según [38]

interesante, sólo observable mediante el método propuesto, consiste en la aparición de «ondas de velocidad» que se propagan sobre la zona de Marangoni, hasta alcanzar su borde. Aunque en principio se podría pensar que se trata de un artefacto de la solución numérica de la estimación del flujo óptico, al revisar la bibliografía se encuentran descripciones de ese mismo fenómeno predichas por modelos teóricos, lo que se puede observar en el trabajo de Higuera [38]. La figura 7.24 presenta la comparación entre los resultados experimentales de este trabajo y los propios de la simulación numérica basada en el modelo de Higuera.

Una forma de validar, desde el punto de vista físico, el método multirresolución propuesto es la reproducción de las estructuras térmicas desarrolladas a lo largo de la propagación de la llama en el tiempo, para bajas temperaturas, en la superficie del combustible. Esto se puede llevar a cabo mediante la ubicación de «partículas virtuales» a manera de una matriz de sondas en un instante arbitrario de la secuencia de vídeo y, luego, desplazar cada una de esas sondas con la velocidad correspondiente a su posición espacial (interpolada a partir del segundo par de frames).

Al permitir que dichas sondas se muevan con la velocidad instantánea asociada a su posición en cada frame, ellas pronto recrean, mediante su distribución espacial a manera de densidad, la distribución de temperaturas correspondiente a cada frame de la secuencia para su tiempo correspondiente (figura 7.25). Así, tras ser liberadas las sondas para ser arrastradas (y distribuidas) únicamente por la información de velocidad, rápidamente la densidad de sondas converge a las estructuras térmicas observadas en los mapas de temperaturas, lo que da una idea de la bondad del resultado.

7.5.2.2. Clasificación de estructuras térmicas respecto a los parámetros experimentales

Para buscar el mecanismo que induce la aparición de diferentes estructuras en la zona termocapilar de acuerdo a los parámetros físicos (y químicos) incidentes en el fenómeno, se deben seleccionar los valores característicos de las variables relevantes para el sistema. De la adimensionalización de las ecuación de Navier–Stokes para el transporte de momento

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{v}$$

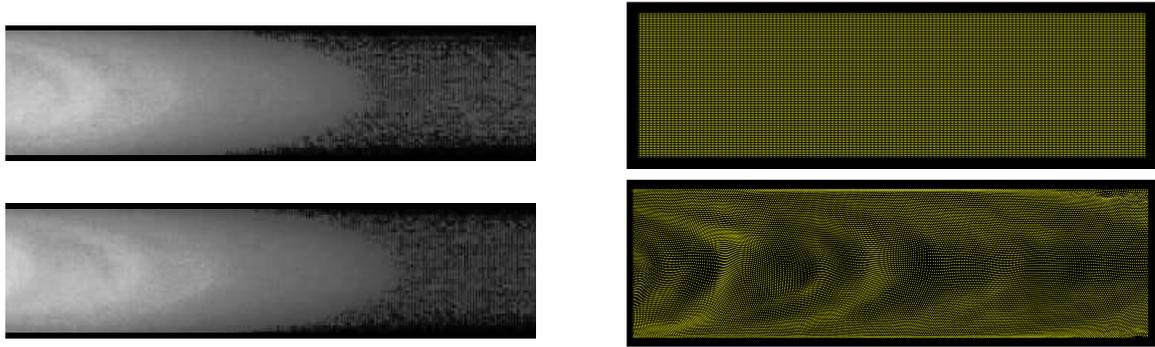


Figura 7.25: Thermographic ROIs (left) acquired with 0,6 seconds of difference (30 frames); initial probe matrix (top-right) evolves according to fluid motion fields along the acquisition time, converging to a spatial structure (bottom-right) closely resembling the heat distribution (bottom-left) on the fluid surface.

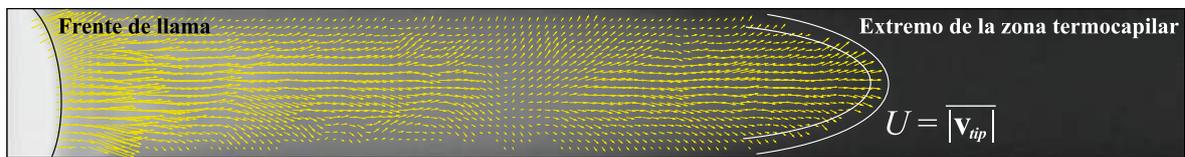
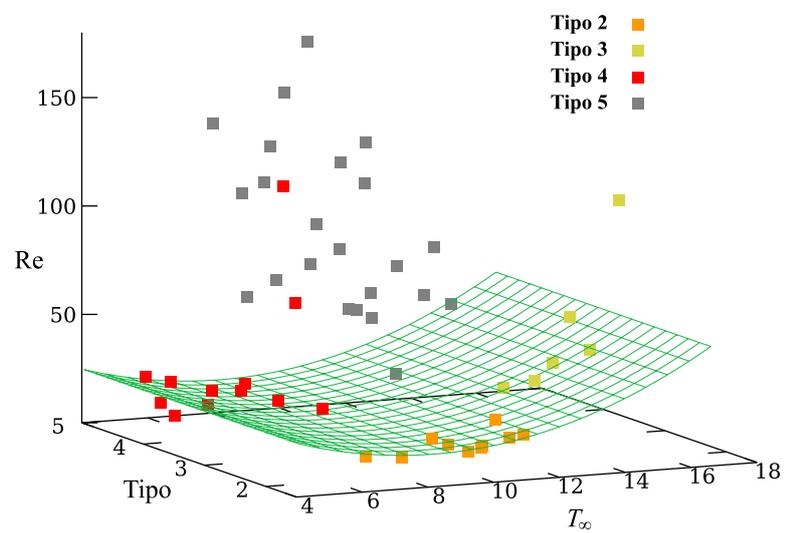


Figura 7.26: Región del campo de velocidades de la que es extraída la velocidad característica del fluido en la zona termocapilar.

$$\text{Re} = \frac{UL}{\nu}$$

se puede inferir la importancia del número de Reynolds en los procesos que involucren cambios locales en la velocidad de propagación del fluido. En todo caso, dicho número adimensional depende de una velocidad propia del fenómeno; para este estudio, se ha escogido como longitud característica, L , el ancho del canal y como velocidad característica, U , la razón de avance del borde de la zona termocapilar (obtenida por el método de estimación propuesto en este trabajo), por ser ésta siempre mayor que la velocidad de avance de la llama en fases en las que las corrientes de Marangoni desarrollan las estructuras observables en vídeo termográfico y hacen crecer la propia zona de precalentamiento (figura 7.26).

Siendo trivial el caso del iso-propanol, es de interés buscar en el n-propanol una relación cuantificable entre el tipo de estructuras obtenidas en superficie, la temperatura inicial del combustible y el número de Reynolds estimado. La figura 7.27 muestra la distribución generada por dicha representación según los datos experimentales de este trabajo. Se observa que, a pesar de la aparente dispersión, existe una relación prácticamente cuadrática entre la temperatura inicial y el número de Reynolds para las clases 2, 3 y 4, mientras que el tipo 5 se ubica de forma más o menos dispersa, si bien presenta valores de Reynolds significativamente mayores a los demás regímenes, lo que lo distancia de la relación cuadrática representada mediante la hoja parabólica en la citada figura.

Figura 7.27: Clasificación de regímenes en función de Re y T_{∞}

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Contribuciones metodológicas

Desde el punto de vista metodológico, objeto principal de este trabajo, cabe resaltar algunas de las aportaciones más relevantes introducidas tras el desarrollo de la presente Tesis Doctoral.

Como se presentó en los capítulos 4 y 6, se implementaron herramientas básicas de visión artificial que permitieron extender el estudio de diferentes aspectos de interés en el estudio del fenómeno de propagación de llamas sobre combustible líquido bajo la aproximación 1D + profundidad, de forma no invasiva e incorporando las ventajas de las medidas en el espectro infrarrojo (termografía).

Asimismo, como se expuso en los capítulos 5 y 7, se ha propuesto e implementado una primera aproximación a la medida directa del transporte de masa y energía en 2D (flujos superficiales) mediante la implementación de un método no invasivo basado en procesamiento de vídeo digital que extiende y mejora la aproximación de la estimación del Flujo Óptico aplicada a secuencias de vídeo termográfico. Este esquema ha permitido, a su vez, desarrollar un modelo general para la medida robusta de velocidades locales en fluidos, a través de la implementación la estimación en un esquema de solución multiresolución wavelet susceptible de ser adaptado a las condiciones y características de cada problema particular.

Contribuciones físicas: nuevas observaciones

Gracias a las herramientas metodológicas desarrolladas, fue posible dar, en esta Tesis Doctoral, un primer paso para la caracterización de fenómenos observados en trabajos previos. A continuación se describen los más relevantes.

Las pulsaciones de alta frecuencia estarían mal descritas al ser denominadas «subpulsaciones», pues no se encontró una relación de causalidad entre éstas y las pulsaciones de menor frecuencia y mayor amplitud que dan nombre al régimen pulsante. En efecto, dichas pulsaciones rápidas ocurren también en el régimen uniforme lento. Por otro lado, la superposición de ambos mecanismos en el régimen pulsante, en el que las pulsaciones de alta frecuencia ocurren indistintamente en todas las fases del ciclo de velocidad de avance de la llama, podría indicar que se trata de fenómenos independientes y desacoplados.

Las ondas termocapilares en la superficie del combustible se deben a las pulsaciones de alta frecuencia, que acercan y alejan el vértice de la llama triple, zona altamente exotérmica que produce fuertes

gradientes de temperatura en la interfase y, por ende, variaciones periódicas de la tensión superficial, lo que genera, por continuidad de la superficie dilatada y, probablemente, por bruscas variaciones periódicas de presión, un tren de ondas capilogravitatorias que se aleja del frente de llama. El estudio de este tren de ondas es objeto de interés para futuros trabajos experimentales y teóricos.

De otra parte, es notorio el hallazgo de regularidades en la velocidad de propagación para ciertos regímenes complejos, en particular para los regímenes de extinción en canales estrechos, cuyo comportamiento es análogo al observado en canales más anchos dentro del régimen pulsante, como se puntualizó en el capítulo 6.

Una descripción cualitativa de las estructuras presentes en la fase condensada para temperaturas bajas se presentó en el capítulo 7. Dichas estructuras provienen de la eyección de dos corrientes de chorro desde la superficie del líquido ubicada bajo la llama a lo largo de la porción del canal que ha sido cubierta por la misma. Una vez dichas corrientes son expulsadas a la región de Marangoni, fuera de la superficie cubierta por la llama, las estructuras producidas por dichas corrientes presentan diferentes comportamientos, dependiendo de la temperatura inicial del combustible (relacionada con la temperatura de la zona termocapilar) y del ancho del canal empleado para cada experimento. Descripciones y modelos basados en conceptos como el del llamado «valle frío» (y su hipotética contribución a la presencia de pulsaciones en la velocidad de propagación) se hacen, bajo estas observaciones, obsoletos, pues corresponden simplemente al resultado de simplificar las observaciones a geometrías particulares (como cortes 1D del mapa de temperatura a lo largo de la línea central del canal).

Trabajo futuro

Algunas líneas de desarrollo que emergen naturalmente de los resultados obtenidos en este trabajo pueden enumerarse de la siguiente manera

- Es necesario proponer una hipótesis para la diferencia de velocidades de propagación del frente de llama entre los combustibles utilizados, iso- y n-propanol, cuyos parámetros físicos y químicos son cercanos.
- Se deben describir los mecanismos que generan diferentes estructuras térmicas en superficie para cada fluido en condiciones experimentales similares
- Se requiere hacer una descripción cuantitativa de las ondas termocapilares en la superficie del combustible líquido, caracterizando la dependencia entre dichas ondas y las pulsaciones de alta frecuencia.
- El método de estimación multirresolución puede extenderse y mejorarse aún más, incluyendo
 - Multirresolución para la variable temporal
 - Aplicación de operadores anisotrópicos
 - Uso de conocimiento a priori de las estructuras observadas (segmentación de regiones).
- Con todo lo estudiado hasta el momento y modelando algunas de las características observadas experimentalmente, se debe abordar la simulación del sistema mediante el planteamiento del problema directo.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] T. Kinbara. Surface combustion phenomena of liquids (en japonés). Technical report, Bulletin Inst. for Physical Chemistry Research, Tokyo, Japón, 1930.
- [2] J. H. Burgoyne and A. F. Roberts. The spread of flame across a liquid surface-i: the induction period. *Proceedings of the Royal Society A*, 308:55–68, 1968.
- [3] R. Mackinven, J. Hansel, and I. Glassman. Influence of laboratory parameters on flame spread across liquid fuels. *Combustion Science and Technology*, 1:293–306, 1970.
- [4] W. A. Siringnano and I. Glassman. Flame spreading above liquid fuels: Surface-tension-driven flows. *Combustion science and technology*, 1:307–312, 1970.
- [5] K. Akita and O. Fujiwara. Pulsating flame spread along the surface of liquid fuels. *Combustion and Flame*, 17:268–269, 1971.
- [6] W. A. Sirignano. A critical discussion of theories of flame spread across solid and liquid fuels. *Combustion science and technology*, 6:95–105, 1972.
- [7] K. Akita. Some problems of flame spread along a liquid surface. *Proc. 14th Symp. on Combustion*, page 1075, 1973.
- [8] B. K. P. Horn and B. G. Schunck. Determining optical flow. *Artif. Intell.*, 17(1-3):185–203, 1981.
- [9] B. D. Lucas and T. Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In *Proceedings of Imaging understanding workshop*, pages 121–130, 1981.
- [10] S. G. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11:674–693, 1989.
- [11] C. Di Blasi, S. Crescitelli, and G. Russo. Model of pulsating flame spreading across liquid fuels. In *Twenty-Third Symposium (International) on Combustion/The Combustion Institute*, pages 1669–1675, Orleans, 1990.
- [12] A. Ito, D. Masuda, and K. Saito. A study of spread over alcohols using holographic interferometry. *Combustion and Flame*, 83:375–389, 1991.
- [13] A. Latto, H. L. Resnikoff, and A. E. Tenenbaum. The evaluation of connection coefficients of compactly supported wavelets. In *Proceedings of the French-USA Workshop on Wavelets and Turbulence*, New York, 1991. Springer-Verlag.
- [14] J. L. Barron, D. J. Fleet, S. S. Beauchemin, and T. A. Burkitt. Performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, 12:43–77, 1994.

- [15] P. García-Ybarra, J. Antoranz, V. Sankovitch, and J. L. Castillo. Experimental evidence of self-excited relaxation oscillations leading to homoclinic behaviour in spreading flames. *Physical Review E*, 49(6):5225–5230, 1994.
- [16] A. Liñán. Combustion in high speed flows. *Proc. ICASE Meeting, 1992*, 1994.
- [17] H. Ross. Ignition and flame spreading over laboratory-scale pools of pure liquid fuels. *Prog. Energy Combustion Science*, 20:17–63, 1994.
- [18] D. Suter. Motion estimation and vector splines. In *CVPR94*, pages 939–942, 1994.
- [19] P. E. Luebcke, P. M. Dickson, and J. E. Field. An experimental study of the deflagration-to-detonation transition in granular secondary explosives. *Proceedings: Mathematical and Physical Sciences*, 448(1934):439–448, 1995.
- [20] H. D. Ross, F. Miller, D. Schiller, and W. Sirignano. Flame spread across liquids. In *Proc. The 3rd International Microgravity Combustion Workshop*, pages 37–43, 1995.
- [21] P. L. García-Ybarra, J. L. Castillo, J. C. Antoranz, V. Sankovitch, and J. San-Martín. Study of the thermocapillary layer preceding slow, steadily spreading flames over liquid fuels. *Proc. 26th Symp. on Combustion*, pages 1496–1475, 1996.
- [22] H. D. Ross and F. J. Miller. Detailed experiments of flame spread across deep butanol pools. In *Proc. Twenty-sixth International Symposium on Combustion*, pages 1327–1334. Combustion Institute, 1996.
- [23] D. N. Schiller, H. D. Ross, and W. A. Sirignano. Computational analysis of flame spread across alcohol pools. *Combustion Science and Technology*, 118:203–255, 1996.
- [24] I. Daubechies. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Commun. on Pure and Applied Mathematics*, 36:961–1005, 1998.
- [25] E. DeGroot. *Estudio experimental de la propagación de llamas sobre combustible líquido*. PhD thesis, Universidad Nacional de Educación a Distancia, Espana, 1998.
- [26] F. J. Higuera and P. L. García-Ybarra. Steady and oscillatory flame spread over liquid fuels. *Combustion Theory and Modelling*, 2:43–56, 1998.
- [27] T. Konishi. *Flame Spread over Liquid Fuels*. PhD thesis, Oita University, Japón, 1998.
- [28] E. Mémin and P. Pérez. A multigrid approach for hierarchical motion estimation. In *Proc. Int. Conf. Computer Vision*, pages 933–938, 1998.
- [29] M. Oslick, I. R. Linscott, S. Maslakovic, and J. D. Twicken. Computing derivatives of scaling functions and wavelets. In *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, pages 357–360, Pittsburgh, PA, USA, 1998.
- [30] V. Sankovitch, J. C. Antoranz, J. L. Castillo, and P. L. García-Ybarra. Experimental study of oscillatory flame spreading over liquid methanol, 1998.
- [31] A. Ito, T. Konishi, A. Narumi, G. Tashtoush, K. Saito, and C. Cremers. The measurement of surface temperature and vapor concentration profiles for a spreading flame over liquid fuels. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, page 21, 1999.

