SOLUCIÓN NUMÉRICA DE FLUJOS IDEALES

I. OBJETIVOS

1. Comprender los aspectos físicos de los flujos ideales.
2. Comprender el significado físico de función de corriente y potencial de velocidad.
3. Resolver mediante diferencias finitas ecuaciones diferenciales parciales sencillas, aplicando diferentes tipos de condiciones de contorno.
4. Entender cuales son las diferencias, ventajas y desventajas de la aplicación de las diferentes condiciones de contorno.

II. MARCO TEÓRICO

Las suposiciones en las que se basa el flujo potencial son:

- Sin viscosidad o Invicidos, $\nu = 0$
- Incompresibles, $\nabla . v = 0$
- Irrotacionales, $\nabla \times v = 0$

De lo anterior, lo mas visible es el hecho que no existan fuerzas viscosas y las fuerzas sobre el fluido son solo debidas a la presión. Entonces el flujo se puede resolver de la aplicación de condiciones netamente cinemáticas.

II-A. Función de Corriente Ψ

La función de corriente, es un campo escalar que se relaciona con la velocidad a partir de:

$$Vx = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \qquad Vy = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

El conjunto de puntos con los mismos valores de Ψ representan lineas de flujo y a través de estas no hay caudal. Es decir un par de lineas de corriente pueden interpretarse como una tubería, en la cual el fluido va fluyendo, acelerando o desacelerando dependiendo del diámetro de la tubería, para conservar la masa que atraviesa el ducto.

Para resolver el un flujo por este medio, se utiliza la expresión: $\nabla^2 \Psi = 0$.

Escogiendo las condiciones de borde, de manera acorde a lo anteriormente dicho.

Las paredes solidas, a través de las cuales no hay un paso de fluido, son evidentemente una linea de corriente; y la diferencia entre los valores de Ψ en una geometría determinada seria el flujo que la atraviesa.

Las entradas y las salidas, deben ser progresiones lineales entre los valores de flujo o Ψ de las paredes solidas.

En un geometría dada, se escoge una pared con $\Psi = 0$ (normalmente la pared inferior, si el flujo va de izquierda a derecha), y luego a partir de esto se colocan los valores a las demás fronteras, paredes, entradas y salidas.

II-B. Potencial de Velocidad Φ

El potencial de velocidad es un campo vectorial relacionado con la velocidad así:

$$Vx = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \qquad Vy = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

Si bien, el potencial de velocidad no tiene un significado físico, tiene una relación mas directa con el campo de velocidad. Tanto así que las condiciones de contorno se colocan como $\nabla V.n = Vn$, es decir la velocidad en la dirección de la pared o mejor velocidad que atraviesa dicha pared. Teniendo en cuenta que el signo indica si entra o sale del volumen de control.

Para resolver el un flujo por este medio, se utiliza la expresión: $\nabla^2\Phi = 0$.

Escogiendo las condiciones de borde, de manera acorde a lo anteriormente dicho.

III. Problema

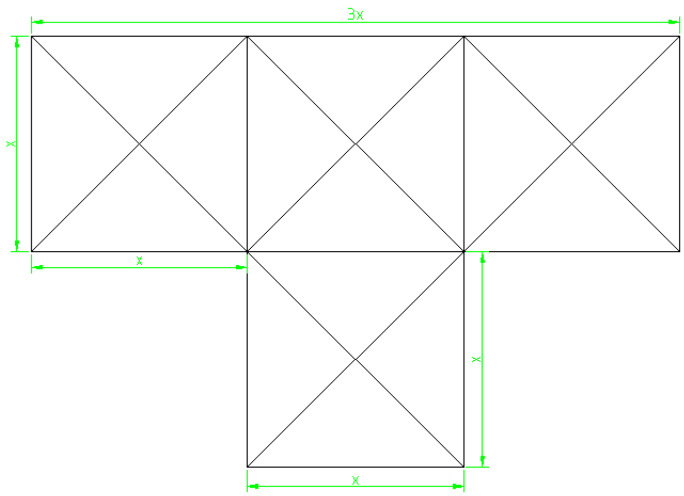

Figura 1: Problema a resolver $x = 1$

Se desea resolver el flujo en el interior del ducto en forma de ”T”mostrada anteriormente utilizando diferencias finitas.

Argumentando cada una de sus decisiones en el desarrollo del problema, realizar:

III-A. Función de corriente

Resolver la ecuación de Laplace ($\nabla^2\Psi = 0$) sujeta a unas condiciones de borde apropiadas para el flujo que se quiere resolver.

III-B. Potencial de velocidad

Resolver la ecuación de Laplace ($\nabla^2\Phi = 0$) sujeta a unas condiciones de borde apropiadas para el flujo que se quiere resolver.

III-C. Comparar

Con base en los anteriores resultados, que se puede concluir del flujo en cada una de las soluciones obtenidas y entre estas.

Es muy importante sus conclusiones en cada uno de los casos.

IV. Puntos adicionales

1. Generar el campo de velocidades a partir de las expresiones dadas, para las soluciones obtenidas por función de corriente y por potencial de velocidad. ¿ Que diferencias hay entre estos ?.
2. Generar un código que con base en las numero de divisiones que el usuario ingrese, genere diferentes mallas y solucione el sistema. ¿Como varia la solución al aumentar el numero de elementos?.