- [32] G. Tashtoush, A. Ito, T. Konishi, A. Narumi, K. Saito, and C. J. Cremers. The three-d flow structures of gas and liquid generated by a spreading flame over liquid fuel. In *Proc. Fifth International Symposium on Microgravity*, volume 4, pages 329–332, 1999.
- [33] G. Aubert, R. Deriche, and P. Kornprobst. Computing optical flow via variational techniques. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 60(1):156–182, 2000.
- [34] Y. C. Chen and R. W. Bilger. Stabilization mechanisms of lifted laminar flames in axisymmetric jet flows. *Combustion and Flame*, 122:377–399, 2000.
- [35] C. Li-Fen, L. Ja-Chen, and H. Y. M. Liao. Wavelet-based optical flow estimation. *ICPR*, 03:7068, 2000.
- [36] J. L. Castillo, J. C. Antoranz, V. Sankovitch, D. Rodríguez-Pérez, H. Franco, and P. L. García-Ybarra. Proc. twenty-ninth international symposium on combustion. Sapporo, Japan, Julio 2002. ICS.
- [37] T. Corpetti, E. Mémin, and P. Pérez. Dense estimation of fluid flows. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 24(3):365–380, 2002.
- [38] F. Higuera. Liquid-fuel thermocapillary flow induced by a spreading flame. *Journal of Fluid Mechanics*, 473:349–377, 2002.
- [39] F. J. Higuera, J. C. Antoranz, V. Sankovitch, J. L. Castillo, E. Degroote, and P. L. García-Ybarra. The vortical structure of flame spreading over liquid fuels, coherent structures in complex systems. *XVII Sitges Conference on Statistical Mechanics, 2000*, 2002.
- [40] T. Konishi, A. Ito, Y. Kudou, and K. Saito. The role of flame-induced liquid surface wave on pulsating flame spread. In The Combustion Institute, editor, *Proc. 29th Symp. on Combustion*, 2002.
- [41] A. Bindal, J. G. Khinast, and M. G. Ierapetritou. Adaptative multiscale solution of dynamical systems in chemical processes using wavelets. *Computer and Chemical Engineering*, 27:131–142, 2003.
- [42] J. Cai, F. Liu, and W. A. Sirignano. Three-dimensional structures of flames over liquid fuel pools. *Combustion Science and Technology*, 175:2113–2139(27), 2003.
- [43] E. Francomano, A. Tortorici, and V. Calderone. Regularization of optical flow with m-band wavelet transform. *Computers and Mathematics with Applications*, 45:437–452(16), 2003.
- [44] H. Liu, R. Chellappa, and A. Rosenfeld. Fast two-frame multiscale dense optical flow estimation using discrete wavelet filters. *Journal of the Optical Society of America, A* 20:1505–1515, 2003.
- [45] D. Rodríguez-Pérez. Estudio de la estructura y propagación de frentes de llama sobre combustibles líquidos, 2003.
- [46] A. Bruhn, J. Weickert, and C. Schnörr. Lucas/kanade meets horn/schunck: combining local and global optic flow methods. *Int. J. Comput. Vision*, 61(3):211–231, 2005.
- [47] K. Takahashi, A. Ito, Y. Kudo, T. Konishi, and K. Saito. Scaling and instability analyses on flame spread over liquids. In *Proc. of the Combustion Institute*, volume 30, 2005.
- [48] T. S. Varzhanskaya. Boundary condition formulation for viscous fluid flow problems. *Fluid Dynamics*, 4(3):97–98, 2005.

- [49] M. Arigovindan, M. Sühling, P. Jansen, C.P. and. Hunziker, and M. Unser. Full flow/motion-field recovery from pulsed-wave ultrasound doppler data. In *Proceedings of the 2006 IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro*, pages 213–216, 2006.
- [50] T. Corpetti, D. Heitz, G. Arroyo, E. Mémin, and A. Santa-Cruz. Fluid experimental flow estimation based on an optical-flow scheme. *Int. J. Experiments in Fluid*, 40(1):80–97, 2006.
- [51] H. Franco, J.L. Castillo, P.L. Garcia-Ybarra, J.C. Antoranz, and V. Sankovitch. Flame spreading over propanol in narrow channels. In *Proc. of the 31st International Symposium on Combustion*, page 171, Heidelberg, Alemania, 2006.
- [52] P. Ruhnau, A. Stahl, and C. Schnorr. On-line variational estimation of dynamical fluid flows with physics-based spatio-temporal regularization. In *DAGM06*, pages 444–454, 2006.
- [53] G. Roelofs. Portable network graphics, 2008. <http://libpng.org/pub/png/>.
- [54] G. Aubert and P. Kornprobst. *Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations (second edition)*, volume 147 of *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, 2006.
- [55] G. M. Ewing. *Calculus of variations with applications*. W. W. Norton & Co. Inc., New York, 1969.
- [56] FLIR Systems Inc. *Manual de la Termocámara FLIR Thermacam PM695*, 2000.
- [57] A. Quarteroni and A. Valli. *Numerical Approximation of Partial Differential Equations*. Springer Verlag, 2nd edition, 1997.
- [58] S. H. Strogatz. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. Perseus Books Group, 2001.
- [59] A. M. Tekalp. *Digital Video Processing*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1995.
- [60] J. Warnatz, U. Maas, and R. W. Dibble. *Combustion : physical and chemical fundamentals, modeling and simulation, experiments, pollutant formation*. 2nd edition, 1999.
- [61] F. A. Williams. *Combustion Theory*. New York, 1985.

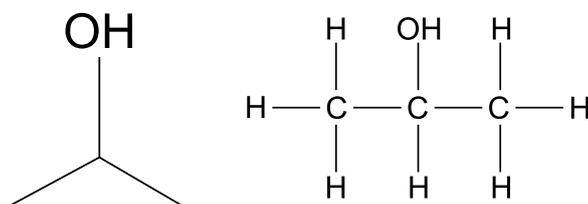
Parte IV

APÉNDICES

Apéndice A

PARÁMETROS FÍSICOS DE LOS COMBUSTIBLES UTILIZADOS

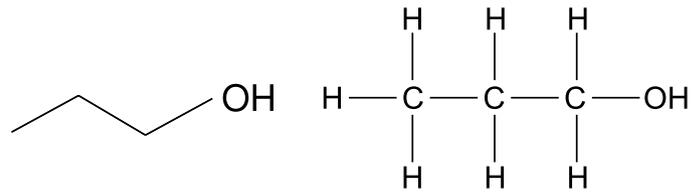
A.1. Iso-propanol



Parámetro	Unidad S.I.	Valor a 10°C	Valor a 25°C
Densidad	(kg/m ³)	792.4891	774.276
Viscosidad	(mPa·s)	3.3821	2.1393
Presión de vapor	(Pa)	1904.2894	5806.1213
Tensión superficial	(N/m)	0.0221	0.0209
Conductividad térmica	(W/m·K)	0.1385	0.1351
Entalpía de vaporización	(kJ/mol)	46.5028	45.3922
Temperatura de ebullición	K	355.1	
Flash point	K	285.1	

Tabla A.1: Parámetros físicos y químicos del iso-propanol

A.2. n-propanol



Parámetro	Unidad S.I.	Valor a 10°C	Valor a 25°C
Densidad	(kg/m ³)	793.6579	808.3157
Viscosidad	(mPa·s)	2.9533	2.0373
Presión de vapor	(Pa)	772.5238	2287.2364
Tensión superficial	(N/m)	0.0245	0.0233
Conductividad térmica	(W/m·K)	0.1563	0.1537
Entalpía de vaporización	(kJ/mol)	48.345	47.4561
Temperatura de ebullición	K	370.2	
Flash point	K	296.1	

Tabla A.2: Parámetros físicos y químicos del n-propanol

Apéndice B

BASES FÍSICAS DE LA TERMOGRAFÍA INFRARROJA

B.1. El espectro electromagnético

El espectro electromagnético (figura) está dividido arbitrariamente en un número dado de intervalos de longitud de onda, llamadas “bandas”, distinguidas por los metodos usados para producir o detectar la radiación. No hay diferencias fundamentales entre la radiación en las diferentes bandas del espectro electromagnético, ellas están todas gobernadas por las mismas leyes y las únicas diferencias desde el punto de vista fundamental son aquellas debidas a la variación en la longitud de onda y energía de los fotones que las componen.

La termografía hace uso de la banda espectral llamada de infrarrojos, a partir del límite de longitudes de onda largas (bajas frecuencias) que colindan con el espectro de luz visible, en el rojo profundo. A longitudes de onda aún más grandes, el espectro usado en termografía se confunde con longitudes de de onda de microondas y radio, en el rango de los milímetros. La banda de infrarrojos es comúnmente subdividida en bandas aún más finas, cuyos límites son establecidos de forma igualmente arbitraria. Estas bandas incluyen: el “infrarrojo cercano” ($0.75\text{--}3\ \mu\text{m}$), el “infrarrojo medio” ($3\text{--}6\ \mu\text{m}$), el “infrarrojo lejano” ($6\text{--}15\ \mu\text{m}$) y el “infrarrojo extremo” ($15\text{--}100\ \mu\text{m}$).

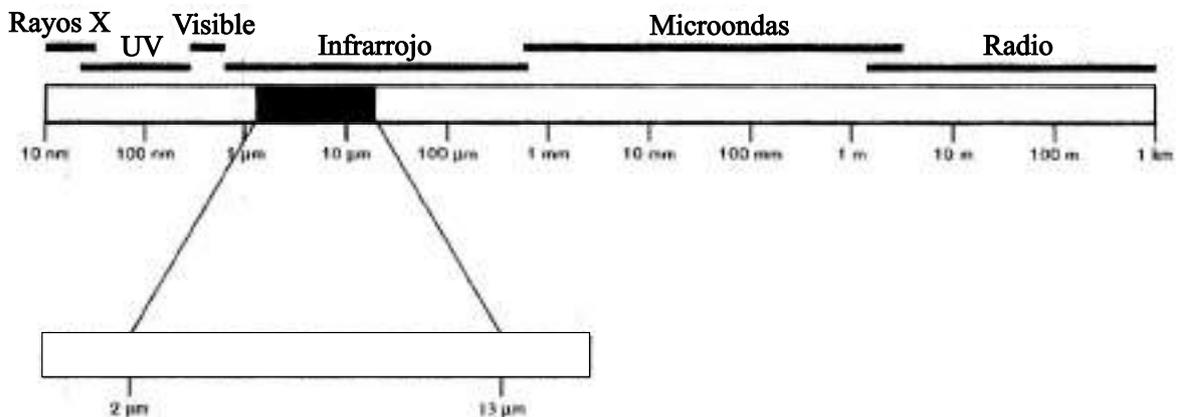


Figura B.1: El espectro electromagnético.

B.2. Radiación de cuerpo negro

Un cuerpo negro es definido como un objeto que absorbe toda la radiación que incide sobre éste para cualquier longitud de onda. La paradoja aparente en el adjetivo “negro” para aludir a un objeto que emite radiación es bien explicada por la ley de Kirchoff, la que establece que un cuerpo capaz de absorber toda la radiación incidente para cualquier longitud de onda propia dicha radiación es igualmente capaz de emitir radiación.

Tres expresiones describen la radiación emitida por un cuerpo negro: la Ley de Planck, la Ley del Desplazamiento de Wien y la Ley de Stefan-Boltzmann.

B.2.1. Ley de Planck

Max Planck (1858–1947) pudo describir la distribución espectral de la radiación de un cuerpo negro por medio de la fórmula:

$$W_{\lambda b} = \frac{2\pi\hbar c^2}{\lambda^5 (e^{\hbar c/\lambda kT} - 1)}$$

donde

$W_{\lambda b}$: la emitancia radiante espectral del cuerpo negro a la longitud de onda λ .

c : la velocidad de la luz $\simeq 3 \times 10^8$ m/s

\hbar : la constante de Planck $= 6,6 \times 10^{-34}$ J · s

k : la constante de Boltzmann $= 1,4 \times 10^{-23}$ J/K

T : la temperatura absoluta (en Kelvin) del cuerpo negro.

λ : la longitud de onda.

La fórmula de Planck, cuando es graficada para diferentes temperaturas, produce una familia de curvas. Siguiendo cualquier curva de Planck en particular, la emitancia espectral es igual a cero para $\lambda = 0$, y luego se incrementa rápidamente hasta alcanzar un máximo a una longitud de onda λ_{max} y después de pasar por éste, se aproxima nuevamente a cero a longitudes de onda muy grandes. A mayor temperatura, menor es el valor de λ_{max} a la que se alcanza el máximo de emitancia.

B.2.2. Ley del desplazamiento de Wien

Derivando la fórmula de Planck respecto a λ , y maximizando, se obtiene que

$$\lambda_{m\acute{a}x} = \frac{2898 (\mu\text{m K})}{T}$$

Ésta es la fórmula de Wien, que expresa matemáticamente la observación común de que el color adquirido por el cuerpo negro varía desde el rojo profundo hasta el naranja o el amarillo a medida que la temperatura de un radiador térmico aumenta. La longitud de onda del color resultante es la misma dada por aquella calculada para λ_{max} .

A temperatura interior controlada (300 K) el pico de emitancia radiante se ubica alrededor de los $9,7\mu\text{m}$, en el infrarrojo lejano, mientras a la temperatura del nitrógeno líquido (77 K), el máximo de emitancia radiante, prácticamente insignificante, ocurre a $38\mu\text{m}$, a longitudes de onda correspondientes a la banda del extremo infrarrojo.

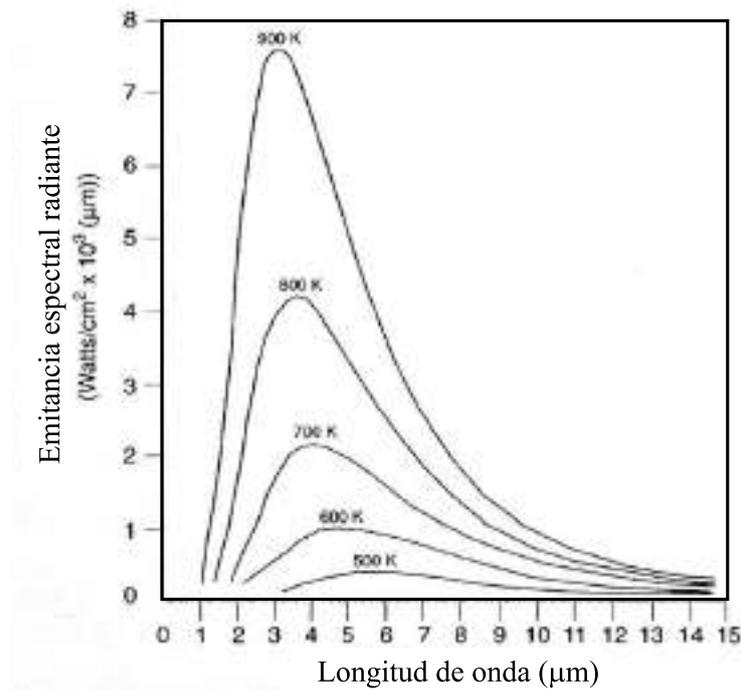


Figura B.2: Emitancia radiante espectral de cuerpo negro de acuerdo a la Ley de Planck, graficada para varias temperaturas absolutas [56].

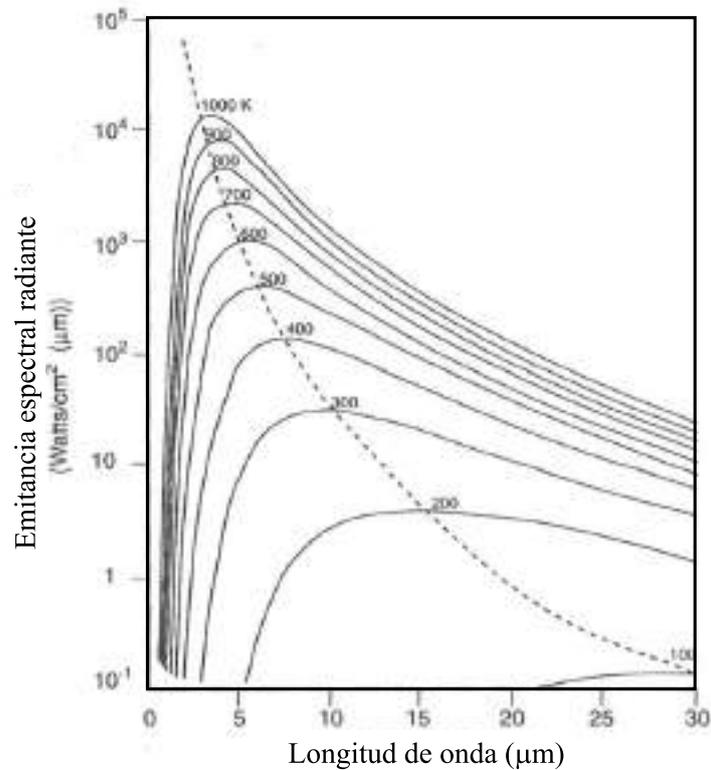


Figura B.3: Curvas planckianas graficadas en escala semilogarítmica desde 100 K hasta 1000 K. La línea punteada representa la posición de la máxima emitancia radiante a cada temperatura como se describe en la ley de desplazamiento de Wien.

B.2.3. Ley de Stefan–Boltzmann

Integrando la fórmula de Planck desde $\lambda = 0$ hasta $\lambda = \infty$, se obtiene el total de emitancia radiante (W_b) de un cuerpo negro:

$$W_b = \sigma T^4$$

siendo σ la constante de Stefan–Boltzmann, $\sigma = 5,7 \times 10^{-8} \text{Watt/m}^2$

Ésta es la fórmula de Stefan–Boltzmann, que dice que la potencia emisiva total de un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta. Gráficamente, W_b representa el área bajo la curva de Planck para una temperatura específica.

B.2.4. Emisores no-cuerpo-negro

Los objetos reales prácticamente nunca cumplen las leyes expuestas sobre una región de longitudes de onda significativamente extensa (aunque se pueden aproximar al comportamiento del cuerpo negro en determinados intervalos). Hay tres procesos que pueden ocurrir en mayor o menor grado para alejar a un objeto real de un comportamiento de cuerpo negro: una fracción de la radiación incidente α puede ser absorbida, una fracción ρ puede ser reflejada y una fracción τ puede ser transmitida. Dado que todos esos factores son más o menos no lineales –dependientes de la longitud de onda–, el subíndice λ es utilizado para expresar la dependencia espectral de sus definiciones. Así, se tiene que

- La absorptancia espectral α_λ : rata de potencia espectral radiante absorbida por un objeto del total de la potencia incidente sobre éste.
- La reflectancia espectral ρ_λ : rata de potencia espectral radiante reflejada por la superficie de un objeto del total de la potencia incidente sobre éste.
- La transmitancia espectral τ_λ : rata de potencia espectral radiante transmitida a través de un objeto del total de la potencia incidente sobre éste.

La suma de estos tres factores conforma el total de la potencia a cualquier longitud de onda, obteniéndose la relación

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

Para materiales totalmente opacos, se tiene que $\tau_\lambda = 0$, y la relación se simplifica a

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$$

Otro factor, llamado la emisividad, es necesario para describir la fracción ε de la emitancia radiante de cuerpo negro producida por un objeto a una temperatura dada. Así, la emisividad espectral ε_λ se puede definir como la porción de la potencia espectral radiante total asociada a un objeto respecto a la que sería emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura del objeto y en la misma longitud de onda. Esto puede ser expresado matemáticamente de la siguiente manera

$$\varepsilon_\lambda = \frac{W_{\lambda o}}{W_{\lambda b}}$$

En términos generales, según la forma en la que la emitancia espectral varía con la longitud de onda, se pueden establecer tres tipos de fuentes de radiación (figura B.4):

- De tipo “cuerpo negro”, para las que $\varepsilon_1 = \varepsilon = 1$.
- De tipo “cuerpo gris”, para las que $\varepsilon_1 = \varepsilon = c$, siendo c una constante menor que 1.
- De tipo radiador selectivo, para las que ε varía con la longitud de onda.

De acuerdo con la Ley de Kirchhoff, para cualquier material, la emisividad espectral y la absortancia espectral de un cuerpo son iguales para cualquier temperatura y longitud de onda dadas. Esto es:

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$$

De esto se deduce que, para cualquier material perfectamente opaco (dado que $\alpha + \rho_\lambda = 1$):

$$\varepsilon_\lambda + \rho_\lambda = 1$$

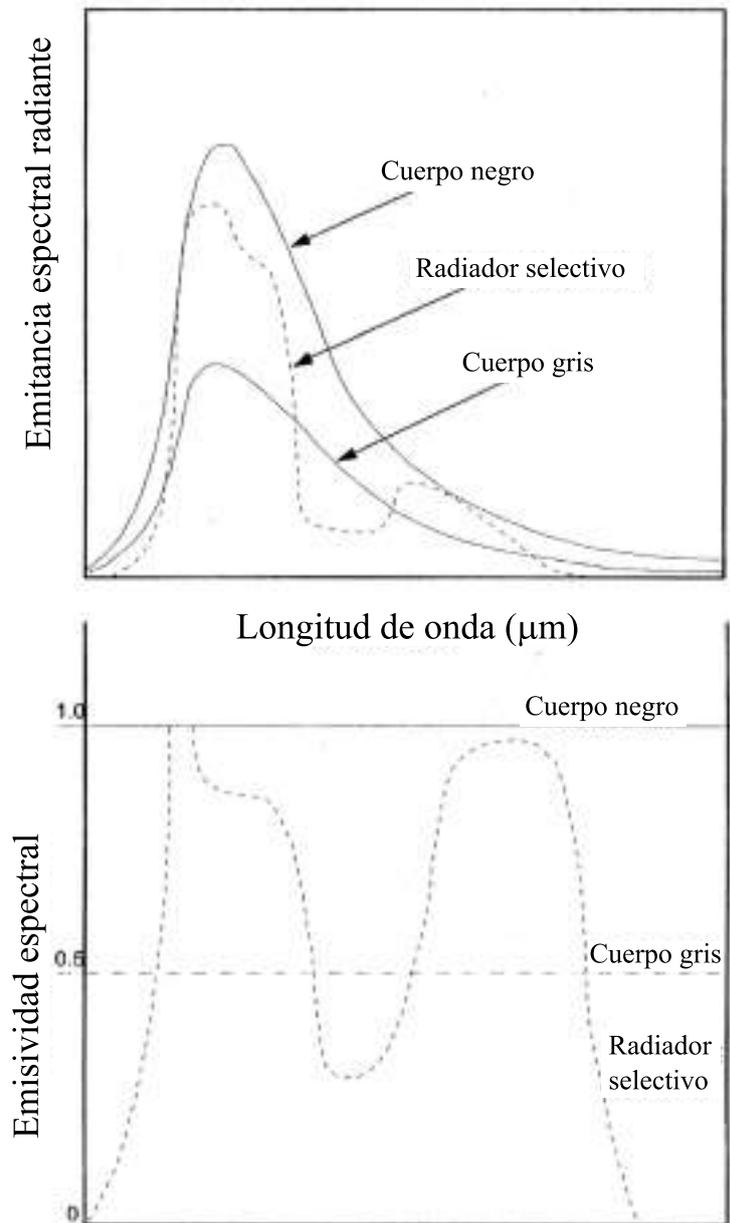


Figura B.4: Emitancia radiante espectral y emisividad espectral de tres tipos de radiadores

Apéndice C

CALIBRACIÓN DE LA TERMOCÁMARA

Las calibraciones correspondientes a la relación temperatura – nivel de gris en las imágenes de termografía se obtuvieron mediante la grabación sistemática de secuencias cortas que contenían una región localizada de la superficie de líquido a una temperatura conocida, medida directamente mediante un termopar tipo K (Cromel–Alumel).

Se tabuló una serie de pares (\bar{T}_i, \bar{n}_i) –temperatura medida vs. nivel de gris observado– para cada una de las cuatro combinaciones de temperatura media (*level*) y ventana térmica (*span*) utilizadas en el presente trabajo, establecidas en $(10^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C})$, $(15^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C})$, $(20^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C})$ y $(12^\circ\text{C}, 18^\circ\text{C})$ para cubrir los intervalos de temperatura en los que las estructuras térmicas, presentes en la región termocapilar, podían ser observadas.

Las gráficas obtenidas demuestran un comportamiento prácticamente lineal en la región central de los intervalos, con una leve saturación alrededor de los niveles de gris 30 y 210, tal como se presenta en la figura C.1 de este apéndice.

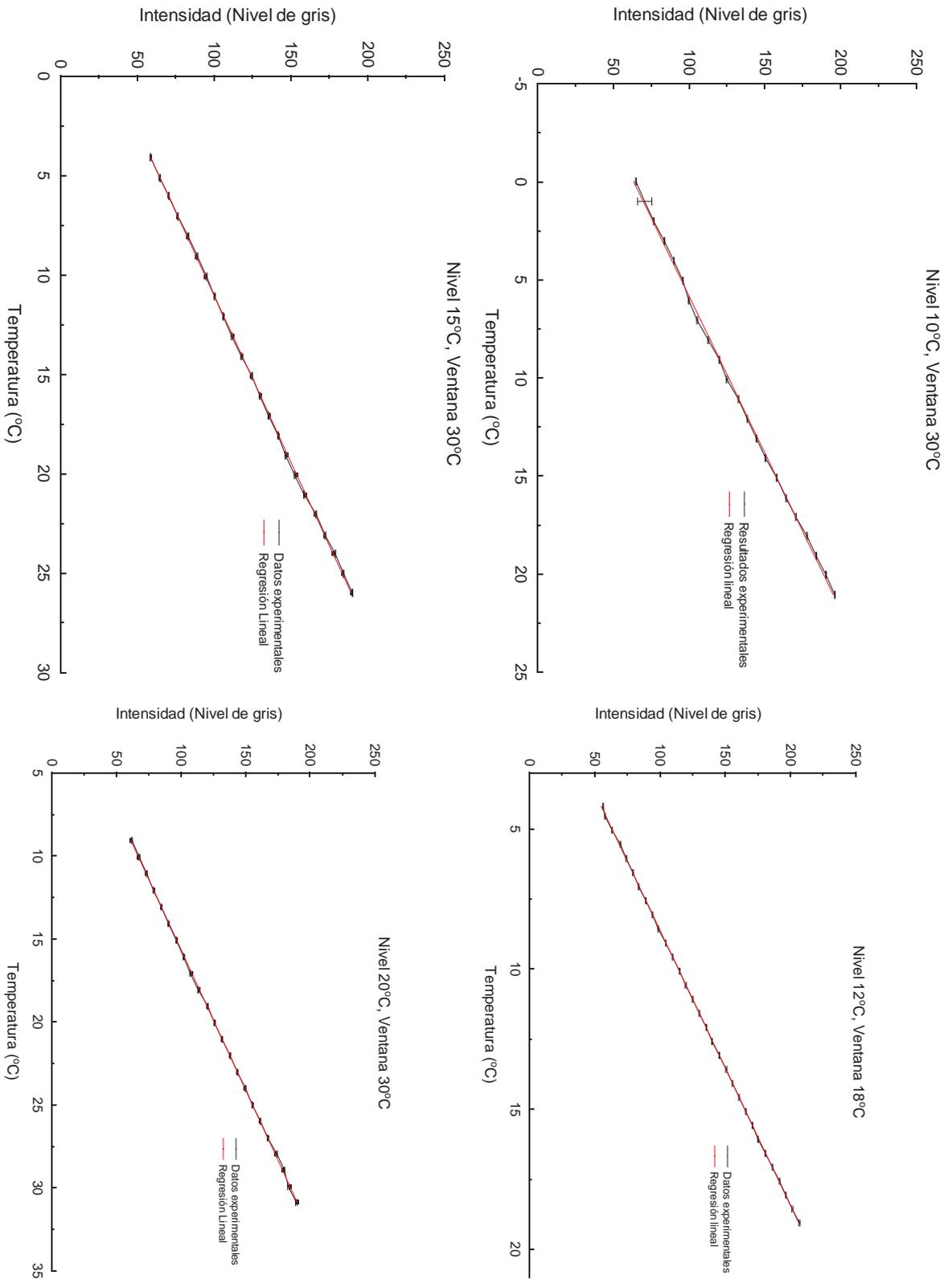


Figura C.1: Curvas de calibración para las combinaciones de nivel (*level*) y ventana térmica (*span*) empleados.

Apéndice D

DEDUCCIONES DE LAS ECUACIONES DEL FLUJO ÓPTICO A PARTIR DEL CÁLCULO VARIACIONAL

D.1. Modelo de estimación del flujo óptico mediante Cálculo Variacional

Para estimar el flujo óptico en imágenes de termografía, se puede comenzar escribiendo la formulación débil (a manera de funcional) de la ecuación bidimensional de conservación de la energía térmica:

$$\iint_I (T_t + \mathbf{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T + \Phi)^2 dx dy = \text{mín}$$

que hará las veces de restricción para el seguimiento de la velocidad; aquí $\alpha \nabla^2 T$ modela la difusión térmica, siendo Φ un modelo de pérdidas de calor a través de la interfaz, en este caso $\frac{\Delta T}{\beta}$. Usando el modelo de regularización de Corpetti [37], adecuado para el caso de los fluidos, la formulación variacional del flujo óptico, adaptado al problema de termografía, se puede escribir como:

$$\iint_I \left[(T_t + \mathbf{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T + \Phi)^2 + \lambda \left(|\nabla \cdot \mathbf{v} - \xi_d|^2 + \|\nabla \times \mathbf{v} - \xi_r\|^2 \right) + \gamma \left(|\nabla \xi_d|^2 + |\nabla \xi_r|^2 \right) \right] dx dy = \text{mín}$$

lo que, expandiendo los operadores diferenciales y explicitando las componentes de la velocidad $\mathbf{v} = (u, v)$, se escribe

$$\begin{aligned} \iint_I \left[(T_t + v_x T_x + v_y T_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi)^2 \right. &+ \lambda \left(\left| \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} - \xi_d \right|^2 + \left| -\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} - \xi_r \right|^2 \right) \\ &+ \gamma \left(\left(\frac{\partial \xi_d}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right)^2 \right) \left. \right] dx dy = \text{mín} \end{aligned}$$

D.2. Deducción del sistema de ecuaciones diferenciales acopladas en derivadas parciales

Para obtener un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales acopladas, se aplica el cálculo variacional, lo que se consigue derivando en el sentido de Gâteaux para cada una de las variables del problema (u , v , ξ_r y ξ_d) e igualando dicha derivada a cero, lo que equivale a resolver un problema de optimización. De este modo, para v_x se tiene

$$\delta \iint_I \left[(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi)^2 + \lambda \left(\left| \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right|^2 + \left| -\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \xi_r \right|^2 \right) + \gamma \left(\left(\frac{\partial \xi_d}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right)^2 \right) \right] dx dy = 0$$

Derivando en el sentido de Gâteaux para la componente v_x de la velocidad, se tiene que

$$2 \iint_I [(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x \delta u + \lambda \left(\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right] \frac{\partial}{\partial x} \delta u - \left[-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \xi_r \right] \frac{\partial}{\partial y} \delta u \right)] dx dy = 0$$

$$\iint_I [(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x \delta u - \lambda \left(\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right] \delta u - \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \xi_r \right] \delta u \right)] dx dy = 0$$

Al integrar por partes (y asumiendo para los campos u y v condiciones de contorno usuales, ya sean de Dirichlet o de Von Neuman), se obtiene la expresión

$$\iint_I \delta v_x \left[(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x - \lambda \left(\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \xi_r \right] \right) \right] dx dy = 0$$

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x - \lambda \left(\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \xi_d}{\partial x} \right] - \left[-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right] \right) = 0$$

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x - \lambda \left(\nabla^2 u - \frac{\partial \xi_d}{\partial x} + \frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right) = 0$$

Similarmente, para v_y se deriva de forma análoga, obteniéndose

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_y - \lambda \left(\left[\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \xi_d}{\partial y} \right] - \left[-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \xi_r}{\partial x} \right] \right) = 0$$

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_y - \lambda \left(\nabla^2 v - \frac{\partial \xi_d}{\partial y} - \frac{\partial \xi_r}{\partial x} \right) = 0$$

Para la variable ξ_d del regularizador, se obtiene

$$\begin{aligned} \iint_I \left[-2\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right) \delta \xi_d + 2\gamma \left(\left(\frac{\partial \xi_d}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial x} \delta \xi_d + \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial y} \delta \xi_d \right) \right] dx dy &= 0 \\ -2 \iint_I \delta \xi_d \left[\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right) - \gamma \left(\frac{\partial^2 \xi_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_d}{\partial y^2} \right) \right] dx dy &= 0 \\ \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right) - \gamma \nabla^2 \xi_d &= 0 \end{aligned}$$

y finalmente, de forma simétrica para ξ_r

$$\lambda \left(-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \xi_r \right) - \gamma \nabla^2 \xi_r = 0$$

D.3. Estimación mediante solución numérica

La solución al sistema de cuatro ecuaciones por cuatro incógnitas propuesto, resultante de aplicar el cálculo variacional al funcional de flujo óptico adaptado al problema de termografía planteado en la sección anterior, sólo puede ser obtenida de forma aproximada mediante cálculo numérico. En nuestro caso emplearemos un método iterativo de relajación. La ecuación obtenida al variar respecto a la componente horizontal de la velocidad, v_x , es

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x - \lambda \left(\nabla^2 u - \frac{\partial \xi_d}{\partial x} + \frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right) = 0$$

El operador Laplaciano aplicado al campo escalar u se puede aproximar numéricamente como $\nabla^2 v_x(\mathbf{r}) \approx \sum_b v_x(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - N_b v_x(\mathbf{r})$. Dado esto, se tiene que

$$(T_t + u(\mathbf{r})T_x + v(\mathbf{r})T_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x - \lambda \left(\sum_b u(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - N_b v_x(\mathbf{r}) - \frac{\partial \xi_d}{\partial x} + \frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right) = 0$$

Despejando para u ,

$$(T_t + v(\mathbf{r})T_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x - \lambda \left(\sum_b u(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \frac{\partial \xi_d}{\partial x} + \frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right) = u(\mathbf{r}) \left[-(T_x)^2 - \lambda N_b \right]$$

y usando la aproximación de la derivada temporal, obtenemos una expresión numérica

$$u^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda \left(\sum_b u^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \frac{\partial \xi_d^n}{\partial x} + \frac{\partial \xi_r^n}{\partial y} \right) - (T_t + v^n(\mathbf{r})T_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_x}{\lambda N_b + (T_x)^2} \quad (\text{D.1})$$

De forma simétrica, para v , según su ecuación

$$(T_t + uT_x + vT_y - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_y - \lambda \left(\nabla^2 v - \frac{\partial \xi_d}{\partial y} - \frac{\partial \xi_r}{\partial x} \right) = 0$$

se obtiene

$$v^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\lambda \left(\sum_b v_y^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \frac{\partial \xi_d^n}{\partial y} - \frac{\partial \xi_r^n}{\partial x} \right) - (T_t + u^n(\mathbf{r})T_x - \alpha \nabla^2 T + \Phi) T_y}{\lambda N_b + (T_y)^2} \quad (\text{D.2})$$

La misma aproximación se utiliza para despejar las variables de estimación de los campos de divergencia y rotacional y obtener expresiones de aproximación numérica a partir de sus ecuaciones. De este modo, para ξ_d , se hace

$$\begin{aligned} & \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \xi_d \right) - \gamma \nabla^2 \xi_d = 0 \\ & -\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \gamma \sum_b \xi_d(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) = [\gamma N_b + \lambda] \xi_d(\mathbf{r}) \\ & \xi_d^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\gamma \sum_b \xi_d^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \lambda \left(\frac{\partial u^n}{\partial x} + \frac{\partial v^n}{\partial y} \right)}{\gamma N_b + \lambda} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

y, similarmente, para ξ_r

$$\begin{aligned} & \lambda \left(-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \xi_r \right) - \gamma \nabla^2 \xi_r = 0 \\ & \xi_r^{n+1}(\mathbf{r}) = \frac{\gamma \sum_b \xi_r^n(\mathbf{r} + \mathbf{u}_b) - \lambda \left(-\frac{\partial u^n}{\partial y} + \frac{\partial v^n}{\partial x} \right)}{\gamma N_b + \lambda} \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

Así, las ecuaciones D.1, D.2, D.3 y D.4—obtenidas al hacer la aproximación numéricas de los operadores—constituyen un sistema acoplado de ecuaciones algebraicas que puede ser “resuelto” (aproximado) por un método iterativo, en este caso un algoritmo de relajación. Los operadores de diferencias finitas utilizados en el algoritmo de relajación desarrollado en este trabajo son los usuales para la solución aproximada de ecuaciones diferenciales por discretización en sus variables espaciales y temporales [8] (teniendo en cuenta la trasposición intrínseca entre coordenadas cartesianas e índices matriciales) son:

$$\begin{aligned} T_x(x, y, t) \approx & \frac{1}{4} \{ T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n + T_{i+1,j+1}^n - T_{i+1,j}^n \\ & - + T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1} + T_{i+1,j+1}^{n+1} - T_{i+1,j}^{n+1} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_y(x, y, t) \approx & \frac{1}{4} \{ T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n + T_{i+1,j+1}^n - T_{i,j+1}^n \\ & + T_{i+1,j+1}^{n+1} - T_{i,j+1}^{n+1} + T_{i+1,j+1}^{n+1} - T_{i,j+1}^{n+1} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_t(x, y, t) \approx & \frac{1}{4} \{ T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n + T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j+1}^n \\ & + T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i+1,j}^n + T_{i+1,j+1}^{n+1} - T_{i+1,j+1}^n \} \end{aligned}$$

Apéndice E

COEFICIENTES DE CONEXIÓN WAVELET

E.1. Introducción

En este trabajo se utilizaron wavelets de Daubechies, de índice $2N$, con $N = 1, 2, 3 \dots$, particularmente wavelets de la familia D6. Dichos coeficientes satisfacen relaciones sencillas en virtud de las propiedades de escala de las wavelets. Para trabajar con las wavelets, se necesitan, primero, los filtros $p(k)$, con $k = 0, \dots, 2N - 1$. De [2], los filtros se definen a través de la ecuación de dilatación (*dilation equation*)

$$\phi(x) = \sum_{k=0}^{2N-1} p(k)\phi(2x - k)$$

y satisfacen la condición de normalización (para la función ϕ)

$$\sum_{k=0}^{2N-1} p(k) = 2$$

El polinomio trigonométrico

$$m_0(\xi) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} p(k)e^{-ik\xi}$$

se denomina función filtro o de transferencia, dado que en el espacio de Fourier se satisface

$$\hat{\phi}(\xi) = m_0(\xi/2)\hat{\phi}(\xi/2)$$

Para clasificar las wavelets ortogonales de soporte compacto, Daubechies [24] asumió que $m_0(\xi)$ tenía un cero de orden N en $\xi = \pm\pi$. Y por tanto, tomó la expresión

$$m_0(\xi) = \left(\frac{1 + e^{-i\xi}}{2}\right)^N \sum_{k=0}^{N-1} f(k)e^{-ik\xi}$$

en función de ciertos valores $f(k)$. Conocidos estos valores, por comparación de las dos expresiones anteriores para $m_0(\xi)$, se obtienen los $p(k)$ en función de los $f(k)$. Para determinar los primeros, basta

utilizar la ecuación que se deduce de la condición de ortonormalidad para $\phi(x)$,

$$|m_0(\xi)|^2 + |m_0(\pi + \xi)|^2 = 1$$

Por partes. El módulo tiene el desarrollo

$$|m_0(\xi)|^2 = \left(\cos \frac{\xi}{2} \right)^{2N} Q_N(z) Q_N(1/z)$$

con $z = e^{i\xi}$, siendo

$$Q_N(z) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) z^{-k}$$

Se define $P_N(\cdot)$ como el polinomio de orden $N - 1$ que resulta del producto

$$Q_N(z) Q_N(1/z) = P_N(\sin^2 \frac{\xi}{2})$$

en la variable

$$y = \sin^2 \frac{\xi}{2} = \frac{1 - \cos \xi}{2} = \frac{1 - \frac{e^{i\xi} + e^{-i\xi}}{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left(z + \frac{1}{z} \right)$$

Al verificarse $\cos^2 \xi/2 = 1 - y$, se tiene que

$$|m_0(\xi)|^2 = (1 - y)^N P_N(y)$$

y, de la misma forma,

$$|m_0(\pi + \xi)|^2 = y^N P_N(1 - y)$$

por lo que la condición de normalización da lugar a la ecuación

$$(1 - y)^N P_N(y) + y^N P_N(1 - y) = 1$$

con la solución, hallada término a término, es

$$P_N(y) = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} y^k$$

Para la determinación de los valores $f(k)$ basta con igualar término a término, las potencias en y del mismo orden en la igualdad

$$\sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} y^k = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{k'=0}^{N-1} f(k) f(k') z^{k'-k}$$

con $z + 1/z = 2 - 4y$ en el lado derecho.

Una vez conocidos los valores $f(k)$, los coeficientes filtro $p(k)$ se obtienen directamente de la igualdad término a término de

$$m_0(\xi) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} p(k) z^k = \left(\frac{1+z}{2} \right)^N \sum_{k=0}^{N-1} f(k) z^k$$

con la definición en esta ocasión $z = e^{-i\xi}$.

E.2. Coeficientes de conexión Daubechies6 (D6)

Para las funciones de Daubechies de orden par, la función de escala tiene soporte compacto en el intervalo $[0, 2N - 1]$. Por definición

$$\Lambda_{ij}^{000} \equiv \int \phi(x)\phi_i(x)\phi_j(x)dx$$

y será distinto de cero exclusivamente cuando

$$2 - 2N \leq i, j, |i - j| \leq 2N - 2$$

Es decir, se tiene un conjunto de $M = 12N^2 - 18N + 7$ coeficientes Λ_{ij}^{000} distintos de cero. Utilizando tres veces la ecuación de dilatación (*dilation equation*)

$$\Lambda_{ij}^{000} = \int \sum_{k=0}^{2N-1} p(k)\phi(2x-k) \sum_{l=0}^{2N-1} p(l)\phi(2x-2i-l) \sum_{m=0}^{2N-1} p(m)\phi(2x-2j-m)dx$$

se puede observar que

$$\Lambda_{ij}^{000} = \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{l=0}^{2N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} p(k)p(l)p(m) \int \phi(2x-k)\phi(2x-2i-l)\phi(2x-2j-m)dx$$

Con el cambio de variable $2x = w \rightarrow x$, se obtiene

$$2\Lambda_{ij}^{000} = \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{l=0}^{2N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} p(k)p(l)p(m)\Lambda_{2i+l-k, 2j+m-k}^{000}$$

que es un sistema homogéneo de M ecuaciones, una por cada par (i, j) , debiéndose introducir una ecuación adicional para que el sistema completo, de $M + 1$ ecuaciones, y M incógnitas tenga una solución distinta de la trivial. Tal ecuación adicional se obtiene a partir de los momentos M_i^k de la función de escala.

Se definen los momentos (cuya estimación se presenta en el apartado E.2.3) como

$$M_i^k \equiv \int x^k \phi_i(x)dx$$

de forma que se satisface:

$$x^k = \sum_i M_i^k \phi_i(x)$$

Dado que en Λ^{000} no aparecen derivadas, no será necesario contar con ellas, luego se toma $k = 0$, en la ecuación anterior

$$1 = \sum_i M_i^0 \phi_i(x)$$

Multiplicando ambos miembros por $\phi(x)\phi_j(x)$ e integrando en x , se obtienen, de forma adicional, las ecuaciones

$$\int \phi(x)\phi_j(x)dx = \sum_i M_i^0 \Lambda_{ij}^{000}$$

Introduciendo los coeficientes de conexión de orden uno, la relación se escribe

$$\Lambda_j^{00} = \sum_i M_i^0 \Lambda_{ij}^{000}$$

Como sólo se necesita una de esas ecuaciones, tras calcular los valores de Λ_j^{00} , de deberá elegir una de aquellas.

E.2.1. Coeficientes de conexión de primer orden

De forma análoga al caso de segundo orden, el conjunto de coeficientes Λ_j^{00} satisface el sistema de ecuaciones de escala

$$2\Lambda_j^{00} = \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} p(k)p(m)\Lambda_{2j+m-k}^{00}$$

y de nuevo Λ_j^{00} es diferente de cero, sólo si

$$2 - 2N \leq j \leq 2N - 2$$

La ecuación de momentos nos sirve de nuevo para encontrar una ecuación adicional que nos permita resolver el sistema correspondiente de ecuaciones lineales en Λ^{00} . De forma análoga al caso anterior, partiendo de

$$1 = \sum_i M_i^0 \phi_i(x)$$

multiplicando por $\phi(x)$ e integrando, se encuentra que

$$\int \phi(x) dx \equiv 1 = \sum M_i^0 \Lambda_i^{00}$$

Así, conocidos los momentos M_i^0 (apartado E.2.3) se pueden encontrar los coeficientes de conexión Λ^{00} y Λ^{000} .

E.2.2. Coeficientes de conexión de primer orden, con derivadas

La expresión a evaluar para determinar los coeficientes de conexión de primer orden es:

$$\Lambda_i^{01} \equiv \int \phi(x) \phi'_i(x) dx$$

donde, de nuevo, se verifica que

$$2 - 2N \leq i \leq 2N - 2$$

teniendo en cuenta la ecuación de dilatación para la derivada de la función de escala

$$\phi'(x) = 2 \sum_{k=0}^{2N-1} p(k) \phi'(2x - k)$$

y de la misma forma que en el caso anterior, se satisfacen las ecuaciones de escala de primer orden

$$\Lambda_j^{01} = \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} p(k)p(m)\Lambda_{2j+m-k}^{01}$$

junto con la ecuación adicional deducida de los momentos. Partiendo de

$$x = \sum_i M_i^1 \phi_i(x)$$

al derivar y multiplicar por $\phi(x)$ e integrar, se encuentra que

$$1 = \sum_i M_i^1 \Lambda_i^{01}$$

El siguiente conjunto de coeficientes de primer orden con derivadas es

$$\Lambda_i^{11} \equiv \int \phi'(x) \phi_i'(x) dx$$

de nuevo con

$$2 - 2N \leq i \leq 2N - 2$$

satisfaciéndose las ecuaciones de escala

$$\Lambda_j^{11} = 2 \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} p(k)p(m) \Lambda_{2j+m-k}^{11}$$

y debe añadirse una ecuación adicional. Para determinarla, lo más fácil es ver que, al integrar por partes sobre soporte compacto

$$\Lambda_j^{11} = \int \phi'(x) \phi_i'(x) dx = - \int \phi(x) \phi_i''(x) dx = -\Lambda_j^{02}$$

Es más fácil encontrar la relación de momentos para Λ^{02} . Partiendo de

$$x^2 = \sum_i M_i^2 \phi_i(x)$$

y derivando dos veces respecto a x ,

$$2 = \sum_i M_i^2 \phi_i''(x)$$

multiplicando por $\phi(x)$ e integrando en x , se obtiene que

$$2 = \sum_i M_i^2 \Lambda_i^{02} = - \sum_i M_i^2 \Lambda_i^{11}$$

E.2.3. Evaluación de los momentos

Por definición

$$M_i^k \equiv \int x^k \phi_i(x) dx$$

Dado que la función de escala está normalizada, directamente

$$M_0^0 = 1$$

Se evalúa ahora M_i^0

$$M_i^0 = \int \phi_i(x) dx$$

y con un cambio de variable

$$M_i^0 = \int \phi(x - i)dx = \int \phi(y)dy = M_0^0 = 1$$

Para los momentos de orden 1, se tiene que

$$M_i^1 = \int x\phi_i(x)dx$$

lo que se calcula de forma iterativa a partir de los momentos de menor orden.

Para M_0^1 , se introduce el desarrollo de la función de escala, observándose que

$$M_0^1 = \sum_{k=0}^{2N-1} p(k) \int x\phi(2x - k)dx = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{2N-1} p(k)M_k^1$$

por otro lado, mediante un cambio de variable, se tiene que

$$M_k^1 = \int x\phi(x - k)dx = \int (y + k)\phi(y)dy = M_0^1 + k$$

La resolución estas dos ecuaciones da como resultado

$$M_0^1 = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} p(k)k$$

$$M_k^1 = M_0^1 + k$$

Para el siguiente orden, de forma sucesiva se encuentra

$$M_0^2 = \int x^2\phi(x)dx = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^{2N-1} p(k)M_k^2$$

y, mediante un cambio de variable,

$$M_k^2 = \int x^2\phi(x - k)dx = \int (y + k)^2\phi(y)dy = M_0^2 + 2kM_0^1 + k^2$$

lo que entrega como solución que

$$M_0^2 = \frac{1}{6} \left(\sum_{k=0}^{2N-1} p(k)k \right)^2 + \frac{1}{6} \sum_{k=0}^{2N-1} p(k)k^2$$

y, además,

$$M_k^2 = M_0^2 + 2kM_0^1 + k^2$$

E.3. Coeficientes de conexión D6 mixtos

En virtud de la ecuación de dilatación para la función wavelet,

$$\psi(x) = \sum_{k=2-2N}^1 (-1)^k p(1-k) \phi(2x-k)$$

ó

$$\psi(x) = - \sum_{k=0}^{2N-1} (-1)^k p(k) \phi(2x+k-1)$$

y

$$\psi'_j(x) = - \sum_{k=0}^{2N-1} (-1)^k p(k) \frac{d}{dx} \phi(2x-2j+k-1)$$

se pueden determinar relaciones sencillas entre los coeficientes mixtos, y los coeficientes de primer y segundo orden. Por ejemplo, el coeficiente de orden dos en ψ , definido como $\Pi_{ij}^{000} \equiv \int \phi(x) \psi(x-i) \psi(x-j) dx$, es igual a

$$\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} (-1)^k p(k) \sum_{k'=0}^{2N-1} (-1)^{k'} p(k') \sum_{k''=0}^{2N-1} p(k'') \int \phi(w-k'') \phi(w+k-1-2i) \phi(w+k'-1-2j) dw$$

o

$$\Pi_{ij}^{000} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{k'=0}^{2N-1} \sum_{k''=0}^{2N-1} (-1)^{k+k'} p(k) p(k') p(k'') \Lambda_{2i+1-k-k'', 2j+1-k'-k''}^{000}$$

recordando que Λ_{pq}^{000} sólo es distinto de cero cuando

$$2-2N \leq p, q, |p-q| \leq 2N-2$$

Del mismo modo, para el otro coeficiente de orden dos, se encuentra que

$$\Phi_j^{00} \equiv \int \psi(x) \psi_j(x) dx = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{k'=0}^{2N-1} (-1)^{k+k'} p(k) p(k') \Lambda_{2j+k-k'}^{00}$$

recordando que Λ_i^{00} sólo es distinto de cero cuando $2-2N \leq i \leq 2N-2$.

Para los coeficientes de conexión de orden 1 en ψ , introduciendo también la ecuación de dilatación para la función de escala

$$\phi(x-j) = \sum_{k=0}^{2N-1} p(k) \phi(2x-2j-k)$$

se obtiene

$$\Omega_j^{00} \equiv \int \psi(x) \phi_j(x) dx = -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{k'=0}^{2N-1} (-1)^k p(k) p(k') \Lambda_{2j+k+k'-1}^{00}$$

Por simetría,

$$\Omega_j^{00} \equiv 0$$

lo que muestra que las wavelets son ortogonales a las funciones de escala. Por otro lado,

$$\Omega_{ij}^{000} \equiv -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{k''=0}^{2N-1} \sum_{k'=0}^{2N-1} (-1)^{k''} p(k')p(k)p(k'')\Lambda_{2i+k+k''-1, 2j+k'+k''-1}^{000}$$

Recordando que Λ_{pq}^{000} será distinto de cero exclusivamente cuando

$$2 - 2N \leq p, q, |p - q| \leq 2N - 2$$

Para los coeficientes de conexión con derivadas, se encuentra que

$$\Omega_j^{01} = - \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{k'=0}^{2N-1} (-1)^k p(k)p(k')\Lambda_{2j+k+k'-1}^{01}$$

y de nuevo, por simetría,

$$\Omega_j^{01} \equiv 0$$

dado que

$$\Lambda_j^{01} = -\Lambda_{-j}^{01}$$

Análogamente,

$$\begin{aligned} \Phi_j^{01} &= \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{k'=0}^{2N-1} (-1)^{k+k'} p(k)p(k')\Lambda_{2j+k-k'}^{01} \\ \Phi_j^{11} &= 2 \sum_{k=0}^{2N-1} \sum_{k'=0}^{2N-1} (-1)^{k+k'} p(k)p(k')\Lambda_{2j+k-k'}^{11} \end{aligned}$$

E.4. Coeficientes de conexión en multirresolución

El desarrollo anterior es válido para cada nivel de resolución, con algunas salvedades. Primero, el sumatorio en los índices i, j, k, l, m, n, p, q debe hacerse para el nivel de resolución dado. Por ejemplo, si $J = 0$ es el nivel de resolución más fino, cuando se evalúa pixel a pixel, en el nivel de resolución $J < 0$, la separación es de 2^{-J} píxeles. Por lo tanto, $k = 0, 1 \cdot 2^{-J}, 2 \cdot 2^{-J}, 3 \cdot 2^{-J}$.

Por otro lado, los coeficientes de conexión calculados sólo corresponden al nivel de máxima resolución $J = 0$. En cualquier otro nivel de resolución, deben modificarse en la siguiente forma: por definición, en el nivel $J < 0$, la función de escala y wavelet se definen por

$$\phi_i^{(J)} = 2^{J/2} \phi(2^J x - i)$$

$$\psi_i^{(J)} = 2^{J/2} \psi(2^J x - i)$$

Los coeficientes de conexión deben definirse en consonancia para el nivel de resolución J . Por ejemplo,

$$\Lambda_{ij}^{J,000} \equiv \int \phi^{(J)}(x) \phi_i^{(J)}(x) \phi_j^{(J)}(x) dx$$

y se encuentra directamente

$$\Lambda_{ij}^{J,000} = \int 2^{J/2} \phi(2^J x) 2^{J/2} \phi(2^J x - i) 2^{J/2} \phi(2^J x - j) dx$$

Con el cambio de variable $w = 2^J x$, se obtiene

$$\Lambda_{ij}^{J,000} = 2^{J/2} \Lambda_{ij}^{0,000}$$

siendo $\Lambda_{ij}^{0,000}$ el valor obtenido anteriormente. Analizando el cambio en cada uno de los coeficientes de conexión, encontramos sucesivamente

$$\Lambda_i^{J,00} = \Lambda_i^{0,00}$$

(el mismo para todo J). El siguiente es un coeficiente con derivadas

$$\Lambda_i^{J,11} \equiv \int \phi^{(J)'}(x) \phi_i^{(J)'}(x) dx$$

La derivada de la función de escala en el nivel J satisface

$$\frac{d}{dx} \phi_i^{(J)} = 2^{J/2} \frac{d}{dx} \phi(2^J x - i) = 2^{J/2} 2^J \phi'(2^J x - i)$$

y por tanto,

$$\Lambda_i^{J,11} = 2^{2J} \int \phi'(w) \phi'(w - i) dw = 2^{2J} \Lambda_i^{0,11}$$

Seguidamente,

$$\Lambda_i^{J,01} = 2^J \Lambda_i^{0,01}$$

y finalmente, los coeficientes que dependen de las wavelets, satisfacen

$$\Omega_j^{J,00} = \Omega_j^{0,00}$$

$$\Omega_{ij}^{J,000} = 2^{J/2} \Omega_{ij}^{0,000}$$

$$\Pi_{ij}^{J,000} = 2^{J/2} \Pi_{ij}^{0,000}$$

$$\Phi_j^{J,00} = \Phi_j^{0,00}$$

y para los que contienen derivadas

$$\Phi_j^{J,01} = 2^J \Phi_j^{0,01}$$

$$\Phi_j^{J,11} = 2^{2J} \Phi_j^{0,11}$$

Apéndice F

REDUCCIÓN DEL ESQUEMA WAVELET AL CASO DE UNA SOLA RESOLUCIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS

Resulta útil comprobar cómo las fórmulas del flujo óptico en análisis espectral coinciden o se reducen al análisis numérico basado en las ecuaciones de Euler–Lagrange para la minimización del funcional E (ecuación 5.X) en diferencias finitas. El esquema de las diferencias finitas se deduce de las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial u_x} \right) = \frac{\partial F}{\partial u}$$

para el campo u , y los demás campos, para el integrando

$$F(\mathbf{v}, x, y) = (T_t + T_x u + T_y v)^2 + \lambda |u_x + v_y - \xi_d|^2 + \lambda |v_x - u_y - \xi_r|^2 + \gamma (\xi_{dx}^2 + \xi_{dy}^2) + \gamma (\xi_{rx}^2 + \xi_{ry}^2)$$

Se obtiene, entonces, para el campo u la condición de minimización del funcional E

$$\Delta u = \frac{1}{\lambda} (T_t + T_x u + T_y v) I_x + \frac{\partial \xi_d}{\partial x} - \frac{\partial \xi_r}{\partial y}$$

que se debe comparar con el resultado anterior. En el caso de las diferencias finitas, las funciones de escala se corresponden con funciones delta de Dirac (δ). Por ejemplo,

$$u(x, y) = \sum_m \sum_n u_{mn} \phi_m(y) \phi_n(x)$$

se corresponde con

$$u(x, y) = \sum_m \sum_n u_{mn} \delta(y - m) \delta(x - n)$$

Los coeficientes de conexión valen en este caso

$$\Lambda_{ij}^{000} \equiv \int \delta(x) \delta(x - i) \delta(x - j) dx = \delta_{ij} \delta_{i0} \delta_{j0}$$

$$\Lambda_i^{00} = \int \delta(x)\delta(x-i)dx = \delta_{i0}$$

Asimismo, teniendo en cuenta las propiedades de derivación de la función de distribución delta, $\int f(x)\delta'(x)dx = -f'(0)$, los coeficientes mixtos que contienen derivadas, como

$$\Lambda_i^{01} \equiv \int \delta(x)\delta'(x-i)dx = -\delta'(x)\delta_{i0}$$

deben evaluarse como distribuciones en el sentido

$$\xi_{mj}\Lambda_i^{01} = -\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_{mj} \delta_{i0}$$

teniendo en cuenta que

$$\Lambda_i^{11} = \int \delta'(x)\delta'(x-i)dx = -\int \delta(x)\delta''(x-i)dx = -\Lambda_i^{02}$$

Al aplicar las la fórmulas obtenidas para los coeficientes de conexión en el esquema espectral para el campo u ,

$$\begin{aligned} & \left(\sum_m \sum_n a_{mn} \Lambda_{p-m,p-m}^{000} \Lambda_{q-n,q-n}^{000} + 2\lambda \Lambda_0^{00} \Lambda_0^{11} \right) u_{pq} + \left(\sum_m \sum_n d_{mn} \Lambda_{p-m,p-m}^{000} \Lambda_{q-n,q-n}^{000} \right) v_{pq} \\ = F_{pq} & \equiv - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} A_{kl}^{pq} u_{kl} - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} D v_{kl}^{pq} v_{kl} - E^{pq} + \lambda \sum_m \sum_n \xi_{d,mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{01} - \lambda \sum_m \sum_n \xi_{r,mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{00} \end{aligned}$$

se obtiene

$$\begin{aligned} & (T_x^2 + 2\lambda \Lambda_0^{11}) u_{pq} + I_{xy} v_{pq} \\ = & - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} A_{kl}^{pq} u_{kl} - \sum_{k \neq p} \sum_{l \neq q} D v_{kl}^{pq} v_{kl} - E^{pq} - \lambda \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial x} \right)_{pq} + \lambda \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right)_{pq} \end{aligned}$$

dado que para los coeficientes mixtos se tiene:

$$\begin{aligned} \sum_m \sum_n \xi_{d,mn} \Lambda_{p-m}^{00} \Lambda_{q-n}^{01} &= - \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial x} \right)_{pq} \\ \sum_m \sum_n \xi_{r,mn} \Lambda_{p-m}^{01} \Lambda_{q-n}^{00} &= - \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right)_{pq} \end{aligned}$$

Los tensores tienen la expresión:

$$\begin{aligned} E^{pq} &= e_{pq} = T_{xt} \\ A_{kl}^{pq} &\equiv 0 \\ D v_{kl}^{pq} &\equiv 0 \end{aligned}$$

y, por lo tanto,

$$(T_x^2 + 2\lambda \Lambda_0^{11}) u_{pq} + T_{xy} v_{pq} + T_{xt} = -\lambda \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial x} \right)_{pq} + \lambda \left(\frac{\partial \xi_r}{\partial y} \right)_{pq}$$

Dado que

$$\Lambda_0^{11} = -\Lambda_0^{02} = -\Lambda_0^{20}$$

se puede escribir

$$2\lambda\Lambda_0^{11}u_{pq} = -\lambda(\Lambda_0^{20} + \Lambda_0^{02})u_{pq}$$

sabiendo que, en analogía al caso anterior,

$$u_{mn}\Lambda_i^{20} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{mn} \delta_{i0}$$

por lo que

$$2\lambda\Lambda_0^{11}u_{pq} = -\lambda\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u_{pq}$$

Resumiendo, se obtiene la ecuación para el campo u en la forma

$$\left(T_x^2 - \lambda\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right)u + T_{xy}v + T_{xt} = -\lambda\frac{\partial\xi_d}{\partial x} + \lambda\frac{\partial\xi_r}{\partial y}$$

ó

$$\lambda\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u = T_x(T_x u + T_y v + T_t) + \lambda\frac{\partial\xi_d}{\partial x} - \lambda\frac{\partial\xi_r}{\partial y}$$

que coincide con el modelo simple de resolución numérica por diferencias finitas mediante por SOR.

Apéndice G

ALGORITMOS RELEVANTES DE MEDIDA

Estimación de flujo óptico Horn–Schunck

```
#include <memory.h>
#include <stdlib.h>
#include "OFHornSchunk.h"
#include "memUtils.h"
#include "diffUtils.h"

/// Punto de entrada del módulo, comunicación con la API
//
void OFHornSchunk(SImageExAPI* apiStr)
{
    SImage *img1,*img2;
    float **vX, **vY;
    float alpha;
    char velFName[255],alphaStr[255],stepIStr[255],stepJStr[255];
    int stepI,stepJ;
    velFName[0]=alphaStr[0]=stepIStr[0]=stepJStr[0]='\0';

    if(!apiStr->selectSImages(2, "Seleccione las imágenes para calcular el flujo óptico"))
        return;

    img1=apiStr->getSImage(0);
    img2=apiStr->getSImage(1);
    if(!img1 || !img2)
    {
        apiStr->message("Error","Imagen seleccionada no válida");
        return;
    }

    if(apiStr->input("Entrada", "Introduzca el valor de alfa para el flujo óptico",
        alphaStr,255)==-1)
    {
        return;
    }
    alpha=float(atoi(alphaStr));
    opFlow_HornSchunk_Calc(&vX, &vY, img1, img2,alpha);
}
```

```

apiStr->inputFileName("Guardar archivo de velocidades (Mathematica)", velFName, 255, 1);
apiStr->input("Entrada","Muestreo en filas", stepIStr,255);
apiStr->input("Entrada","Muestreo en columnas", stepJStr,255);

stepI=atoi(stepIStr);
stepJ=atoi(stepJStr);

printFile(velFName,vX,vY,img1->width,img1->height,stepI,stepJ,false);
}

/// Calcula el flujo óptico entre dos imágenes
//
int opFlowHornSchunk_Calc(float** *_vX, float** *_vY, SImage* _imgA, SImage* _imgB, float
                        alpha)
{
    float **new_vX, **vX;
    float **new_vY, **vY;
    float **tmp;
    float dx,dy, den;
    float vXavg, vYavg;

    int i,j,n_it;
    int width=_imgA->width, height=_imgB->height;

    gaussian(_imgA, 5, (float)0.28);
    gaussian(_imgB, 5, (float)0.28);

    float **imgA,**imgB;

    createMatrix(imgA,width,height,MU_FLOAT);
    createMatrix(imgB,width,height,MU_FLOAT);

    for (i=0; i<height; i++)
    {
        getSImageRowf(_imgA,0,i,width,imgA[i],0);
        getSImageRowf(_imgB,0,i,width,imgB[i],0);
    }
    // Inicializar arrays de velocidades

    createMatrix(vX,width,height,MU_FLOAT);
    createMatrix(vY,width,height,MU_FLOAT);
    createMatrix(new_vX,width,height,MU_FLOAT);
    createMatrix(new_vY,width,height,MU_FLOAT);

    for (i=0; i<height; i++)
        for (j=0; j<width; j++)
        {
            vX[i][j]=0.0;
            vY[i][j]=0.0;
            new_vX[i][j]=0.0;
            new_vY[i][j]=0.0;
        }

    for (n_it=0;n_it<200;n_it++)
    {
        for (i=1;i<height-1;i++)
            {

```

```

    for (j=1;j<width-1;j++)
    {
        dx=partialX(imgA,imgB,i,j);
        dy=partialY(imgA,imgB,i,j);

        vXavg=(float)0.25*(vX[i][j+1]+vX[i][j-1]+vX[i+1][j]+vX[i-1][j]);
        vYavg=(float)0.25*(vY[i][j+1]+vY[i][j-1]+vY[i+1][j]+vY[i-1][j]);

        den=4*alpha*alpha+dx*dx;
        new_vX[i][j]=vXavg-dx*(dx*vXavg+dy*vY[i][j]+partialT(imgA,imgB,i,j))/den;
        den=4*alpha*alpha+dy*dy;
        new_vY[i][j]=vYavg-dy*(dy*vYavg+dx*vX[i][j]+partialT(imgA,imgB,i,j))/den;
    }
}

for (int i=1;i<height-1;i++)
{
    new_vX[i][0]=new_vX[i][1];
    new_vY[i][0]=new_vY[i][1];
}
tmp=new_vX;
new_vX=vX;
vX=tmp;
tmp=new_vY;
new_vY=vY;
vY=tmp;
}

*_vX=vX;
*_vY=vY;

destroyMatrix(imgA,width,height);
destroyMatrix(imgB,width,height);
destroyMatrix(new_vX,width,height);
destroyMatrix(new_vY,width,height);
return 0;
}

void printFile(char* fName,float** matrixX,float**matrixY,int w, int h, int stepI, int
                stepJ, bool mathStx)
{
    FILE* file=fopen(fName,"wt");

    if (!mathStx)
    {
        fprintf(file, "#x\ty\tVx\tVy\n");
        for (int i=0;i<h;i+=stepI)
        {
            for (int j=0;j<w;j+=stepJ)
                fprintf(file, "%d\t%d\t%f\t%f\n",i,j,matrixX[i][j],matrixY[i][j]);
        }
    }
    else
    {
        fprintf(file,"Vel={");
        for (int i=0;i<h;i+=stepI)
        {
            if (i>0)
                fprintf(file,",\n{");
        }
    }
}

```

```

else
    fprintf(file,"{");
for (int j=0;j<w;j+=stepJ)
{
    //Para despliegue, la velocidad en Y va en dirección opuesta a la matricial
    if (j>0)
        fprintf(file,"{%1f, %1f}",matrixX[i][j],-matrixY[i][j]);
    else
        fprintf(file,"{%1f, %1f}",matrixX[i][j],-matrixY[i][j]);
    }
    fprintf(file,"}\n");
}
fprintf(file,"};\n");
}
fclose(file);
}

```

Estimación de flujo óptico adaptado a termografía, una sola resolución

```

#include <memory.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#include "OFThermoVel.h"
#include "memUtils.h"
#include "diffUtils.h"

/// Punto de entrada del módulo, comunicación con la API
//
void OFThermoVel(SImageExAPI* apiStr)
{
    SImage *img1,*img2;
    float **vX, **vY;
    float gamma,lambda,Phi;
    char velFName[255],theStr[255],stepIstr[255],stepJstr[255];
    int stepI,stepJ,nIter;
    velFName[0]=theStr[0]=stepIstr[0]=stepJstr[0]='\0';

    if (!apiStr->selectSImages(2, "Seleccione las imágenes para calcular el flujo óptico"))
        return;

    img1=apiStr->getSImage(0);
    img2=apiStr->getSImage(1);
    if (!img1 || !img2)
    {
        apiStr->message("Error","Imagen seleccionada no válida");
        return;
    }

    if (apiStr->input("Entrada", "Introduzca el valor de lambda", theStr,255)==-1)
    {
        return;
    }
    lambda=float(atof(theStr));

    if (apiStr->input("Entrada", "Introduzca el valor de gamma", theStr,255)==-1)

```

```

    {
        return;
    }
    gamma=float(atof(theStr));

    if (apiStr->input("Entrada", "Introduzca el radio del filtro gaussiano", theStr,255)==-1)
    {
        return;
    }
    Phi=float(atof(theStr));

    if (apiStr->input("Entrada", "Introduzca el número de iteraciones", theStr,255)==-1)
    {
        return;
    }
    nIter=atoi(theStr);

    opFlow_ThermoVel_Calc(&vX, &vY, img1, img2, lambda, gamma, Phi, nIter);

    apiStr->inputFileName("Guardar archivo de velocidades", velFName, 255, 1);
    apiStr->input("Entrada", "Muestreo en filas", stepIStr,255);
    apiStr->input("Entrada", "Muestreo en columnas", stepJStr,255);

    stepI=atoi(stepIStr);
    stepJ=atoi(stepJStr);

    printFile(img1, velFName, vX, vY, img1->width, img1->height, stepI, stepJ, false);
}

/// Calcula el flujo óptico entre dos imágenes de termografía
//
int opFlow_ThermoVel_Calc(float** *_vX, float** *_vY, SImage* _imgA, SImage* _imgB,
                        float lambda, float gamma, float Phi, int nIter)
{
    float **new_vX, **vX;
    float **new_vY, **vY;
    float **Xi_r, **Xi_d;
    float **new_Xi_r, **new_Xi_d;
    float **tmp;
    float dx, dy, num, den;
    float sum_b;
    float F=0;
    float w;

    int i, j, j0, n_it, n, nb;
    int width=_imgA->width, height=_imgB->height;

    float **imgA, **imgB, **edgeA, **edgeB, *line;

    createMatrix(imgA, width, height, MU_FLOAT);
    createMatrix(imgB, width, height, MU_FLOAT);

    createMatrix(edgeA, width, height, MU_FLOAT);
    createMatrix(edgeB, width, height, MU_FLOAT);

    createArray(line, 3*width, MU_FLOAT);

```

```

nb=_imgA->nbands;
for (i=0; i<height; i++)
{
    getSImageRowf(_imgA,0,i,width,line,ALL_THE_BANDS);
    j0=0;
    for (j=0;j<width;j++,j0+=nb)
    {
        imgA[i][j]=0;
        for (n=0;n<nb;n++)
            imgA[i][j]+=line[j0+n]/nb;
    }
    getSImageRowf(_imgB,0,i,width,line,ALL_THE_BANDS);
    j0=0;
    for (j=0;j<width;j++,j0+=nb)
    {
        imgB[i][j]=0;
        for (n=0;n<nb;n++)
            imgB[i][j]+=line[j0+n]/nb;
    }
}

sobelF(_imgA,edgeA);
sobelF(_imgB,edgeB);
gaussianMtx(imgA, imgA, width, height, (int)Phi, (float)0.33);
gaussianMtx(imgB, imgB, width, height, (int)Phi, (float)0.33);
gaussianMtx(edgeA, edgeA, width, height, (int)Phi/2, (float)0.33);
gaussianMtx(edgeB, edgeB, width, height, (int)Phi/2, (float)0.33);

// Inicializar arrays de velocidades
createMatrix(vX,width,height,MU_FLOAT);
createMatrix(vY,width,height,MU_FLOAT);
createMatrix(new_vX,width,height,MU_FLOAT);
createMatrix(new_vY,width,height,MU_FLOAT);
//.. y los arrays de estimaciones
createMatrix(Xi_d,width,height,MU_FLOAT);
createMatrix(Xi_r,width,height,MU_FLOAT);
createMatrix(new_Xi_d,width,height,MU_FLOAT);
createMatrix(new_Xi_r,width,height,MU_FLOAT);

for (i=0; i<height; i++)
    for (j=0; j<width; j++)
    {
        vX[i][j]=0.0;
        vY[i][j]=0.0;
        new_vX[i][j]=0.0;
        new_vY[i][j]=0.0;

        Xi_d[i][j]=0.0;
        Xi_r[i][j]=0.0;
        new_Xi_d[i][j]=0.0;
        new_Xi_r[i][j]=0.0;
    }

for (n_it=0;n_it<nIter;n_it++)
{
    for (i=1;i<height-1;i++)
    {
        for (j=1;j<width-1;j++)
        {

```

```

w=1.0;

dx=partialX(imgA,imgB,i,j);
dy=partialY(imgA,imgB,i,j);

//Se calcula vX
den=4*lambda+dx*dx*w;
sum_b=vX[i+1][j]+vX[i-1][j]+vX[i][j+1]+vX[i][j-1];
num=lambda*(sum_b-w*partialX(Xi_d,Xi_d,i,j)+ partialY(Xi_r,Xi_r,i,j))-w*(
    partialT(imgA,imgB,i,j)+vY[i][j]*dy-F)*dx;
new_vX[i][j]=num/den;

//Se calcula vY
den=4*lambda+dy*dy*w;
sum_b=vY[i+1][j]+vY[i-1][j]+vY[i][j+1]+vY[i][j-1];
num=lambda*(sum_b-partialY(Xi_d,Xi_d,i,j)-partialX(Xi_r,Xi_r,i,j))-w*(
    partialT(imgA,imgB,i,j)+vX[i][j]*dx-F)*dy;
new_vY[i][j]=num/den;

//Se calcula Xi_d
den=4*gamma+lambda;
sum_b=Xi_d[i+1][j]+Xi_d[i-1][j]+Xi_d[i][j+1]+Xi_d[i][j-1];
num=gamma*sum_b-lambda*(partialX(vX,vX,i,j)+partialY(vY,vY,i,j));

//Se calcula Xi_r
den=4*gamma+lambda;
sum_b=Xi_r[i+1][j]+Xi_r[i-1][j]+Xi_r[i][j+1]+Xi_r[i][j-1];
num=gamma*sum_b-lambda*(-partialY(vX,vX,i,j)+partialX(vY,vY,i,j));
}

for (int i=0;i<height;i++)
{
    new_vX[i][0]=new_vX[i][1];
    new_vY[i][0]=new_vY[i][1];
    new_Xi_d[i][0]=new_Xi_d[i][1];
    new_Xi_r[i][0]=new_Xi_r[i][1];
}

//Se intercambian las matrices en memoria para reiniciar el bucle en el siguiente paso.
tmp=new_vX;
new_vX=vX;
vX=tmp;
tmp=new_vY;
new_vY=vY;
vY=tmp;

tmp=new_Xi_d;
new_Xi_d=Xi_d;
Xi_d=tmp;
tmp=new_Xi_r;
new_Xi_r=Xi_r;
Xi_r=tmp;
}

*_vX=vX;
*_vY=vY;

```

```

destroyMatrix(imgA,width,height);
destroyMatrix(imgB,width,height);
destroyMatrix(new_vX,width,height);
destroyMatrix(new_vY,width,height);
return 0;
}

void printFile(struct SImage *_img, char* fName,float** matrixX,float**matrixY,int w, int
             h, int stepI, int stepJ, bool mathStx)
{
FILE* file=fopen(fName,"wt");

int i, j, j0, n, width=_img->width, height=_img->height,nb=_img->nbands;

float **img,coldmean=0,mGT,div,*line,vGT;

createMatrix(img,width,height,MU_FLOAT);
createArray(line,3*width,MU_FLOAT);

for (i=0;i<height;i++)
{
getSImageRowf(_img,0,i,width,line,ALL_THE_BANDS);
j0=0;
for (j=0;j<width;j++,j0+=nb)
{
img[i][j]=0;
for (n=0;n<nb;n++)
img[i][j]+=line[j0+n]/nb;
}
}

for (i=height/2-2;i<=height/2+2;i++)
for (j=width-5;j<width;j++)
coldmean+=img[i][j];
coldmean/=25.0;

gaussianMtx(img,img,width,height,5,0.5);

if (!mathStx)
{
fprintf(file, "#x\ty\tVx\tVy\n");
for (int i=0;i<h;i+=stepI)
{
for (int j=0;j<w;j+=stepJ)
{
if (j>0 && i>0 &&i < height-1 && j<width-1)
{
mGT=hypot(partialX(img,img,i,j),partialY(img,img,i,j));
div=partialX(matrixX,matrixX,i,j)+partialY(matrixY,matrixY,i,j);
vGT=matrixX[i][j]*partialX(img,img,i,j)+matrixY[i][j]*partialY(img,img,i,
j);
}
else
{
div=0;
}
if (img[i][j]<205 && img[i][j]>coldmean+5)
fprintf(file, "%d\t%d\t%lf\t%lf\t%lf\t%lf\n",i,j,matrixX[i][j],
matrixY[i][j],div,mGT,vGT);
}
}
}
}

```

```

        else
            fprintf(file, "%d\t%d\t%lf\t%lf\t%lf\t%lf\n",i,j,0.0,0.0,0.0,0.0);
        }
        fprintf(file, "\n");
    }
}
else
{
    fprintf(file,"Vel={");
    for (i=0;i<h;i+=stepI)
    {
        if (i>0)
            fprintf(file,",\n{");
        else
            fprintf(file,"{");
        for (j=0;j<w;j+=stepJ)
        {
            //Para despliegue, la velocidad en Y va en dirección opuesta a la matricial
            if (j>0)
                fprintf(file,"{%lf, %lf}",matrixX[i][j],-matrixY[i][j]);
            else
                fprintf(file,"{%lf, %lf}",matrixX[i][j],-matrixY[i][j]);
        }
        fprintf(file,"}\n");
    }
    fprintf(file,"};\n");
}
fclose(file);
}

```

Estimación de flujo óptico adaptado a termografía, multirresolución

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include "OFMultiRes.h"
#include "memUtils.h"

/// Punto de entrada del módulo, comunicación con la API
//
int OFMultiRes(SImageExAPI* apiStr)
{
    SImage *img1,*img2;

    char velFName[255],theStr[255], coefFName[255];
    int nIter;

    velFName[0]=theStr[0];

    if (!apiStr->selectSImages(2, "Seleccione las imágenes para calcular el flujo óptico"))
        return -1;

    img1=apiStr->getSImage(0);

```

```

img2=apiStr->getSImage(1);
if (!img1 || !img2)
{
    apiStr->message((char*)"Error", (char*)"Imagen seleccionada no válida");
    return -1;
}

apiStr->inputFileName((char*)"Abrir archivo de coeficientes wavelet", coefFName, 255, 20)
;

apiStr->inputFileName((char*)"Guardar archivo de velocidades", velFName, 255, 20);

if (apiStr->input((char*)"Salida", (char*)"Introduzca el número de iteraciones", theStr,
    255)==-1)
{
    return -1;
}
nIter=atoi(theStr);

if (OFMultiRes_calc(img1, img2, velFName, coefFName, nIter)==-1)
    apiStr->message((char*)"Error", (char*)"Ejecución fallida");

apiStr->message((char*)"Fin de proceso", (char*)"Ejecución exitosa");

return 0;
}

#define dTmin 0.001
#define dPhimin 0.01
#define errthreshold 0.0001
#define precision 0.01
#define alpha 0.1
#define numMax 1000
#define umbral 0.001

int OFMultiRes_calc(SImage* _imgA, SImage* _imgB, char* velFName, char* coefFName, int
    nSteps)
{
    double **img1, **img2, error;
    float *line;
    double **xid, **newxid, **xir, **newxir, gamma, zz;
    double **xiRd, **newxiRd, **xiRr, **newxiRr;

    double Apq, Bpq, Dpq, EEpq, FFpq, Fpq, Gpq, Xidpq, Xirpq, Xiuvpq, Xivupq, Xipqkl, EDupq, ERupq, EDvpq,
    ERvpq;
    double Apqkl, Bpqkl, Dupqkl, Dvpqkl, RXid01pq, RXid10pq, RXir01pq, RXir10pq;
    double RApqkl, RBpqkl, RDupqkl, RDvpqkl, OApqkl, OBpqkl, ODpqkl;
    double RApq, RBpq, RDpq, RFpq, RGpq, RXidpq, RXirpq, RXiuvpq, RXivupq, RXipqkl;

    double lambda, maximo, beta, dt, lambda0, dI, dIreal, coefBorde, coefBorde1, coefBorde2;

    double **a, **Ix, **b, **Iy, **c, **d, **e, **It, **f, coef, *pp, *G, *GM, *GP, **L, *YP, **OO, *Q, *QM,
    *QP, **QQ;
    double **ui, **uf, **vi, **vf, **uP, **vP;
    double **uRi, **uRf, **vRi, **vRf, **uT, **vT, v0;
    double sumaf, sumai, denominador;
    int NN, width, height, J, Ji, Jf, Nci, Ncf, Nfi, Nff, nb;
    int i, j, k, l, m, n, p, q, iter, Ni, Nf, Nt, altura, anchura, deltaJ, nn, mm, ll, kk;
    int m0, m1, n0, n1, pixel, i0, j0, filterSize, ibeta;

```

```

FILE *fImg1,*fImg2,*fCampoVelocidad,*fcoefs;
bool converged;

if ((fcoefs=fopen(coefFName, "rt"))==NULL)
    return -1;
fscanf(fcoefs, "%d", &NN);
Ni=2-NN;
Nf=NN-2;
Nt=Nf-Ni+1;
pp=new double[NN];
for (i=0;i<NN;i++)
    {
        fscanf(fcoefs, "%lf", &pp[i]);
    }
G=new double[Nt];
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        fscanf(fcoefs, "%lf", &G[i]);
    }
GM=new double[Nt];
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        fscanf(fcoefs, "%lf", &GM[i]);
    }
GP=new double[Nt];
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        fscanf(fcoefs, "%lf", &GP[i]);
    }
L=new double*[Nt];
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        L[i]=new double[Nt];
    }
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        for (j=0;j<Nt;j++)
            {
                if (fabs(j-i) <= NN-2)
                    fscanf(fcoefs, "%lf", &L[i][j]);
            }
    }

}

YP=new double[Nt];
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        fscanf(fcoefs, "%lf", &YP[i]);
    }
OO=new double*[Nt];
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        OO[i]=new double[Nt];
    }
for (i=0;i<Nt;i++)
    {
        for (j=0;j<Nt;j++)
            {

```

```

        if (fabs(j-i) <= NN-2)
            fscanf(fcoefs, "%lf", &O0[i][j]);
    }

}

Q=new double[Nt];
for (i=0; i<Nt; i++)
{
    fscanf(fcoefs, "%lf", &Q[i]);
}

QM=new double[Nt];
for (i=0; i<Nt; i++)
{
    fscanf(fcoefs, "%lf", &QM[i]);
}

QP=new double[Nt];
for (i=0; i<Nt; i++)
{
    fscanf(fcoefs, "%lf", &QP[i]);
}

QQ=new double*[Nt];
for (i=0; i<Nt; i++)
{
    QQ[i]=new double[Nt];
}
for (i=0; i<Nt; i++)
{
    for (j=0; j<Nt; j++)
    {
        if (fabs(j-i) <= NN-2)
            fscanf(fcoefs, "%lf", &QQ[i][j]);
    }
}
}

```

// Fin de lectura de coeficientes de conexión

```

fCampoVelocidad=fopen(velFName, "wt");
//Parámetros de la imagen

```

```

width=_imgA->width;
height=_imgA->height;
nb=_imgA->nbands;

```

```

ui=new double*[height];
vi=new double*[height];
xid=new double*[height];
xir=new double*[height];
uRi=new double*[height];
vRi=new double*[height];
xiRd=new double*[height];
xiRr=new double*[height];

```

```

uf=new double*[height];
vf=new double*[height];
newxid=new double*[height];

```

```

newxir=new double*[height];
uRf=new double*[height];
vRf=new double*[height];
newxiRd=new double*[height];
newxiRr=new double*[height];

uP=new double*[height];
vP=new double*[height];
uT=new double*[height];
vT=new double*[height];

for (i=0;i<height;i++)
{
    ui[i]=new double[width];
    vi[i]=new double[width];
    xid[i]=new double[width];
    xir[i]=new double[width];

    uRi[i]=new double[width];
    vRi[i]=new double[width];
    xiRd[i]=new double[width];
    xiRr[i]=new double[width];

    uf[i]=new double[width];
    vf[i]=new double[width];
    newxid[i]=new double[width];
    newxir[i]=new double[width];

    uRf[i]=new double[width];
    vRf[i]=new double[width];
    newxiRd[i]=new double[width];
    newxiRr[i]=new double[width];

    uP[i]=new double[width];
    vP[i]=new double[width];
    uT[i]=new double[width];
    vT[i]=new double[width];
}

createMatrix(img1,width,height,MU_DOUBLE);
createMatrix(img2,width,height,MU_DOUBLE);

createArray(line,3*width, MU_FLOAT);
nb=_imgA->nbands;
for (i=0; i<height; i++)
{
    getSImageRowf(_imgA,0,i,width,line,ALL_THE_BANDS);
    j0=0;
    for (j=0;j<width;j++,j0+=nb)
    {
        img1[i][j]=1;
        for (n=0;n<nb;n++)
            img1[i][j]+=line[j0+n]/nb;
    }
    getSImageRowf(_imgB,0,i,width,line,ALL_THE_BANDS);
    j0=0;
    for (j=0;j<width;j++,j0+=nb)

```

```

    {
        img2[i][j]=1;
        for (n=0;n<nb;n++)
            img2[i][j]+=line[j0+n]/nb;
    }
}

coef=0.35;
filterSize=6;
gaussianMtx(img1, img1, width, height, filterSize, coef);
gaussianMtx(img2, img2, width, height, filterSize, coef);

printf("\nImagen cargada, integrando...\n");

converged=false;
// Bucle de integración
// Se establece el valor inicial de lambda
lambda0=2.;

// Definición del tamaño de matriz de imagen que se analiza por MR

Nci=170;
Ncf=Nci+200;
j0=Nci;
Nfi=10;
Nff=Nfi+64;
i0=Nfi;
altura=Nff-Nfi;
anchura=Ncf-Nci;

// Si la imagen se analiza por completo ..
altura=height;
anchura=width;
i0=0;
j0=0;

Ji=-3; // nivel más grueso cada  $2^{-(Ji)}$  pixeles
Jf=0; // nivel más fino cada  $2^{-(Jf)}=1$  pixel

// Si solo se quiere estudiar el nivel más fino sin MR, hacer  $Ji=Jf$ 
//  $Ji=Jf$ ;

for (J=Ji; J<Jf+1; J++)
{
    deltaJ=pot(2, -J); // deltaJ es el incremento  $2^{-J}$  en pixeles en el nivel J
    lambda=lambda0*deltaJ; // una de las hipótesis: en cada J,  $\lambda(J)=\lambda(0)$ 
                        *deltaJ
    gamma=1*lambda*lambda; // Por convergencia de iteración, necesariamente gamma del
                        orden de  $\lambda*\lambda$ 

// Definición de elementos de matriz a,b,c,d,e,f

a=new double*[altura];
Ix=new double*[altura];
b=new double*[altura];
Iy=new double*[altura];
c=new double*[altura];

```

```

It=new double*[altura];
d=new double*[altura];
e=new double*[altura];
f=new double*[altura];
for (i=0;i<altura;i++)
{
    a[i]=new double[anchura];
    Ix[i]=new double[anchura];
    b[i]=new double[anchura];
    Iy[i]=new double[anchura];
    c[i]=new double[anchura];
    It[i]=new double[anchura];
    d[i]=new double[anchura];
    e[i]=new double[anchura];
    f[i]=new double[anchura];
}

// Construcción de los elementos de matriz de a,Ix,b,Iy,c,It,d,e,f en la imagenes
seleccionadas
// se efectua promedio sobre las dos: img1, img2

for (i=0;i<altura;i+=deltaJ)
{
    for (j=0;j<anchura;j+=deltaJ)
    {
        It[i][j]=img2[i0+i][j0+j]-img1[i0+i][j0+j];
        c[i][j]=It[i][j]*It[i][j];
        if (j==0 || j==anchura-1 || j0+j+deltaJ >= anchura)
        {
            a[i][j]=0.0;
            Ix[i][j]=0.0;
            e[i][j]=0.0;
        }
        else
        {
            Ix[i][j]=(img2[i0+i][j0+j+deltaJ]-img2[i0+i][j0+j-deltaJ])/(4*deltaJ)+(
                img1[i0+i][j0+j+deltaJ]-img1[i0+i][j0+j-deltaJ])/(4*deltaJ);
            e[i][j]=Ix[i][j]*It[i][j];
            a[i][j]=Ix[i][j]*Ix[i][j];
        }
        if (i==0 || i==altura-1 || i0+i+deltaJ>=altura)
        {
            b[i][j]=0.0;
            Iy[i][j]=0.0;
            f[i][j]=0.0;
        }
        else
        {
            Iy[i][j]=(img2[i0+i-deltaJ][j0+j]-img2[i0+i+deltaJ][j0+j])/(4*deltaJ)+(
                img1[i0+i-deltaJ][j0+j]-img1[i0+i+deltaJ][j0+j])/(4*deltaJ);
            f[i][j]=Iy[i][j]*It[i][j];
            b[i][j]=Iy[i][j]*Iy[i][j];
        }
        d[i][j]=Ix[i][j]*Iy[i][j];
    }
}

// Necesitamos definir una campo promocionado uP==0,vP==0, para el nivel más grueso
J=Ji

```

```

// dado que el nivel inferior, del que debía promocionarse, no existe
if (J==Ji)
{
  for (p=0;p<altura;p+=deltaJ)
  {
    for (q=0;q<anchura;q+=deltaJ)
    {
      uP[p][q]=0.0;
      vP[p][q]=0.0;
    }
  }
}

// 1. DETERMINACION DE CAMPO MEDIO
// Inicialización de campos de velocidad y estimación
for (i=0;i<altura;i+=deltaJ)
{
  for (j=0;j<anchura;j+=deltaJ)
  {
    ui[i][j]=0.0;
    vi[i][j]=0.0;
    uf[i][j]=0.0;
    vf[i][j]=0.0;
    xid[i][j]=0.0;
    xir[i][j]=0.0;
    newxid[i][j]=0.0;
    newxir[i][j]=0.0;
  }
}

// Comienza el método de relajación para determinar solución del campo medio en
// flujo óptico
for (iter=0;iter<nSteps;iter++)
{
  pixel=0;
  if (iter==0)
    sumai=0; // suma de los cuadrados de todos los campos en todos los puntos.
             // Variable para evaluar convergencia
  else
    sumaf=0; // suma de los cuadrados de todos los campos en todos los puntos.
             // Variable para evaluar convergencia

  // Evaluación u_pq,v_pq,xid_pq,xir_pq para cada punto (p,q) de la imagen
  for (p=0;p<altura;p+=deltaJ)
  {
    for (q=0;q<anchura;q+=deltaJ)
    {
      pixel=pixel+1;
      Apq=2*lambda*G[-Ni]*GP[-Ni]/pot(2,-2*J);
      Bpq=2*lambda*G[-Ni]*GP[-Ni]/pot(2,-2*J);
      Dpq=0.0;
      EEpq=0.0;
      FFpq=0.0;
      EDupq=0.0;
      ERupq=0.0;
      EDvpq=0.0;
      ERvpq=0.0;
      Xiuvpq=0.0;
      Xivupq=0.0;
    }
  }
}

```

```

for (m=p+(2-NN)*deltaJ;m<p+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;m+=deltaJ)
{
    for (n=q+(2-NN)*deltaJ;n<q+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;n+=deltaJ)
    {
        // Este tipo de entradas se dan para que los índices no salgan
        // de la imagen
        // por ejemplo, si m<0 ó m>altura-deltaJ, el punto (m,n) está
        // y no se evalua su contribución. Exigimos coefBorde=0 para
        // fuera
        // ese par.

        if (m < 0)
        {
            mm=-m;
            coefBorde=0.0;
        }
        else
        {
            if (m > altura-deltaJ)
            {
                mm=2*(altura-deltaJ)-m;
                coefBorde=0.0;
            }
            else
            {
                mm=m;
                coefBorde=1.0;
            }
        }
        if (n < 0)
        {
            nn=-n;
            coefBorde=0.0*coefBorde;
        }
        else
        {
            if (n > anchura-deltaJ)
            {
                nn=2*(anchura-deltaJ)-n;
                coefBorde=0.0*coefBorde;
            }
            else
            {
                nn=n;
                coefBorde=1.0*coefBorde;
            }
        }
    }
}

// esquema de iteración según marca el archivo lyx
m0=(p-m)/deltaJ-Ni;
n0=(q-n)/deltaJ-Ni;
zz=L[m0][m0]*L[n0][n0]/pot(2,-J);
Apq=Apq+coefBorde*a[mm][nn]*zz;
Bpq=Bpq+coefBorde*b[mm][nn]*zz;
Dpq=Dpq+coefBorde*d[mm][nn]*zz;
zz=G[m0]*G[n0]*1.0;
EEpq=EEpq+coefBorde*e[mm][nn]*zz;
FFpq=FFpq+coefBorde*f[mm][nn]*zz;

```

```

EDupq=EDupq+coefBorde*lambda*xid[mm][nn]*G[m0]*GM[n0]/pot(2,-J);
ERupq=ERupq+coefBorde*lambda*xir[mm][nn]*GM[m0]*G[n0]/pot(2,-J);
EDvpq=EDvpq+coefBorde*lambda*xir[mm][nn]*G[m0]*GM[n0]/pot(2,-J);
ERvpq=ERvpq+coefBorde*lambda*xid[mm][nn]*GM[m0]*G[n0]/pot(2,-J);
m0=(m-p)/deltaJ-Ni;
n0=(n-q)/deltaJ-Ni;
Xiuvpq=Xiuvpq+lambda*(coefBorde*ui[mm][nn]*G[m0]*GM[n0]+
coefBorde*vi[mm][nn]*GM[m0]*G[n0])/pot(2,-J);
Xivupq=Xivupq+lambda*(coefBorde*vi[mm][nn]*G[m0]*GM[n0]-
coefBorde*ui[mm][nn]*GM[m0]*G[n0])/pot(2,-J);

}
}
Xiuvpq=Xiuvpq/(lambda*G[-Ni]*G[-Ni]+2*gamma*G[-Ni]*GP[-Ni]/pot(2,-2*J));
Xivupq=Xivupq/(lambda*G[-Ni]*G[-Ni]+2*gamma*G[-Ni]*GP[-Ni]/pot(2,-2*J));

// esquema según archivo lya
Fpq=-Eepq+EDupq-ERupq;
Gpq=-FFpq+EDupq+ERupq;
Xidpq=0.0;
Xirpq=0.0;

for (k=p+(2-NN)*deltaJ;k<p+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;k+=deltaJ)
{
for (l=q+(2-NN)*deltaJ;l<q+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;l+=deltaJ)
{
// Nuevo sumatorio, ahora en (k,l), y nueva correccion de borde
if (k < 0)
{
kk=-k;
coefBorde1=0.0;
}
else
{
if (k > altura-deltaJ)
{
kk=2*(altura-deltaJ)-k;
coefBorde1=0.0;
}
else
{
kk=k;
coefBorde1=1.0;
}
}
if (l < 0)
{
ll=-l;
coefBorde1=0.0*coefBorde1;
}
else
{
if (l > anchura-deltaJ)
{
ll=2*(anchura-deltaJ)-l;
coefBorde1=0.0*coefBorde1;
}
else

```

```

        {
            l1=1;
            coefBorde1=1.0*coefBorde1;
        }
    }
    if (k==p && l==q)
        ; // el esquema de relajación exige que no se evalúe en el
        // termino derecho
        // la contribución de (p,q)
    else
        {
            // esquema según el archivo lyx
            m0=(p-k)/deltaJ-Ni;
            n0=(q-l)/deltaJ-Ni;
            zz=(G[m0]*GP[n0]+GP[m0]*G[n0])/pot(2,-2*J);
            Apqkl=lambda*zz;
            Bpqkl=lambda*zz;
            Xipqkl=(lambda*G[m0]*G[n0]+gamma*zz)/(lambda*G[-Ni]*G[-Ni]+
                2*gamma*G[-Ni]*GP[-Ni]/pot(2,-2*J));
            m0=(k-p)/deltaJ-Ni;
            n0=(q-l)/deltaJ-Ni;
            m1=(p-k)/deltaJ-Ni;
            n1=(l-q)/deltaJ-Ni;
            zz=(GM[m0]*GM[n0]-GM[m1]*GM[n1])/pot(2,-2*J);
            Dupqkl=-1.0*lambda*zz;
            Dvpqkl=+1.0*lambda*zz;

            for (m=k+(2-NN)*deltaJ;m<k+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;m+=deltaJ)
                {
                    for (n=l+(2-NN)*deltaJ;n<l+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;n+
                        =deltaJ)
                        {
                            // Nuevo sumatorio, ahora en (m,n), y nueva
                            // correccion de borde

                            if (m < 0)
                                {
                                    mm=-m;
                                    coefBorde2=0.0;
                                }
                            else
                                {
                                    if (m > altura-deltaJ)
                                        {
                                            mm=2*(altura-deltaJ)-m;
                                            coefBorde2=0.0;
                                        }
                                    else
                                        {
                                            mm=m;
                                            coefBorde2=1.0;
                                        }
                                }
                            if (n < 0)
                                {
                                    nn=-n;
                                    coefBorde2=0.0*coefBorde2;
                                }
                            else
                                {

```

```

        if (n > anchura-deltaJ)
        {
            nn=2*(anchura-deltaJ)-n;
            coefBorde2=0.0*coefBorde2;
        }
        else
        {
            nn=n;
            coefBorde2=1.0*coefBorde2;
        }
    }
    if (fabs(p-m)<= (NN-2)*deltaJ && fabs(q-n)<= (NN-2)
        *deltaJ)
    {
        // en este tipo de entrada se exige que sólo
        // contribuyan los coeficientes de
        // conexión no nulos, en función del NN de
        // Daubechies
        m0=(p-m)/deltaJ-Ni;
        n0=(k-m)/deltaJ-Ni;
        m1=(q-n)/deltaJ-Ni;
        n1=(l-n)/deltaJ-Ni;
        zz=L[m0][n0]*L[m1][n1]/pot(2,-J);
        Apqk1=Apqk1+coefBorde2*a[mm][nn]*zz;
        Bpqk1=Bpqk1+coefBorde2*b[mm][nn]*zz;
        Dupqk1=Dupqk1+coefBorde2*d[mm][nn]*zz;
        Dvpqk1=Dvpqk1+coefBorde2*d[mm][nn]*zz;
    }
}
}

// esquema según archivo lyx
Fpq=Fpq-Apqk1*coefBorde1*ui[kk][ll]-Dvpqk1*coefBorde1*vi[kk][
ll];
Gpq=Gpq-Bpqk1*coefBorde1*vi[kk][ll]-Dupqk1*coefBorde1*ui[kk][
ll];
Xidpq=Xidpq-Xipqk1*coefBorde1*xid[kk][ll];
Xirpq=Xirpq-Xipqk1*coefBorde1*xir[kk][ll];
}
}

// esquema según archivo lyx. FORMULAS FINALES para CAMPO MEDIO (u,v)
Fpq=Fpq-Dpq*vi[p][q];
Gpq=Gpq-Dpq*ui[p][q];
uf[p][q]=Fpq/Apq;
vf[p][q]=Gpq/Bpq;

denominador=Apq*Bpq-Dpq*Dpq;

if (fabs(denominador)==0.0 || fabs(denominador) < umbral)
{
    // este if evita errores en asignación de tamaños de matriz
    // o incluso, un comportamiento anómalo en la iteración por
    // relajación
    printf("error en márgenes/deltaJ o en formula final de resolución uf,
        vf");
    exit(-1);
}
}

```

```

else
{
    uf[p][q]=uf[p][q]; //la otra Formula Final posible sería, uf[p][q]=(
        Fpq*Bpq-Gpq*Dpq)/denominador;
    vf[p][q]=vf[p][q]; //la otra Formula Final posible sería vf[p][q]=-
        (Fpq*Dpq-Gpq*Apq)/denominador;
    // Este otro esquema no se reduce directamente, como esquema, al
    // calculo por diferencias finitas
    // y por eso no se utiliza
}

// esquema segun archivo lyr. FORMULAS FINALES para CAMPO MEDIO (xid,xir)
newxid[p][q]=Xidpq+Xivupq;
newxir[p][q]=Xirpq+Xivupq;

// construcción de variable de convergencia: suma de los cuadrados de
// los campos
if (iter==0)
    sumai=sumai+(uf[p][q]*uf[p][q]+vf[p][q]*vf[p][q]+newxid[p][q]*newxid[p]
        [q]+newxir[p][q]*newxir[p][q]);
else
    sumaf=sumaf+(uf[p][q]*uf[p][q]+vf[p][q]*vf[p][q]+newxid[p][q]*newxid[p]
        [q]+newxir[p][q]*newxir[p][q]);

// Actualización de las variables de campo iniciales para el siguiente
// paso de iteración
ui[p][q]=uf[p][q];
vi[p][q]=vf[p][q];
xid[p][q]=newxid[p][q];
xir[p][q]=newxir[p][q];
}
}

//
if (iter==0)
    sumai=sqrt(sumai/pixel); // al tomar la raiz cuadrada, y el numero total de
    // pixeles (variable pixel),
// sumai es un promedio del supercampo (real y de estimación) por pixel
else
{
    sumaf=sqrt(sumaf/pixel);
    error=fabs(sumaf-sumai)/sumai;
    printf("Campo Med: %d\t %d\t %lf\t %lf\t %lf\n",J,iter,error,sumai,sumaf);
    sumai=sumaf;
}

// Valoración del error en paso de iteración, y posible punto final del
// esquema para campo medio
if (iter>0 && error < precision)
{
    break;
}
}

// Para J=Jf, una vez calculado el campo medio, CAMPO TOTAL EN NIVEL MÁS FINO

// Por definición, podría establecerse que el campo es combinación lineal del
// campo medio y el campo promocionado
// con la variable beta como factor de peso
// Ut=beta*uf+(1-beta)*uP

```

```

if (J==Jf)
{
    fprintf(fCampoVelocidad,"%d\t%d\t%d\n",altura,anchura,deltaJ);
    beta=0.1;
    v0=1;
    for (p=0;p<altura;p+=deltaJ)
    {
        for (q=0;q<anchura;q+=deltaJ)
        {
            if (Ji==Jf)
            {
                // para evitar errores, debe recordarse que para un unico nivel de
                // estudio, Jf=Ji,
                // por definición, no hay promoción
                uP[p][q]=0.0;
                vP[p][q]=0.0;
            }
            // definición del campo total en función de beta
            uT[p][q]=v0*(beta*uf[p][q]+(1-beta)*uP[p][q]);
            vT[p][q]=v0*(beta*vf[p][q]+(1-beta)*vP[p][q]);

            // salida de datos finales a archivo
            // p,q,campo medio vx, campo medio vy, campo promocionado vx, campo
            // promocionado vy
            // Importante: la variable de altura está rescalada, para que la imagen
            // no salga invertida
            // "p" pasa a ser "altura -1-p"
            fprintf(fCampoVelocidad,"%d\t %d\t %lf\t%lf\t%lf\t%lf\n",altura-1-p,q,uf[
                p][q],vf[p][q],uP[p][q],vP[p][q]);
        }
        fprintf(fCampoVelocidad,"\n");
    }
    printf("Campo total para J= %d\n",J);

    // Calculo de eficiencia del método en función de beta POR REHACER
    //
    dt=1.0; // tiempo de paso por imagen
    // Campo de intensidades en una segunda imagen
    // en función de primera imagen y campo de velocidad uT
    // resolución de It=-u*Ix-v*Iy, con Ix=sqrt(a), Iy=sqrt(b)
    for (ibeta=0;ibeta<11;ibeta++)
    {
        beta=0.1*ibeta; // distintos beta de prueba
        v0=1; // factor de velocidad para ajustar
        error=0.0;
        pixel=0;
        for (p=0;p<altura;p+=deltaJ)
        {
            for (q=0;q<anchura;q+=deltaJ)
            {
                // campo total en función de beta
                uT[p][q]=v0*(beta*uf[p][q]+(1-beta)*uP[p][q]);
                vT[p][q]=v0*(beta*vf[p][q]+(1-beta)*vP[p][q]);

                // variación real de intensidad entre dos imagenes en el punto
                dIreal=It[p][q];
            }
        }
    }
}

```

```

// variación por flujo optico de intensidad entre dos imagenes en
// el punto
dI=uT[p][q]*Ix[p][q]+vT[p][q]*Iy[p][q];

error=error+(dIreal+dI)*(dIreal+dI); // sería de esperar dIreal+
    dI==0
pixel=pixel+1;
//if(fabs(dI)>0)
//printf("beta: %lf\t dt: %lf\n",beta,dIreal/dI);

    }
}
error=sqrt(error/pixel); // error cuadrático por pixel
printf("beta: %lf\t error: %lf\n",beta,error); // salida para estimar el
    mejor beta
}
fclose(fCampoVelocidad);
return 0;
}

// 2. DETERMINACIÓN DEL CAMPO RESIDUAL

// Inicialización de los campos residuales iniciales
for (i=0;i<altura;i+=deltaJ)
{
    for (j=0;j<anchura;j+=deltaJ)
    {
        uRi[i][j]=0.0;
        vRi[i][j]=0.0;
        uRf[i][j]=0.0;
        vRf[i][j]=0.0;
        xiRd[i][j]=0.0;
        xiRr[i][j]=0.0;
        newxiRd[i][j]=0.0;
        newxiRr[i][j]=0.0;

        // Y del campo promediado, que se calculará una vez obtenido el campo
        // residual
        uP[i][j]=0.0;
        vP[i][j]=0.0;
    }
}

// Comienza el método de relajación para determinar solución del campo residual en
// flujo optico
// Existe una alta simetría de construcción respecto al esquema de campo medio
// La mayoría de los calculos matriciales con indices multiples son idénticos al
// campo medio
// con la sustitución de notación en matriz A, por matriz RA, etc.
for (iter=0;iter<nSteps;iter++)
{
    if (iter==0)
        maximo=0;
    if (iter==0)
        sumai=0; // variable de convergencia
    else

```

```

sumaf=0; // variable de convergencia

// Determinación en cada punto de la imagen (p,q) de los campos residuales en
// cada paso de iteración

pixel=0;
for (p=0;p<altura;p+=deltaJ)
{
  for (q=0;q<anchura;q+=deltaJ)
  {
    pixel=pixel+1;
    // esquema según archivo de lyx
    RApq=2*lambda*Q[-Ni]*QP[-Ni]/pot(2,-2*J);
    RBpq=2*lambda*Q[-Ni]*QP[-Ni]/pot(2,-2*J);
    RDpq=0.0;
    RXiuvpq=0.0;
    RXivupq=0.0;
    RXid01pq=0.0;
    RXid10pq=0.0;
    RXir01pq=0.0;
    RXir10pq=0.0;

    for (m=p+(2-NN)*deltaJ;m<p+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;m+=deltaJ)
    {
      for (n=q+(2-NN)*deltaJ;n<q+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;n+=deltaJ)
      {
        // Sumatorio, ahora en (m,n), y correccion de borde
        if (m < 0)
        {
          mm=-m;
          coefBorde=0.0;
        }
        else
        {
          if (m > altura-deltaJ)
          {
            mm=2*(altura-deltaJ)-m;
            coefBorde=0.0;
          }
          else
          {
            mm=m;
            coefBorde=1.0;
          }
        }
        if (n < 0)
        {
          nn=-n;
          coefBorde=0.0*coefBorde;
        }
        else
        {
          if (n > anchura-deltaJ)
          {
            nn=2*(anchura-deltaJ)-n;
            coefBorde=0.0*coefBorde;
          }
          else
          {
            nn=n;

```

```

        coefBorde=1.0*coefBorde;
    }
}

// esquema parcial según archivo de lyx
m0=(p-m)/deltaJ-Ni;
n0=(q-n)/deltaJ-Ni;
zz=QQ[m0][m0]*QQ[n0][n0]/pot(2,-J);
RApq=RApq+coefBorde*a[mm][nn]*zz;
RBpq=RBpq+coefBorde*b[mm][nn]*zz;
RDpq=RDpq+coefBorde*d[mm][nn]*zz;

RXid01pq=RXid01pq+lambda*coefBorde*xiRd[mm][nn]*Q[m0]*QM[n0]/pot(
    2,-J);
RXid10pq=RXid10pq+lambda*coefBorde*xiRd[mm][nn]*QM[m0]*Q[n0]/pot(
    2,-J);
RXir10pq=RXir10pq+lambda*coefBorde*xiRr[mm][nn]*QM[m0]*Q[n0]/pot(
    2,-J);
RXir01pq=RXir01pq+lambda*coefBorde*xiRr[mm][nn]*Q[m0]*QM[n0]/pot(
    2,-J);

m0=(m-p)/deltaJ-Ni;
n0=(n-q)/deltaJ-Ni;
RXiuvpq=RXiuvpq+lambda*(coefBorde*uRi[mm][nn]*Q[m0]*QM[n0]+
    coefBorde*vRi[mm][nn]*QM[m0]*Q[n0])/pot(2,-J);
RXivupq=RXivupq+lambda*(coefBorde*vRi[mm][nn]*Q[m0]*QM[n0]-
    coefBorde*uRi[mm][nn]*QM[m0]*Q[n0])/pot(2,-J);
}
}

// esquema según archivo lyx. Terminos proporcionales al campo residual
uRi,vRi,xiRd,xiRr
// corresponden al lado derecho de la ecuación de minimización en
campo residual
RXiuvpq=RXiuvpq/(lambda*Q[-Ni]*Q[-Ni]+2*gamma*Q[-Ni]*QP[-Ni]/pot(2,-2*J))
;
RXivupq=RXivupq/(lambda*Q[-Ni]*Q[-Ni]+2*gamma*Q[-Ni]*QP[-Ni]/pot(2,-2*J))
;

RFpq=RXid01pq-RXir10pq;
RGpq=RXid10pq+RXir01pq;

RXidpq=0.0;
RXirpq=0.0;

for (k=p+(2-NN)*deltaJ;k<p+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;k+=deltaJ)
{
    for (l=q+(2-NN)*deltaJ;l<q+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;l+=deltaJ)
    {
        // Nuevo sumatorio, ahora en (k,l), y nueva correcion de borde
        if (k < 0)
        {
            kk=-k;
            coefBorde1=0.0;
        }
        else
        {
            if (k > altura-deltaJ)
            {
                kk=2*(altura-deltaJ)-k;
            }
        }
    }
}

```

```

        coefBorde1=0.0;
    }
    else
    {
        kk=k;
        coefBorde1=1.0;
    }
}
if (l < 0)
{
    ll=-1;
    coefBorde1=0.0*coefBorde1;
}
else
{
    if (l > anchura-deltaJ)
    {
        ll=2*(anchura-deltaJ)-1;
        coefBorde1=0.0*coefBorde1;
    }
    else
    {
        ll=1;
        coefBorde1=1.0*coefBorde1;
    }
}
if (k==p && l==q)
; // el esquema de relajación exige que no se evalúe en el
  termino derecho
// la contribución de (p,q)
else
{
    // esquema según archivo lyx
    m0=(p-k)/deltaJ-Ni;
    n0=(q-l)/deltaJ-Ni;
    zz=(Q[m0]*QP[n0]+QP[m0]*Q[n0])/pot(2,-2*J);
    RApqkl=lambda*zz;
    RBpqkl=lambda*zz;
    RXipqkl=(lambda*Q[m0]*Q[n0]+gamma*zz)/(lambda*Q[-Ni]*Q[-Ni]+
        2*gamma*Q[-Ni]*QP[-Ni]/pot(2,-2*J));
    m0=(k-p)/deltaJ-Ni;
    n0=(q-l)/deltaJ-Ni;
    m1=(p-k)/deltaJ-Ni;
    n1=(l-q)/deltaJ-Ni;
    zz=(QM[m0]*QM[n0]-QM[m1]*QM[n1])/pot(2,-2*J);
    RDupqkl=-1.0*lambda*zz;
    RDvpqkl=+1.0*lambda*zz;

    for (m=k+(2-NN)*deltaJ;m<k+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;m+=deltaJ)
    {
        for (n=1+(2-NN)*deltaJ;n<1+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;n+
            =deltaJ)
        {
            // Nuevo sumatorio, ahora en (m,n), y nueva
            // correccion de borde

            if (m < 0)
            {
                mm=-m;
                coefBorde2=0.0;
            }
        }
    }
}

```

```

    }
else
{
    if (m > altura-deltaJ)
    {
        mm=2*(altura-deltaJ)-m;
        coefBorde2=0.0;
    }
    else
    {
        mm=m;
        coefBorde2=1.0;
    }
}
if (n < 0)
{
    nn=-n;
    coefBorde2=0.0*coefBorde2;
}
else
{
    if (n > anchura-deltaJ)
    {
        nn=2*(anchura-deltaJ)-n;
        coefBorde2=0.0*coefBorde2;
    }
    else
    {
        nn=n;
        coefBorde2=1.0*coefBorde2;
    }
}
if (fabs(p-m) <= (NN-2)*deltaJ && fabs(q-n) <= (NN-2)
    *deltaJ)
{
    // en este tipo de entrada se exige que sólo
    // contribuyan los coeficientes de
    // conexión no nulos, en función del NN de
    // Daubechies
    m0=(p-m)/deltaJ-Ni;
    n0=(k-m)/deltaJ-Ni;
    m1=(q-n)/deltaJ-Ni;
    n1=(l-n)/deltaJ-Ni;
    zz=QQ[m0][n0]*QQ[m1][n1]/pot(2,-J);
    RApqk1=RApqk1+coefBorde2*a[mm][nn]*zz;
    RBpqk1=RBpqk1+coefBorde2*b[mm][nn]*zz;
    RDupqk1=RDupqk1+coefBorde2*d[mm][nn]*zz;
    RDvpqk1=RDvpqk1+coefBorde2*d[mm][nn]*zz;
}
}
}

// esquema según archivo lyx. Terminos proporcionales al
// campo residual uRi,vRi,xiRd,xiRr
// corresponden al lado derecho de la ecuación de
// minimización en campo residual
RFpq=RFpq-RApqk1*coefBorde1*uRi[kk][l1]-
    RDvpqk1*coefBorde1*vRi[kk][l1];
RGpq=RGpq-RBpqk1*coefBorde1*vRi[kk][l1]-

```

```

        RDupqk1*coefBorde1*uRi [kk] [l1];
        RXidpq=RXidpq-RXipqk1*coefBorde1*xiRd [kk] [l1];
        RXirpq=RXirpq-RXipqk1*coefBorde1*xiRr [kk] [l1];
    }
}

for (k=p+(2-NN)*deltaJ;k<p+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;k+=deltaJ)
{
    for (l=q+(2-NN)*deltaJ;l<q+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;l+=deltaJ)
    {
        // Sumatorio en (k,l), y correccion de borde
        if (k < 0)
        {
            kk=-k;
            coefBorde1=0.0;
        }
        else
        {
            if (k > altura-deltaJ)
            {
                kk=2*(altura-deltaJ)-k;
                coefBorde1=0.0;
            }
            else
            {
                kk=k;
                coefBorde1=1.0;
            }
        }
        if (l < 0)
        {
            ll=-l;
            coefBorde1=0.0*coefBorde1;
        }
        else
        {
            if (l > anchura-deltaJ)
            {
                ll=2*(anchura-deltaJ)-l;
                coefBorde1=0.0*coefBorde1;
            }
            else
            {
                ll=l;
                coefBorde1=1.0*coefBorde1;
            }
        }
        OApqk1=0.0;
        OBpqk1=0.0;
        ODPqk1=0.0;

        for (m=k+(2-NN)*deltaJ;m<k+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;m+=deltaJ)
        {
            for (n=l+(2-NN)*deltaJ;n<l+(NN-2)*deltaJ+deltaJ;n+=deltaJ)
            {
                // Sumatorio incrustado en (k,l), con indices (m,n), y
                // nueva correccion de borde

```

```

if (m < 0)
{
    mm=-m;
    coefBorde2=0.0;
}
else
{
    if (m > altura-deltaJ)
    {
        mm=2*(altura-deltaJ)-m;
        coefBorde2=0.0;
    }
    else
    {
        mm=m;
        coefBorde2=1.0;
    }
}
if (n < 0)
{
    nn=-n;
    coefBorde2=0.0*coefBorde2;
}
else
{
    if (n > anchura-deltaJ)
    {
        nn=2*(anchura-deltaJ)-n;
        coefBorde2=0.0*coefBorde2;
    }
    else
    {
        nn=n;
        coefBorde2=1.0*coefBorde2;
    }
}
if (fabs(p-m)<= (NN-2)*deltaJ && fabs(q-n)<= (NN-2)
    *deltaJ)
{
    // en este tipo de entrada se exige que sólo
    // contribuyan los coeficientes de
    // conexión no nulos, en función del NN de
    // Daubechies
    m0=(p-m)/deltaJ-Ni;
    n0=(k-m)/deltaJ-Ni;
    m1=(q-n)/deltaJ-Ni;
    n1=(l-n)/deltaJ-Ni;
    zz=00[m0][n0]*00[m1][n1]/pot(2,-J);
    0Apqk1=0Apqk1+coefBorde2*a[mm][nn]*zz;
    0Bpqk1=0Bpqk1+coefBorde2*b[mm][nn]*zz;
    0Dpqk1=0Dpqk1+coefBorde2*d[mm][nn]*zz;
}
}
}
//esquema según archivo lyx. Terminos proporcionales al campo
diferencial (medio-promocionado)
// corresponden al lado izquierdo de la ecuación de
minimización en campo residual
// Aquí no hay contribución del campo de estimación, por

```

```

    ortogonalidad funciones escala-wavelets
    RFpq=RFpq+0Apqk1*coefBorde1*(uf[kk][11]-uP[kk][11])+
        ODpqk1*coefBorde1*(vf[kk][11]-vP[kk][11]);
    RGpq=RGpq+0Bpqk1*coefBorde1*(vf[kk][11]-vP[kk][11])+
        ODpqk1*coefBorde1*(uf[kk][11]-uP[kk][11]);

}

}
// Esquema según archivo lyx. FORMULAS FINALES PARA CAMPO RESIDUAL (uR,
                                                                    vR)

RFpq=RFpq-RDpq*vRi[p][q];
RGpq=RGpq-RDpq*uRi[p][q];
uRf[p][q]=RFpq/RApq;
vRf[p][q]=RGpq/RBpq;

denominador=RApq*RBpq-RDpq*RDpq;

if (fabs(denominador)==0.0 || fabs(denominador) < umbral)
{
    printf("error en formula final de resolucio n uRf,vRf");
    exit(-1);
    // este if evita errores en asignación de tamaños de matriz
    // o incluso, un comportamiento anómalo en la iteración por
    // relajación
}
else
{
    uRf[p][q]=uRf[p][q]; //la otra Formula Final posible sería, uRf[p][
        q]=(RFpq*RBpq-RGpq*RDpq)/denominador;
    vRf[p][q]=vRf[p][q]; //la otra Formula Final posible sería vRf[p][
        q]=-(RFpq*RDpq-RGpq*RApq)/denominador;
    // Este otro esquema no se reduce directamente, como esquema, al
    // calculo por diferencias finitas
    // y por eso no se utiliza
}
// Esquema según archivo lyx. FORMULAS FINALES PARA CAMPO RESIDUAL (xiRd
                                                                    ,xiR
                                                                    r)

newxiRd[p][q]=RXidpq+RXiuvpq;
newxiRr[p][q]=RXirpq+RXivupq;

// construcción de variable de convergencia: suma de los cuadrados de
// los campos
if (iter==0)
    sumai=sumai+(uRf[p][q]*uRf[p][q]+vRf[p][q]*vRf[p][q]+newxiRd[p][q]
        *newxiRd[p][q]+newxiRr[p][q]*newxiRr[p][q]);
else
    sumaf=sumaf+(uRf[p][q]*uRf[p][q]+vRf[p][q]*vRf[p][q]+newxiRd[p][q]
        *newxiRd[p][q]+newxiRr[p][q]*newxiRr[p][q]);

// Actualización de los campos residuales iniciales para la siguiente
// iteración
uRi[p][q]=uRf[p][q];
vRi[p][q]=vRf[p][q];
xiRd[p][q]=newxiRd[p][q];
xiRr[p][q]=newxiRr[p][q];
}
}

```

```

// Determinación de variables de convergencia
if (iter==0)
    sumai=sqrt(sumai/pixel); // al tomar la raiz cuadrada, y el numero total de
                          pixeles (variable pixel),
// sumai es un promedio del supercampo residual (real y de estimación) por
                          pixel

else
{
    sumaf=sqrt(sumaf/pixel);
    error=fabs(sumaf-sumai)/sumai;
    printf("Campo res: %d\t %d\t %lf\t %lf\t %lf\n",J,iter,error,sumai,sumaf);
    sumai=sumaf;
}

// Evaluación del error en paso de integración, y posibilidad de convergencia
final
if (iter>0 && error < precission)
{
    break;
}
}

// Una vz obtenidos el campo medio y el campo residual:
// 3. RECONSTRUCCIÓN DEL CAMPO PROMOCIONADO

// Algoritmo de reconstruccion de Mallat: ¿Cómo obtener uP,vP en función de uf,vf
// y uRf,vRf?
// NOTA. El campo de estimación no necesita ser promocionado. No contribuye con
// términos (xid-xiPd).
// por la Ortogonalidad de wavelets, y funciones de escala.

// Ejecución. Solo se reconstruye para los niveles inferiores al nivel más fino, J<
// Jf
if (J<Jf)
{
    // Esquema según archivo lyx. No olvidar que el incremento en reconstruccion
    // debe ser deltaJ/2
    // A. Contribución de las funciones de escala. CAMPO MEDIO
    for (p=0;p<altura;p+=deltaJ/2)
    {
        for (q=0;q<anchura;q+=deltaJ/2)
        {
            if (p%deltaJ==0 && q%deltaJ==0)
            {
                uf[p][q]=uf[p][q];
                vf[p][q]=vf[p][q];
                uRf[p][q]=uRf[p][q];
                vRf[p][q]=vRf[p][q];
            }
            else
            {
                uf[p][q]=0.0;
                vf[p][q]=0.0;
                uRf[p][q]=0.0;
                vRf[p][q]=0.0;
            }
        }
    }
}
}

```

```

// B. Contribución de las wavelets. CAMPO RESIDUAL
for (p=0;p<altura;p+=deltaJ/2)
{
  for (q=0;q<anchura;q+=deltaJ/2)
  {
    uP[p][q]=0.0;
    vP[p][q]=0.0;
    for (m=0;m<altura;m+=deltaJ/2)
    {
      for (n=0;n<anchura;n+=deltaJ/2)
      {
        if (0<=p-m && p-m<NN)
          if (0<=q-n && q-n<NN)
          {
            zz=pp[p-m]*pp[q-n]/2.0;
            uP[p][q]=uP[p][q]+zz*uf[m][n];
            vP[p][q]=vP[p][q]+zz*vf[m][n];
          }
        if (0<=m+1-p && m+1-p<NN)
          if (0<=n+1-q && n+1-q<NN)
          {
            if ((p+q-n-m)%2 == 0)
              coef=1.0;
            else
              coef=-1.0;
            zz=coef*pp[m+1-p]*pp[n+1-q]/2.0;
            uP[p][q]=uP[p][q]+zz*uRf[m][n];
            vP[p][q]=vP[p][q]+zz*vRf[m][n];
          }
      }
    }
  }
}

printf("Campo Promocionado en nivel: %d\n",J+1);
}

// FINAL DEL PROCESO (campo medio, campo residual, y campo promocionado) EN NIVEL J
// Nota: Sólo se llega aquí cuando J>Jf
// si J==Jf, no se calcula campo residual. Se obtiene el campo medio, y el campo
promocionado del nivel anterior
}

fclose(fcoefs);
fclose(fImg1);
fclose(fImg2);
fclose(fCampoVelocidad);
for (i=0;i<height;i++)
{
  delete[] L[i];
  delete[] 00[i];
  delete[] QQ[i];
  delete[] ui[i];
  delete[] uf[i];
  delete[] vi[i];
  delete[] vf[i];
  delete[] img1[i];
  delete[] img2[i];
}

```

```

    }
    delete[] img1;
    delete[] img2;
    delete[] uf;
    delete[] ui;
    delete[] vi;
    delete[] vf;
    delete[] L;
    delete[] 00;
    delete[] QQ;

    return 0;
}

double max(double x, double y)
{
    if (x>y)
        return x;
    return y;
}

double min(double x, double y)
{
    if (x<y)
        return x;
    return y;
}

int pot(int x, int n)
{
    int i;
    int respot=1;

    if (n<0)
    {
        // Por construcción del código, todos los exponentes han sido positivizados
        // anteriormente
        // No se debe llegar a esta parte
        printf("error en 2^j, exponente negativo, VERIFICAR, codigo");
    }
    else
    {
        for (i=0;i<n;i++)
            respot=respot*x;
    }
    return respot;
}

void gaussianMtx(double **aimg, double **bimg, int width, int height, int filterSize,
                double coef)
{
    int i,ii,j,jj;
    double v;
    double sw, *w;
    double *line;
    double sigma=coef*filterSize;

    createArray(w, (2*filterSize+1), double);
    createArray(line, ((width>height)?width:height), double);

```

```

sw=0.0;
for (jj=-filterSize; jj<=filterSize; jj++)
  sw+= ( w[filterSize+jj]=exp(-(jj/(2.0*sigma))*(jj/(2.0*sigma))) );
for (jj=-filterSize; jj<=filterSize; jj++)
  w[filterSize+jj]/=sw;

//filtrado horizontal
for (i=0; i<height; i++)
{
  for (j=0; j<width; j++)
  {
    v=0.0;
    for (jj=-filterSize; jj<=filterSize; jj++)
    {
      if (j+jj<0) v+=w[filterSize+jj]*aimg[i][-(j+jj)];
      else
        if (j+jj>=width) v+=w[filterSize+jj]*aimg[i][width+width-(j+jj)-1];
        else v+=w[filterSize+jj]*aimg[i][j+jj];
    }
    line[j]=v;
  }
  for (j=0; j<width; j++)
    bimg[i][j]=line[j];
}

//filtrado vertical
for (j=0; j<width; j++)
{
  for (i=0; i<height; i++)
  {
    v=0.0;
    for (ii=-filterSize; ii<=filterSize; ii++)
      if (i+ii<0) v+=w[filterSize+ii]*bimg[-i-ii][j];
      else
        if (i+ii>=height) v+=w[filterSize+ii]*bimg[2*height-i-ii-1][j];
        else v+=w[filterSize+ii]*bimg[i+ii][j];
    line[i]=v;
  }
  for (i=0; i<height; i++)
    bimg[i][j]=line[i];
}

destroyArray(w);
destroyArray(line);
} //fin de gaussianF

```